

2.2. Поляризация диэлектриков.

2.2.1. Типы диэлектриков.

Известно, что существуют различные вещества, которые характеризуются по степени проводимости электрического тока: *проводники*, *диэлектрики*, *полупроводники* и много всяких промежуточных веществ. В этом параграфе речь пойдет о диэлектриках.

Диэлектрики – вещества, которые проводят ток в 10^{15} - 10^{20} раз хуже проводников. Они состоят из атомов и молекул, чей полный заряд равен нулю, а размер атомов и молекул $\sim 10^{-9}$ - 10^{-10} м. Существуют также ионные диэлектрики, в которых полный заряд равен нулю для элементарной ячейки.

Молекулу можно рассматривать как систему зарядов, которая в целом электронейтральна $\sum_i q_i = 0$,

но у которой может быть пространственное распределение электрического заряда и соответственно этому может возникнуть дипольный момент $\vec{p} = \sum_i q_i \langle \vec{r}_i \rangle$. Итак, имеются молекулы двух типов:

а) *неполярные молекулы*: они не имеют дипольного момента в отсутствие внешнего поля $\vec{p} = 0$. Это симметричные молекулы, типа H_2 , O_2 , N_2 , CH_4 и другие.

б) *полярные молекулы*: они обладают собственным дипольным моментом, отличным от нуля $\vec{p} \neq 0$.

Например, к таким молекулам относятся: CO , NH , HCl , N_2O , SO_2 и другие молекулы. Дипольный момент молекул обычно $|\vec{p}| \sim 10^{-29} \div 10^{-30}$ Кл·м.

В диэлектриках из полярных молекул без внешнего поля дипольные моменты располагаются хаотично, и внутреннего электрического поля (макрополя) в них не возникает. Очевидно также, что в отсутствии внешнего поля нет внутреннего поля в диэлектриках с неполярными молекулами. Когда любой диэлектрик помещен во внешнее электрическое поле, то происходит *поляризация* диэлектриков, механизм которой различен для разных диэлектриков.

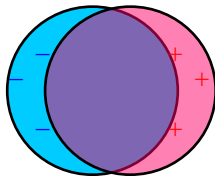


Рис. 2.1.

А). **Неполярные молекулы.** Поляризация возникает при смещении отрицательных зарядов относительно положительных зарядов (рис.2.1), и молекулы приобретают дипольные моменты. При этом возникающие дипольные моменты \vec{p} можно рассматривать как упругие диполи, причем

величина наведенного диполя пропорциональна приложенному полю $\vec{p} \sim \vec{E}$.

Последнее утверждение справедливо для не слишком сильных внешних полей. Молекулы и их дипольные моменты ориентированы так, что на поверхности тел появляется наведенный заряд – поляризация. Эти индукционные заряды называют *поляризационными* или *связанными*. Их отличают от *сторонних* или *свободных* зарядов (заряды проводника, внешние и внесенные заряды и другие).

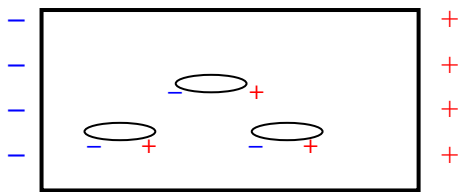


Рис. 2.2.

индукционные заряды могут появляться и в объеме образца.

В). **Ионные кристаллы.** Рассматриваются диэлектрические (без свободных электронов) ионные кристаллы. Типичный пример изображен на рис. 2.3: на рисунке показана элементарная ячейка кристалла $NaCl$, состоящая из 4-х ионов Na^+ и 4-х ионов Cl^- . Во внешнем поле происходит смещение положительных и отрицательных подрешеток целиком и это ведет к поляризации.

Смещения зарядов очень малы, т.к. внутриатомное электрическое поле очень велико по сравнению с приложенными внешними полями. Так, в атоме водорода на электрон ($e^- = 4.803 \cdot 10^{-10}$ CGSE_q = $1.602 \cdot 10^{-19}$ Кл) действует электрическое поле со стороны ядра, равное:

Б). **Полярные молекулы.** Без внешнего поля их дипольные моменты расположены хаотично. Под влиянием внешнего поля происходит выстраивание диполей (рис. 2.2), что также приводит к поляризации. Часто внешнее поле значительно слабее внутренних атомных полей и поэтому оно обычно не влияет на величину дипольного момента (т.е. рассматривается “жесткий диполь”), а только поворачивает их. При этом также появляются индукционные заряды на поверхности образца. При неоднородной поляризации

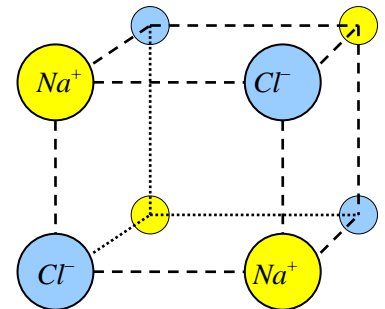


Рис. 2.3.

$$E = e/r^2 \sim 10^7 \text{ CGSE}_E = 10^{11} \text{ В/м.}$$

Это поле значительно превышает обычные достижимые на макроскопическом масштабе внешние электрические поля. Однако этих малых смещений под действием внешнего поля достаточно, чтобы создать внутреннее поле, способное изменить приложенное внешнее поле.

2.2.2. Вектор поляризации.

Количественное описание явления поляризации производится с помощью *вектора поляризации*. Когда внешнего поля нет, суммарный дипольный момент равен нулю (исключение составляют сегнетоэлектрики, электреты см далее § 2.9). Под влиянием внешнего электрического поля возникает поляризация, которую характеризуем *дипольным моментом единицы объема – вектором поляризации* \vec{P} :

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\Delta V} \quad (2.2.1)$$

Здесь \vec{p} – дипольный момент молекулы. Размерность вектора поляризации равна $[P] = [q]/[L^2]$, которая совпадает с размерностью напряженности электрического поля.

Естественно, что вектор поляризации зависит от внешнего поля, как и наведенный поляризационный заряд (связанный). Поляризация приводит к появлению индукционного связанного заряда на поверхности, а иногда и в объеме. Вектор поляризации зависит от величины связанного заряда.

2.2.3. Связь между вектором поляризации и поверхностной плотностью заряда.

Рассмотрим диэлектрик, имеющий форму косоугольного параллелепипеда, и поместим его в однородное электрическое поле \vec{E} . На рис. 2.4 показан срез параллелепипеда, параллельный его боковой грани. На боковых гранях появятся поляризационные заряды с плотностью σ' . Если S – площадь боковой грани, то диэлектрик приобретает дипольный момент, равный $\sigma' S \vec{l}$, где \vec{l} – вектор длины параллелепипеда, направленный вдоль электрического поля или, что то же, от отрицательных зарядов к положительным. Тогда следуя из определения (2.2.1), *вектор поляризации* равен:

$$\vec{P} = \frac{\sigma' S \vec{l}}{\Delta V} \quad (2.2.2)$$

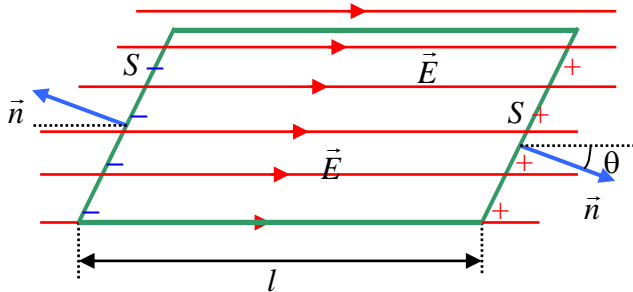


Рис. 2.4.

Здесь объем параллелепипеда определяется как $\Delta V = S l \cos \theta$, который можно выразить через скалярное произведение вектора нормали к боковой грани и вектора \vec{l} :

$$\Delta V = S (\vec{l}, \vec{n}) \quad (2.2.3)$$

Умножим (2.2.2) скалярно на вектор нормали \vec{n} и, воспользовавшись (2.2.3), получим:

$$\vec{P} \vec{n} = \frac{\sigma' S}{\Delta V} (\vec{l}, \vec{n}) = \sigma' \quad (2.2.4)$$

Итак, получаем связь между поверхностной плотностью поляризационного заряда и нормальной составляющей вектора поляризации P_n :

$$\sigma' = \vec{P} \vec{n} = P_n \quad (2.2.5)$$

Это соотношение справедливо как для положительного, так и отрицательного зарядов.

Отметим, что уравнение (2.2.5) можно интерпретировать следующим образом: связанный заряд на поверхности появляется при включении внешнего поля как заряд, проходящий (смещаемый) изнутри объема наружу через его поверхность.

2.2.4. Теорема Гаусса для вектора поляризации.

В предыдущем пункте мы имели дело с однородной поляризацией, когда связанный (поляризационный) заряд появляется только на поверхности. При неоднородной поляризации, которая может возникнуть из-за неоднородности вещества, изменения поля внутри объема и т.д., появляются объемные связанные заряды.

Найдем плотность этих индукционных зарядов и свяжем ее с вектором поляризации \vec{P} .

Выделим в диэлектрике произвольный объем V , ограниченный поверхностью S (рис.2.5). При включении внешнего поля через площадку dS наружу выйдет связанный заряд $dq'_{нар}$, равный согласно (2.2.5):

$$dq'_{нар} = P_n dS = (\vec{P}, d\vec{S})$$

В результате в объеме V , ограниченном поверхностью S появится избыточный заряд $dq' = -dq'_{нар}$. Этот результат можно интерпретировать таким образом, что смещенный заряд dq' прошел через площадку dS внутрь объема, т.е. противоположно направлению нормали:

$$dq' = -P_n dS = -(\vec{P}, d\vec{S}) \quad (2.2.6)$$

Через всю замкнутую поверхность S при включении внешнего поля внутрь поступит заряд равный:

$$q' = -\oint_S P_n dS = -\oint_S (\vec{P}, d\vec{S}) \quad (2.2.7)$$

Т.е. поток вектора поляризации \vec{P} через замкнутую поверхность S равен связанному заряду, взятому с обратным знаком, внутри объема V , ограниченного поверхностью S . Итак, получаем теорему Гаусса для вектора поляризации:

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} = -q' \quad (2.2.8)$$

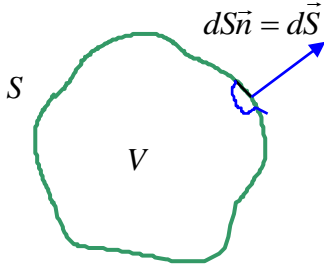


Рис. 2.5.

В частности, если вектор поляризации постоянен $\vec{P} = const$, т.е. поляризация однородна, то из (2.2.8) получаем, что суммарный связанный заряд внутри объема равен нулю $q' = 0$ (т.к. интеграл по замкнутой поверхности $\vec{P} \oint d\vec{S} = P \oint dS_p = 0$).

Полный связанный заряд можно записать через плотность связанных зарядов ρ' :

$$q' = \int_V \rho' dV \quad (2.2.9)$$

Воспользуемся теоремой Остроградского - Гаусса для вектора поляризации:

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} = \int_V div \vec{P} dV \quad (2.2.10)$$

Тогда из (2.2.8) имеем:

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} = \int_V div \vec{P} dV = -\int_V \rho'(\vec{r}) dV \quad (2.2.11)$$

Поскольку последнее соотношение справедливо для любого выбранного объема V , то подынтегральные выражения в интегралах по объему равны. Итак, дифференциальная связь между объемной плотностью связанного заряда и вектором поляризации имеет вид:

$$div \vec{P} = -\rho' \quad (2.2.12)$$

Физическая интерпретация соотношений (2.2.8) и (2.2.12), т.е. теоремы Гаусса в интегральном и дифференциальном виде для вектора поляризации \vec{P} , состоит в следующем.

Источником вектора поляризации \vec{P} (т.е. дипольного момента единицы объема) служат связанные (индуцированные) заряды.

Причем в области, где начинаются линии вектора \vec{P} (и, следовательно, $div \vec{P} > 0$), образуется избыток отрицательных связанных зарядов. А в области, в которой оканчиваются линии вектора \vec{P} (и, следовательно, $div \vec{P} < 0$), образуется избыток положительных связанных зарядов.