

### 3.3. Магнитное взаимодействие и магнитное поле движущихся зарядов.

#### 3.3.1. Экспериментальные факты. Магнитная индукция.

Магнитные явления обнаружены давно – с древних времен находились естественные магниты, которые взаимодействовали между собой и с магнитным полем Земли. Так было обнаружено, что магнитные стрелки ориентируются в поле Земли. Кроме того, факта, что магниты воздействует на другие магниты, выяснилось также, что магнит действует на движущиеся заряды, т.е. на электрические токи. Для описания магнитных явлений было введено понятие *магнитного поля*.

*Основные экспериментальные факты*, которые положены в теорию взаимодействия магнитных полей, были установлены в XIX веке:

- 1) **Движущиеся заряды создают магнитное поле**
- 2) **Магнитное поле действует на движущиеся заряды**

Многочисленные опыты магнитных явлений были проведены в XIX веке. Несколько примеров приведем ниже.

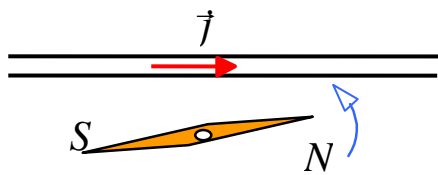


Рис. 3.1.

1) Опыт Эрстеда (1820). Х.К. Эрстед установил связь электричества и магнетизма. Ток пропусклся по проволоке, подвешенной над стрелкой компаса (рис. 3.1). Стрелка, первоначально установленная параллельно проволоке, при пропускании по проволоке тока ориентировалась перпендикулярно ей, причем направление вращения стрелки зависело от направления протекания тока. Таким образом, впервые была установлена связь электричества и магнетизма.

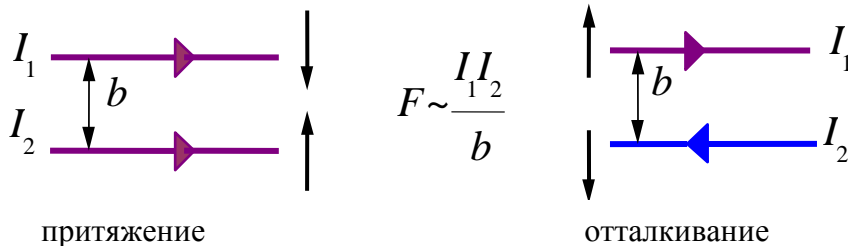


Рис. 3.2.

2) Опыт Ампера (1820 г.). А.М. Ампер рассматривал взаимодействие двух параллельных токов. Два параллельных провода, по которым текут одинаково направленные токи (рис. 3.2), притягиваются друг к другу. Он установил, что сила, приходящаяся на единицу длины любого из проводов с током, прямо пропорциональна произведению обоих токов и

обратно пропорциональна расстоянию между проводами. Перемена направления одного из токов превращает силу притяжения в силу отталкивания. Между двумя нитями с постоянным электрическим током существует нечто вроде "действия на расстоянии". Сила, о которой идет речь, зависит только от зарядов, движущихся по проводам, т.е. от двух токов. Это – *магнитные силы*; причина их появления – *движение зарядов*. Стрелка компаса Эрстеда мало похожа на цепь постоянного тока. Однако Ампер догадался, что отклонение стрелки компаса, происходящее без видимого движения зарядов, обусловлено электрическими токами в атомном масштабе. Катушка с током ведет себя под влиянием проходящего вблизи тока точно также как магнитная стрелка компаса

3) Более современный опыт по влиянию магнитного поля на движущиеся заряды изображен на рисунке 3.3: отклонение пучка электронов в электронно-лучевой трубке при поднесении провода с током. Электроны в электронно-лучевой трубке, движущиеся прямолинейно, отклоняются к проводу с током или от него в зависимости от направления тока в этом проводе.

Для описания взаимодействия движущихся зарядов вводят понятие магнитного поля, величину и направление которого характеризуют вектором *индукцией магнитного поля*  $\vec{B}$ . Индукция магнитного поля есть аналог напряженности

электрического поля  $\vec{E}$  в электростатике, а отличие в названиях (индукция  $\leftrightarrow$  напряженность) связано с историческими причинами (аналогичные вектора, вводимые для описания магнитного и электрического поля в веществе,  $\vec{H} \sim \vec{D}$  также имеют различные названия: напряженность  $\leftrightarrow$  индукция, соответственно).

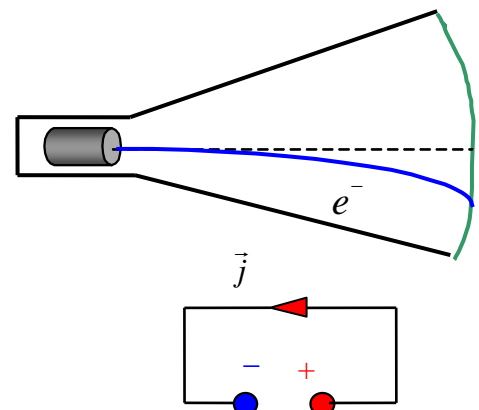


Рис. 3.3.

На покоящийся электрический заряд магнитное поле не действует. Магнитное поле действует только на движущийся заряд. Опыт показывает, что для магнитного поля, как и для электрического поля, справедлив принцип суперпозиции. Магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности.

Итак, для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i \quad (3.3.1)$$

Для того, чтобы определить магнитную индукцию и ввести единицы измерения, необходимы опытные факты и законы, связывающие взаимодействие магнитного поля с движущимися зарядами.

Примечание 1. Ханс Кристиан Эрстед, датский физик, 1777-1851.  
Андре Мари Ампер, французский физик, 1775-1836.

### 3.3.2. Релятивистская природа магнитного поля.

Природа взаимодействия движущихся зарядов обусловлена релятивистскими свойствами пространства и времени. Это утверждение вытекает из релятивистского уравнения движения. Релятивистское уравнение движения выглядит внешне, как и обычное уравнение движения (см в разделе Механика Главу 2, формулы (2.7.28)):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (3.3.2)$$

Оно инвариантно и, следовательно, имеет одинаковый вид в  $K$  - системе и во всех других инерциальных системах отсчета. Напомним, что в этом уравнении стоит релятивистский импульс  $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ . В

частности, в системе  $K'$  можно записать такое же уравнение:

$$\frac{d\vec{p}'}{dt'} = \vec{F}' \quad (3.3.3)$$

В левые части уравнений (3.3.2) -(3.3.3) входят чисто механические величины, изменение которых при переходе из одной системы отсчета в другую известно. Следовательно, левые части этих уравнений в обеих системах отсчета можно связать между собой. Тогда оказываются связанными между собой, вследствие релятивистской инвариантности уравнений, силы  $\vec{F}$  и  $\vec{F}'$ . Поскольку в левые части уравнений входят скорости, то можно заключить, что сила взаимодействия  $2^x$  движущихся зарядов зависит от скорости и не сводится к кулоновской силе (которая не зависит от скорости  $\vec{v}$ ). Следовательно, появляется дополнительная составляющая силы, которая носит чисто релятивистский характер.

**Вывод:** Следовательно, взаимодействие движущихся зарядов осуществляется не только посредством кулоновской силы, но также и силой другой природы – магнитной.

Обсудим подробнее сказанное выше на конкретном примере: взаимодействие точечного заряда и бесконечной равномерно заряженной нити. Рассмотрение равномерно заряженной нити удобно, т.к. ее электрическое поле симметрично вдоль оси движения.

1). Пусть в  $K'$  системе отсчета нить и точечный заряд  $q$  покоятся (см рис. 3.4), нить ориентирована вдоль оси  $x'$ . Точечный заряд  $q$  расположен на оси  $y'$  на расстоянии  $y'_0$  от нити. Объемная плотность заряда на нити  $\rho'$  и тогда элемент заряда  $dq' = \rho' S' dx'$ . Сила, действующая на точечный заряд  $q$  со стороны нити, определяется напряженностью электрического поля нити (которая легко находится по теореме Гаусса):

$$E \cdot 2\pi r h = 4\pi \rho' S' h; \quad E = \frac{2\rho' S'}{r}, \quad (3.3.4)$$

где  $r$  – расстояние от оси нити. Тогда вектор рассматриваемой силы имеет следующие компоненты:

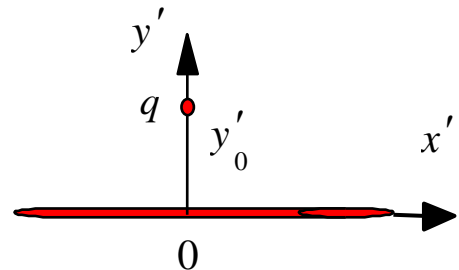


Рис. 3.4.

$$F'_x = 0, \quad F'_y = 2q \frac{\rho' S'}{y'_0}, \quad F'_z = 0. \quad (3.3.5)$$

2). Теперь рассмотрим эту же задачу в  $K$ -системе, которая движется со скоростью  $\vec{v}$  в отрицательном направлении оси  $x'$ , т.е. заряд в ней движется в положительном направлении оси  $x$  (см рис. 3.5). Найдем силу взаимодействия (отталкивания) нити с точечным зарядом  $q$ . Заряд  $q$  является *релятивистским инвариантом*, т.е. при переходе из одной ИСО в другую он не меняется. Однако, при переходе в  $K$  систему отсчета линейные размеры нити сокращаются и на единицу длины приходится теперь больше зарядов, чем на единицу длины неподвижной нити. Действительно, продольные размеры сокращаются

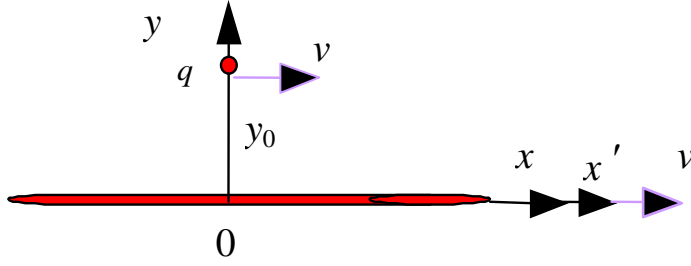


Рис. 3.5.

$dx = dx' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Поперечные размеры не меняются, т.е. сечение нити остается одинаковым  $S = S'$ . Тогда для

плотности имеем  $\rho' = \frac{dq}{S dx'}$ ;  $\rho = \frac{dq}{S dx}$ . Откуда новая плотность зарядов (в  $K$ -системе отсчета) равна:

$$\rho = \frac{\rho'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\rho'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.3.6)$$

Далее расчет силы взаимодействия заряда  $q$  с нитью в  $K$  системе аналогичен расчету в  $K'$  системе отсчета. Тогда компоненты силы  $f$  равны:

$$f_x = 0, \quad f_y = 2q \frac{\rho S}{y_0}, \quad f_z = 0 \quad (3.3.7)$$

Здесь мы вычислили только кулоновскую (электрическую) силу взаимодействия, но, как увидим далее, это не полная сила взаимодействия, поэтому обозначаем ее маленькой буквой  $f$ . Поскольку поперечные размеры не изменяются, то  $y_0 = y'_0$ . Сравнивая  $f_y$  (3.3.7) и  $F'_y$  (3.3.5), получаем:

$$f_y = \frac{2q \rho S}{y_0} = \frac{2q \rho' S'}{y'_0 \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{F'_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.3.8)$$

3). Теперь рассмотрим преобразование полной силы при переходе из  $K'$  в  $K$ . Воспользуемся уравнением движения и напишем его для перпендикулярной составляющей в  $K$  и  $K'$  системах:

$$F_y = \frac{dp_y}{dt}, \quad F'_y = \frac{dp'_y}{dt'} \quad (3.3.9)$$

Вспомним преобразования Лоренца:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad dt = dt' \frac{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

при этом компонента скорости заряда  $q$  в  $K'$  системе  $\frac{dx'}{dt'} = v'_x = 0$ . Тогда имеем:

$$dt' = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = dt \sqrt{1 - \beta^2} \quad (3.3.10)$$

Записывая перпендикулярную компоненту скорости и импульс (помня, что  $v'_x = 0$ ), имеем:

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$p'_y = m_0 v'_y = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} v'_y \sqrt{1 - \beta^2} = m v_y = p_y$$

Таким образом, перпендикулярная компонента импульса инвариантна

$$p_y = p'_y. \quad (3.3.11)$$

**Примечание 2.** Справедливость (3.3.11) можно получить проще, если вспомнить свойства 4-х векторов. Ранее в релятивистской механике рассматривали 4-х вектор энергии-импульса  $(E/c, p_x, p_y, p_z)$ , компоненты которого преобразуются при переходе к новой ИСО также как компоненты 4-х радиус вектора (преобразования Лоренца). При этом меняется только нулевая и продольная компоненты, а перпендикулярная компонента импульса не меняется:  $p_y = p'_y$ ,  $dp_y = dp'_y$ .

Тогда, принимая во внимание (3.3.10) и (3.3.11), получаем:

$$F_y = \frac{dp_y}{dt} = \frac{dp'_y}{dt'} \frac{dt'}{dt} = F'_y \sqrt{1 - \beta^2} \quad (3.3.12)$$

4). Сравнивая последнее уравнение с (3.3.8) и исключая силу  $F'_y$ , получаем:

$$F_y = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) f_y \quad (3.3.13)$$

Таким образом, получаем, что кулоновская сила отталкивания  $f_y$  больше силы (полной)  $F_y$ , действующей на движущийся заряд со стороны движущейся заряженной нити. Следовательно, кроме кулоновской силы отталкивания, на заряд действует еще другая сила – это сила притяжения, которая отлична от кулоновской силы. Эта сила – *магнитная сила*.

*Полевая трактовка.* Движущийся электрический заряд создает в окружающем его пространстве магнитное поле; на движущийся заряд со стороны магнитного поля действует сила. В нашем примере магнитная сила определяется:

$$F_{\text{магн}} = F_y - f_y = -\frac{v^2}{c^2} f_y \quad (3.3.14)$$

где  $f_y$  – кулоновская сила, а знак “минус” здесь указывает на силу притяжения. Видно из (3.3.13) и (3.3.14), что магнитная сила сравнима с кулоновской силой только при достаточно больших скоростях. Поэтому *магнитное поле проявляется как релятивистский эффект*. Однако если в проводящей среде протекает электрический ток (алгебраическая сумма зарядов равна нулю), то кулоновская сила равна нулю и остается только магнитная сила, проявление которой мы и наблюдаем. При скоростях дрейфа электронов в проводнике магнитная сила в  $\sim 10^{20}$  раз меньше кулоновской силы.