3.10. Граничные условия для векторов магнитного поля.

Рассмотрим магнитные поля на границе двух магнетиков. Получим граничные для векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$, исходя из теоремы о потоке вектора через замкнутую поверхность: $\oint \vec{B}d\vec{S} = 0$ и из теоремы о циркуляции вектора $\vec{H}$ по замкнутому контуру: $\oint \vec{H}d\vec{l} = \frac{4\pi}{c}I$.

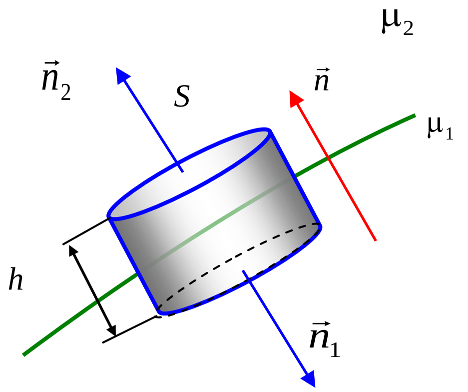

Рис. 10.1.

Сосчитаем поток вектора $\vec{B}$ через поверхность малого цилиндра, охватывающего границу раздела 2-х сред:

$$B_{1n_1}S + B_{2n_2}S + \langle B_\tau \rangle S_{бок} = 0,$$

где S – площадь основания цилиндра, $S_{бок}$ – площадь боковой поверхности. Устремляя высоту цилиндра $h \to 0$ и $S_{бок} \to 0$, получаем на границе:

$$B_{1n_1} = -B_{2n_2}$$

и, учитывая, что n_1 и n_2 – противоположно направленные нормали, и вводя общую нормаль $\vec{n}$, имеем:

$$B_{1n} = B_{2n} \tag{3.10.1}$$

Итак: *нормальные составляющие вектора $\vec{B}$ непрерывны на границе раздела двух магнетиков*.

Нормальные составляющие вектора $\vec{H}$ получим, используя соотношение (3.9.20) $\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{B}$, справедливое для изотропных магнетиков. Тогда из (3.10.1) имеем:

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}.$$

Откуда получаем соотношение для нормальных составляющих напряженности магнитного поля:

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tag{3.10.2}$$

Нормальные составляющие вектора $\vec{H}$ терпят разрыв на границе двух магнетиков.

Предположим для общности, что вдоль поверхности раздела магнетиков течет ток проводимости I. Применим теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$ к очень малому прямоугольному контуру, пересекающего границу 2-х сред, причем высота контура b пренебрежимо мала по сравнению с его длиной a (см рис. 10.2):

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = H_{2\tau}a - H_{1\tau}a + 2 < H_n > b = \frac{4\pi}{c}I = \frac{4\pi}{c}j_N ab. \tag{3.10.3}$$

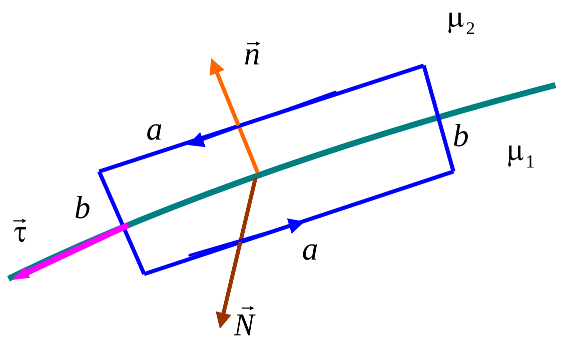

Рис. 10.2.

Здесь j_N – нормальная составляющая вектора плотности тока к выбранному контуру, т.е. перпендикулярная к векторам $\vec{n}, \vec{\tau}$, где $\vec{\tau}$ – единичный вектор вдоль контура ($\vec{N}$ – единичный вектор, перпендикулярный к плоскости контура, как показано на рис. 10.2). Тогда устремляя $b \to 0$, получаем:

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c}i_N, \tag{3.10.4}$$

где $\vec{i} = \vec{j}b$ плотность поверхностного тока, т.е. ток, текущий через единицу длины поверхности. Перейдем к векторной форме записи полученного выражения, учитывая, что $\vec{\tau} = [\vec{N}, \vec{n}]$, $H_\tau = \vec{H}\vec{\tau}$ и $i_N = \vec{i}\vec{N}$:

$$\left(\vec{H}_2-\vec{H}_1\right)\vec{\tau}=\left(\vec{H}_2-\vec{H}_1\right)\cdot\left[\vec{N},\vec{n}\right]=\left(\left[\vec{n},\vec{H}_2\right]-\left[\vec{n},\vec{H}_1\right]\right)\vec{N}=\frac{4\pi}{c}\vec{i}\,\vec{N}\,,$$

Здесь мы воспользовались циклической перестановкой векторов в смешанном скалярно-векторном произведении. Из последнего равенства получаем:

$$\left[\vec{n},\vec{H}_2\right]-\left[\vec{n},\vec{H}_1\right]=\frac{4\pi}{c}\vec{i}\,. \qquad (3.10.5)$$

Итак, *тангенциальная составляющая вектора* $\vec{H}$ *при переходе границы раздела магнетиков, вообще говоря, претерпевает скачок, связанный с наличием поверхностных токов проводимости.*

Если токов проводимости вдоль поверхности раздела нет, то тангенциальные составляющие вектора $\vec{H}$ также непрерывны:

$$H_{1\tau}=H_{2\tau}\,. \qquad (3.10.6)$$

Итак, если на границе раздела двух однородных магнетиков тока проводимости нет, то при переходе этой границы проекции векторов B_n и H_τ изменяются непрерывно, без скачка. Составляющие B_τ и H_n при этом претерпевают скачок.

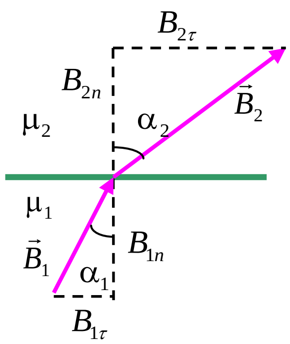

Рис. 10.3.

На границе раздела двух магнетиков линии вектора $\vec{B}$ испытывают преломление (рис. 10.3). Найдем отношение тангенсов углов α_1 и α_2, определяющих направление вектора $\vec{B}$ по разные стороны границы раздела:

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1}=\frac{B_{2\tau}/B_{2n}}{B_{1\tau}/B_{1n}}\,. \qquad (3.10.7)$$

Ограничимся случаем, когда на поверхности раздела тока нет, то есть

$$\frac{B_{2\tau}}{\mu_2}=\frac{B_{1\tau}}{\mu_1} \quad \text{и} \quad B_{2n}=B_{1n}\,.$$

В этом случае закон преломления линий вектора $\vec{B}$ имеет вид:

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1}=\frac{\mu_2}{\mu_1}\,. \qquad (3.10.8)$$

Аналогичное соотношение получаем для преломления силовых линий вектора $\vec{H}$.

Изобразим поле векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ вблизи границы раздела двух при отсутствии токов проводимости и, полагая $\mu_2>\mu_1$ (см рис. 10.4). Из сравнения густоты линий видно, что $B_2>B_1$, а $H_2<H_1$. Линии

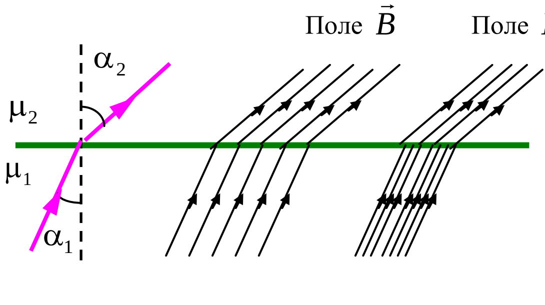

Рис. 10.4.

вектора $\vec{B}$ не терпят разрыва при переходе границы раздела, а линии вектора $\vec{H}$ терпят в этом случае разрыв из-за наличия на поверхностях магнетиков токов намагничивания.

На явлении преломления магнитных линий на поверхностях раздела магнетиков основана *магнитная защита*. При внесении в магнитное поле замкнутой оболочки из сильномагнитного материала линии этого поля будут концентрироваться (иначе говоря, сгущаться) преимущественно в самом материале оболочки. Внутри же полости, окруженной оболочкой, магнитное поле оказывается сильно ослабленным по сравнению с внешним полем. Таким образом, такая оболочка обладает экранирующим действием. Это свойство используют для предохранения чувствительных приборов от внешних магнитных полей.

Экраны из сильномагнитных материалов не позволяют свести к нулю действие внешнего магнитного поля. Полностью экранируют магнитное поле лишь сверхпроводники.