

3.9. Магнитное поле в веществе.

3.9.1. Магнитные моменты в веществе.

До сих пор мы рассматривали магнитные поля и электрические токи в вакууме. В веществе магнитное поле возбуждается не только электрическими токами, текущими по проводам, но и движениями зарядов внутри атомов и молекул. Также давно известно, что существуют постоянные магниты, у которых магнитное поле появляется за счет внутренних ресурсов, и вопрос состоит в том, какие токи внутри этих веществ создают магнитное поле.

Ампер выдвинул следующую гипотезу: в веществе циркулируют замкнутые токи. Каждый замкнутый ток представляет собой магнитный момент и создает магнитное поле вокруг себя. Без внешнего поля в обычных средах (не ферромагнитных) они ориентированы беспорядочно и полное поле от них равно нулю. Под влиянием внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию. Отсюда суммарный магнитный момент образца не равен нулю, вещество – *магнетик*, намагничивается и в нем появляется внутреннее магнитное поле \vec{B} .

Гипотеза Ампера – это гипотеза о *молекулярных* или *атомных токах*. Однако поясним, какова реальная физика, отвечающая появлению магнитных моментов в веществе. Атомы состоят из положительных ионов и внешних электронов. Последние вращаются вокруг атомных ядер по замкнутым орбитам (*орбитальное движение*) и тем самым имеют магнитные моменты. Кроме того, электроны обладают *спином* – собственным вращательным (механическим) моментом импульса и собственным магнитным моментом. Орбитальное движение и спиновые моменты описываются квантовомеханически, они аналогичны токам и, соответственно, возбуждают магнитные поля.

Итак, магнетизм вещества обусловлен тремя основными причинами. Перечислим их.

1) *Орбитальное движение электронов*. Состояния электронов в атомах описываются квантовыми числами (n, l, m, μ). *Главное квантовое число* n определяет номер электронной оболочки атома $n = 1, 2, 3, \dots$ Механический момент орбитального движения электрона L квантован $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$, где \hbar – постоянная Планка, а *орбитальное квантовое число* l принимает целые значения от 0 до $(n-1)$. Проекция механического момента равна $L_z = m\hbar$. Магнитный момент, появляющийся от орбитального движения электрона, равен

$$\mathbf{M} = m \frac{e\hbar}{2m_0c} = m\mathbf{M}_B, \quad (3.9.1)$$

где m – *магнитное квантовое число* ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), \mathbf{M}_B – *магнетон Бора*:

$$\mathbf{M}_B = \frac{e\hbar}{2m_0c} = 9.27 \cdot 10^{-21} \text{ эрг/Гс}. \quad (3.9.2)$$

В зависимости от состояния электрон обладает разными значениями m и, соответственно, разными магнитными моментами, кратными магнетону Бора \mathbf{M}_B . Часто вводят отношение магнитного момента к механическому, которое называется *гиромагнитным* (или *магнитомеханическим*) отношением:

$$\frac{\mathbf{M}}{L_z} = \frac{e}{2m_0c} \quad (3.9.3)$$

2) *Спин электронов – собственный механический момент* частицы. Ему соответствует магнитный момент с проекцией $\mu = \pm \mathbf{M}_B$.

3) *Спин ядер*. Поскольку ядра состоят из протонов и нейтронов, обладающих собственными магнитными моментами, то ядра также обладают магнитными моментами. Однако, в обычных условиях вклад ядерного магнетизма в общую картину магнитных свойств мал. Подход к рассмотрению магнитных свойств вещества, в котором пренебрегают ядерным магнетизмом, называется *адиабатическим приближением*.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что все вещества являются магнетиками, т.е. при внесении во внешнее магнитное поле сами становятся источниками дополнительного магнитного поля – *намагничиваются*. Индивидуальные магнитные свойства различных веществ определяются, в первую очередь, строением электронных оболочек атомов, входящих в их состав, и характером взаимодействия между атомами вещества.

В зависимости от характера взаимодействия с внешним магнитным полем (реакции на внешнее поле) все вещества подразделяют на два больших класса: *диамагнетики* и *парамагнетики*.

Диамагнетиками называют вещества, ослабляющие магнитное поле, в которое они помещены, индуцированный в веществе магнитный момент направлен против вызывающего его внешнего поля.

Парамагнетиками называют вещества, усиливающие магнитное поле, в которое они помещены, суммарный магнитный момент атомов вещества направлен вдоль ориентирующего его внешнего поля.

Отметим сразу же, что диамагнетизм присущ всем без исключения веществам и диамагнетикам, и парамагнетикам, но в парамагнетиках чаще всего он маскируется более сильным парамагнитным эффектом. В обоих классах веществ существуют свои яркие представители, т.е. вещества, обладающие аномально большим откликом на внешнее магнитное поле. У диамагнетиков – *сверхпроводники*, среди парамагнетиков – *ферромагнетики* (или *ферримагнетики*), *антиферромагнетики*.

В заключение необходимо отметить, что помимо перечисленных выше существуют и другие факторы, вносящие свой вклад в магнитные свойства вещества и, в частности, обусловленные специфическим движением электронов в конденсированных средах. Однако все они, так или иначе, связаны с механическим переносом заряда. Их изучение выходит за рамки нашего курса.

3.9.2. Микро и макрополе. Вектор намагничивания.

В магнетизме, как и электростатике, можно ввести в рассмотрение как *микроскопическое*, так и *макроскопическое* поля. *Микроскопическое поле* – это поле, возбуждаемое движущимися в веществе элементарными зарядами. Это в некотором смысле истинное поле в веществе, оно резко меняется на расстояниях атомного масштаба. *Макроскопическое поле* в веществе получается путем “сглаживания” микрополей, т.е. их усреднения по физически бесконечно малым объемам. Напомним, что физически малый объем – это объем, содержащий большое число атомов, но имеющий размеры во много раз меньшие, чем те расстояния, на которых макрополе заметно меняется. Усреднение по таким объемам сглаживает все нерегулярные и быстро меняющиеся вариации микрополя на расстояниях порядка атомных, но сохраняет плавные изменения макрополя на макроскопических расстояниях. Итак, поле в веществе

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{макро}} = \langle \vec{B}_{\text{микро}} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \vec{B}_{\text{микро}} dV. \quad (3.9.4)$$

Орбитальное и спиновое движение электронов и атомных ядер эквивалентны токам, циркулирующим в атомах вещества. Эти круговые токи получили общее название *молекулярных токов*. Для вычисления макроскопического поля \vec{B} молекулярные токи можно заменить макроскопическими токами, получившими

название *токов намагничивания* I_m . Плотность этих токов обозначим \vec{j}_m .

Чтобы понять, как возникают токи намагничивания, сначала представим себе *намагниченный* цилиндр из однородного материала (см рис. 9.1). У соседних молекул молекулярные токи в местах их соприкосновения текут в противоположных направлениях и взаимно компенсируют друг друга. Некомпенсированными остаются только те молекулярные токи, которые выходят на боковую поверхность цилиндра. Эти токи и образуют *макроскопический поверхностный ток намагничивания* I_m , циркулирующий по боковой

поверхности цилиндра. Ток I_m возбуждает такое же макроскопическое магнитное поле, что и молекулярные токи вместе взятые.

Рассмотрим теперь другой случай: намагниченный образец является неоднородным. Пусть молекулярные токи расположены в плоскости xOy , и толщина линий на рис. 9.2 соответствует силе молекулярных токов. Видно, что здесь компенсации молекулярных токов внутри образца уже нет, в результате чего возникает объемный макроскопический ток намагничивания I_m , текущий в положительном направлении оси y .

Можно сказать, что влияние среды на магнитное поле сводится к действию токов намагничивания. Таким образом, поле

\vec{B} в веществе возбуждается токами проводимости (ток I с плотность тока \vec{j}) и токами намагничивания

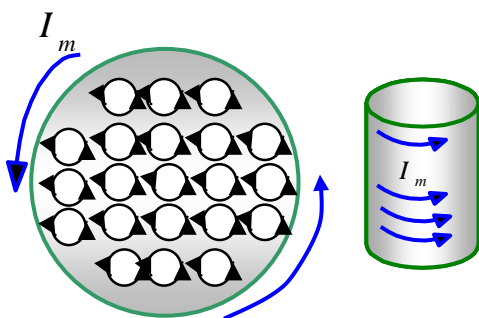


Рис. 9.1.

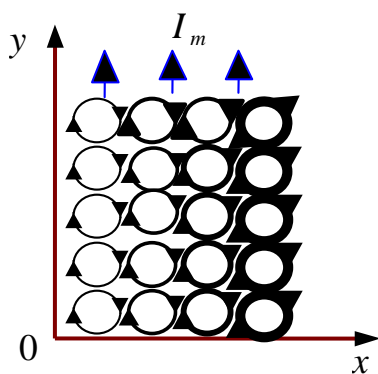


Рис. 9.2.

(I_m, \vec{j}_m) . То, что источниками для вектора \vec{B} являются и токи проводимости \vec{j} , и токи намагничивания \vec{j}_m , проявляется в теореме о циркуляции вектора индукции магнитного поля, которая в интегральной и дифференциальной форме записывается:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} (I + I_m) = \frac{4\pi}{c} \int_S (\vec{j} + \vec{j}_m) d\vec{S} \quad (3.9.5)$$

$$\text{rot} \vec{B} = \frac{4\pi}{c} (\vec{j} + \vec{j}_m) \quad (3.9.6)$$

Остается также в силе теорема Гаусса, которая выражает факт отсутствия в природе магнитных зарядов и означает, что линии вектора \vec{B} и при наличии вещества остаются всюду непрерывными:

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad \text{или} \quad \text{div} \vec{B} = 0, \quad (3.9.7)$$

Если известны плотность токов проводимости \vec{j} и плотность токов намагничивания \vec{j}_m , то можно забыть о наличии вещества и проводить вычисления по формулам, которые используются при расчете поля \vec{B} в вакууме. Однако сложность такого рассмотрения состоит в том, плотность токов намагничивания обычно неизвестна, т.к. \vec{j}_m зависит от самого магнитного поля \vec{B} . Т.е. получаем сложную взаимозависимость: магнитное поле зависит от токов намагничивания, а токи намагничивания в свою очередь зависят от поля в веществе.

Намагниченность среды характеризуют *вектором намагничивания* \vec{J} , который определяется как результирующий (средний) *магнитный момент единицы объема* вещества, создаваемый молекулярными токами. По определению средний магнитный момент единицы объема равен:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{M}_i}{\Delta V} \quad (3.9.8)$$

Здесь \vec{M}_i – магнитный момент отдельной молекулы, ΔV – физически малый объем в окрестности данной точки. Если ввести средний магнитный момент молекулы \vec{M}_0 , то вектор намагничивания равен:

$$\vec{J} = n \vec{M}_0 \quad (3.9.9)$$

где n – концентрация молекул. Магнитный момент элемента объема dV определяется:

$$d\vec{M} = \vec{J} dV \quad (3.9.10)$$

Вполне очевидно, что токи намагничивания \vec{j}_m связаны с намагниченностью \vec{J} : чем сильнее токи \vec{j}_m , тем больше магнитный момент единицы объема. Идея подхода состоит в следующем: найти экспериментальную связь между векторами \vec{J} и \vec{B} , а затем решать задачу о нахождении индукции магнитного поля \vec{B} .

3.9.3. Связь между вектором намагничивания и молекулярными токами.

Вычислим алгебраическую сумму молекулярных токов, которые охватываются произвольно выбранным контуром L . Натянем на замкнутый контур L произвольную поверхность S и сосчитаем полный молекулярный ток, текущий через эту поверхность

$$I_m = \int_S \vec{j}_m d\vec{S}.$$

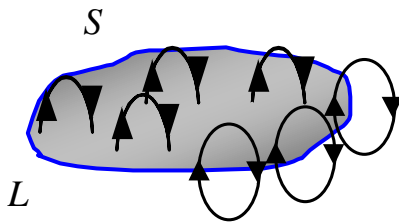


Рис. 9.3.

Из рис. 9.3 видно, что все молекулярные токи можно подразделить на следующие токи. 1) Токи, которые пересекают поверхность дважды, причем в разных направлениях, и поэтому не вносят вклада в результирующий ток намагничивания через поверхность S . 2) И токи, которые, обвиваясь вокруг контура L , пересекают поверхность S только один раз. Такие молекулярные токи и создают макроскопический ток намагничивания I_m ,

“пронизывающий” поверхность S .

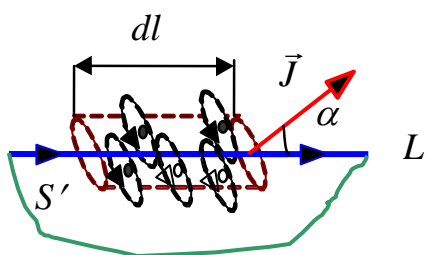


Рис. 9.4.

Пусть каждый молекулярный ток равен I' и охватывает площадь S' . Тогда малый элемент dl контура L обвивают те молекулярные токи, чьи центры попадают внутрь косоугольного объема (рис. 9.4)

$$dV = S' dl \cos \alpha,$$

где α — угол между элементом контура dl и направлением вектора \vec{J} в данном месте. Все эти молекулярные токи пересекают поверхность S один раз и дают следующий вклад в ток намагничивания

$$dI_m = I' n dV,$$

где n — концентрация молекул. Подставляя выражение для элемента объема dV , получаем:

$$dI_m = I' S' n dl \cos \alpha = c M_0 n dl \cos \alpha = c J dl \cos \alpha = c \vec{J} dl. \quad (3.9.11)$$

Здесь учтено, что $\frac{1}{c} I' S' = M_0$ — магнитный момент отдельной молекулы (молекулярного тока), а

$n M_0 = n \frac{I' S'}{c} = J$ — магнитный момент единицы объема вещества, т.е. вектор намагничивания.

Проинтегрировав по всему контуру, получим теорему о циркуляции для вектора намагничивания \vec{J} :

$$\begin{aligned} c \oint_L \vec{J} dl &= I_m \\ \oint_L \vec{J} dl &= \frac{1}{c} I_m \end{aligned} \quad (3.9.12)$$

Циркуляция намагниченности \vec{J} по произвольному контуру L равна алгебраической сумме токов намагничивания, охватываемых контуром L , где полный ток определяется:

$$I_m = \int \vec{j}_m d\vec{S}, \quad (3.9.13)$$

причем интегрирование проводится по произвольной поверхности S , опирающейся на контур L . Заметим, что мы пока рассматриваем стационарные токи и поля, когда они не зависят от времени (магнитостатика).

Воспользуемся (3.9.12) и теоремой Стокса: $\oint_L \vec{J} dl = \int_S \text{rot} \vec{J} d\vec{S}$, и тогда получаем

$$\int \text{rot} \vec{J} d\vec{S} = \frac{1}{c} \int \vec{j}_m d\vec{S}$$

В силу произвольности контура и опирающейся на него поверхности, получаем дифференциальную теорему о циркуляции вектора намагничивания:

$$\text{rot} \vec{J} \equiv [\nabla, \vec{J}] = \frac{1}{c} \vec{j}_m. \quad (3.9.14)$$

Ротор намагниченности равен плотности токов намагничивания в той же точке пространства.

Если намагниченность однородна ($\vec{J} = \text{const}$), то $\vec{j}_m = 0$. Как это понять? Достаточно взглянуть на рисунок 9.1 в этом параграфе. Молекулярные токи внутри магнетика в местах соприкосновения текут в противоположных направлениях и компенсируют друг друга (отсюда $\vec{j}_m = 0$). Некомпенсированным остается только ток по поверхности, который и создает макрополе $\vec{J} = \text{const}$.

Если магнетик неоднородный, то ток намагничивания, вообще говоря, пронизывает всю поверхность и $\vec{j}_m \neq 0$. Именно поэтому его можно записать, как $I_m = \int \vec{j}_m d\vec{S}$, где интегрирование распространяется на всю поверхность S , ограниченную контуром L .

Примечание 1. В системе СИ имеем следующую запись формул

$$\oint_L \vec{J} dl = \int_S \vec{j}_m d\vec{S}; \quad \text{rot} \vec{J} = \vec{j}_m; \quad \vec{M} = I_m \vec{S}$$

3.9.4. Напряженность магнитного поля.

Подставим в (3.9.6) $rot\vec{B} = \frac{4\pi}{c}(\vec{j} + \vec{j}_m)$ полученный результат (3.9.14) $\vec{j}_m = c \cdot rot\vec{J}$ для плотности тока намагничивания (намагничивания). Тогда в выражении:

$$rot\vec{B} = \frac{4\pi}{c}(\vec{j} + c \cdot rot\vec{J}),$$

перенеся $c \cdot rot\vec{J}$ в левую часть уравнения, получаем

$$rot(\vec{B} - 4\pi\vec{J}) = \frac{4\pi}{c}\vec{j}. \quad (3.9.15)$$

Введем вспомогательный вектор – *напряженность магнитного поля* \vec{H} :

$$\vec{H} \equiv \vec{B} - 4\pi\vec{J}. \quad (3.9.16)$$

Итак, имеем следующие интегральное и дифференциальное уравнения для напряженности магнитного поля \vec{H} :

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \quad \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \frac{4\pi}{c}I. \quad (3.9.17)$$

После введения вектора напряженности магнитного поля \vec{H} в правой части уравнений остаются только токи проводимости, токи намагничивания выпадают из уравнений. В этом и заключается смысл введения этого вспомогательного вектора. Вектор \vec{H} в учении о магнетизме играет такую же вспомогательную роль, как вектор \vec{D} в электростатике.

Основным физическим вектором является вектор индукции \vec{B} – *силовой вектор*. Исторически он получил неудачное название – вектор индукции, хотя было бы правильнее (по смыслу) называть его вектором напряженности магнитного поля. Такая иррациональность возникла из-за того, что учение о магнетизме развивалось по аналогии с электростатикой, а об отсутствии магнитных зарядов стало известно позднее.

По определению

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}, \quad \vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J}$$

векторы \vec{B} и \vec{H} имеют одинаковую размерность. Поэтому они должны иметь и одинаковую единицу измерения. Для магнитной индукции \vec{B} в гауссовой системе это *гаусс*. Однако при измерении напряженности магнитного поля \vec{H} её называют *эрстедом*. Это разные названия одной и той же единицы, что, естественно, неудобно. Такое положение сохраняется как дань исторической традиции.

Примечание 2. В системе СИ имеем следующие соотношения:

$$rot\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}_m); \quad rot\vec{J} = \vec{j}_m;$$

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu_0 - \vec{J}; \quad rot\vec{H} = \vec{j}.$$

Единицы измерения полей: $[\vec{B}] = \text{Тесла}; \quad [\vec{H}] = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$

3.9.5. Магнитные восприимчивость и проницаемость вещества.

Все магнетики можно подразделить на основные две группы, используя в качестве критерия сравнительную интенсивность взаимодействия атомных магнитных моментов с внешним магнитным полем и между собой. Вещества, для которых взаимодействие между отдельными магнитными моментами (в обычных условиях) пренебрежимо мало по сравнению взаимодействием каждого из моментов с внешним магнитным полем, называют слабомагнитными – это пара- и диамагнетики. Сильномагнитными называют вещества, в которых взаимодействие между атомными магнитными моментами является доминирующим, по сравнению с взаимодействием атомных моментов с внешним полем. Следует понимать, что такое

подразделению весьма условно и зависит от тех внешних условий (прежде всего, температуры), в которых находится материал.

Сильномагнитные вещества характеризуются весьма сложной зависимостью между векторами намагниченности \vec{J} и магнитной индукции \vec{B} . К таким веществам относятся ферромагнетики, например, железо, кобальт, никель, некоторые редкоземельные элементы, а также различные сплавы и соединения. Для них, во-первых, зависимость между векторами \vec{J} и \vec{B} нелинейная. А во-вторых, у таких материалов наблюдается явление гистерезиса, т.е. неоднозначная зависимость между этими величинами, обусловленная наличием у них “памяти” о своем предыдущем состоянии.

Для парамагнитных и диамагнитных сред зависимость между векторами \vec{J} и \vec{B} *линейная*. И по идее надо было бы ввести коэффициент пропорциональности между ними, как это было сделано в электростатике для связи между векторами \vec{P} и \vec{E} . Однако, в силу опять-таки исторических причин, вначале принято связывать между собой векторы намагниченности \vec{J} и напряженности магнитного поля \vec{H} .

Для изотропных сред записываем:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}; \quad (3.9.18)$$

Для анизотропных сред χ – тензор, при этом вектор намагниченности \vec{J} может быть не сонаправлен с вектором напряженности \vec{H} . Величина χ называется *магнитной восприимчивостью* (или тензор магнитной восприимчивости) и имеет следующие свойства:

- 1) χ не зависит от напряженности \vec{H} (слабромагнитные вещества, слабые поля);
- 2) χ безразмерна;
- 3) χ – тензор для анизотропных сред;
- 4) χ может быть больше и меньше нуля.

Следует отметить, что χ служит коэффициентом пропорциональности и не имеет какого-либо другого физического смысла. Для изотропных сред запишем:

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J} = (1 + 4\pi\chi)\vec{H} = \mu\vec{H}. \quad (3.9.19)$$

Итак, имеем соотношение:

$$\vec{B} = \mu\vec{H}, \quad (3.9.20)$$

где μ – *магнитная проницаемость* вещества:

$$\mu = 1 + 4\pi\chi. \quad (3.9.21)$$

Величины χ и μ используются в качестве классификаторов и определителей магнитных свойств веществ:

$\chi < 0$, $\mu < 1$ – диамагнетики (CO_2 , N_2 , H_2O , Ag и другие);

$\chi > 0$, $\mu > 1$ – парамагнетики (O_2 , Al, Pt, FeCl_3 и другие).

Примечание 3. В системе СИ с учетом материальных уравнений имеем:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}; \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}; \quad \mu = 1 + \chi$$