

3.16. Сверхпроводимость.

3.16.1. Основные особенности сверхпроводящего состояния.

Явление открыто в 1911г. Г. Камерлинг-Оннесом. При температуре несколько Кельвинов (температура жидкого He $T = 4.12$ К) сопротивление ряда металлов и сплавов скачком обращается в нуль

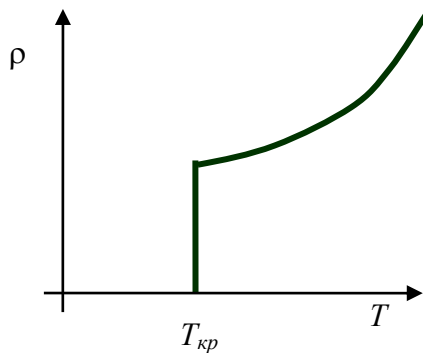


Рис. 16.1.

(см рис. 16.1). Эта температура – критическая температура $T_{кр}$ – ниже которой наблюдается сверхпроводящее состояние. Примеры температур перехода в сверхпроводящее состояние:

Элемент	$T_{кр}, K$
Ti	0.49
Sn	3.7
Pb	7.2

До 1985 г. – максимальная критическая температура $T_{кр} \sim 20^\circ K$ у сплава Nb_3Ge .

Экспериментально сверхпроводимость можно наблюдать следующими способами.

- А) В общей электрической схеме включено звено из сверхпроводника и при $T \sim T_{кр}$ наблюдается падение напряжения на нем равное нулю $\Delta U = 0$. Сопротивление уменьшается не менее чем в 10^{14} раз.
- Б) Кольцо из сверхпроводника находится в поперечном магнитном поле, в кольце индуцировался ток при $T < T_{кр}$ путем включения магнитного поля. Экспериментально проверялось, что ток практически не затухал в течение 2.5 лет. В то время как для нормального состояния время затухания тока мало (менее 1 сек). Удельное сопротивление $\rho_{сверхпр} < 4 \cdot 10^{-23} \text{ Ом}\cdot\text{см}$ (в 10^{17} раз меньше, чем у меди Cu).

Основные экспериментальные факты.

- 1) Нет сопротивления электрическому току при температуре меньше $T_{кр}$.
- 2) **Критический ток.** При увеличении тока через сверхпроводник сверхпроводящее состояние нарушается при некотором значении тока $I_{кр}$. Критический ток $I_{кр}$ зависит от температуры, примерная зависимость критического тока от температуры изображена на рисунке 16.2.
- 3) В магнитном поле – **эффект Мейсснера** (1933 г., совместно с Оксенфельдом). В сверхпроводящем состоянии магнитное поле сверхпроводника равно нулю ($\vec{B} = \vec{H} = 0$).

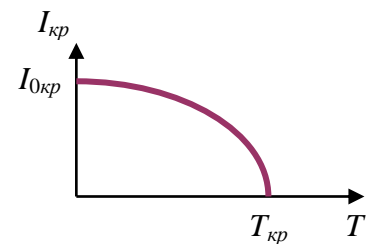


Рис. 16.2.

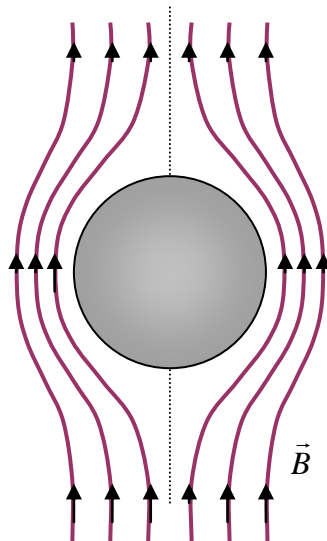


Рис. 16.3.

То есть при $T < T_{кр}$ магнитное поле вытесняется из сверхпроводника (см рис. 16.3). Наблюдается интересный эффект, состоящий в том, что сверхпроводник зависает над постоянным магнитным полем ничем не поддерживаемый (“гроб Магомета”). Это происходит за счет сильного магнитного взаимодействия магнитных моментов с внешним полем. Полный эффект Мейсснера наблюдается у чистых металлов (за исключением Nb, V и Tc). Это **сверхпроводники 1-го рода**. Частичный эффект Мейсснера – когда нет полного выталкивания магнитного поля (наблюдается у сплавов). Это **сверхпроводники 2-го рода**. Итак, сверхпроводник 1-го рода – идеальный диамагнетик ($\mu = 0$). У них нет объемного тока, весь ток течет по поверхности (в некотором узком, но конечном по толщине слое).

- 4) **Критическое поле.** При некотором значении магнитного поля $B_{кр}$ сверхпроводимость разрушается. Значение критического поля $B_{кр}$ зависит от материала и температуры (рис. 16.4)

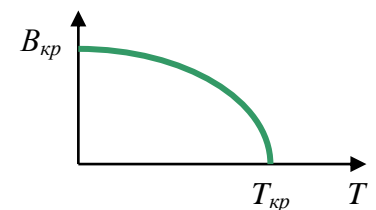


Рис. 16.4.

Примечание 1. *Гейке Камерлинг-Оннес, голландский физик, 1853–1926, Нобелевская премия в 1913г. Вальтер Фриц Мейсснер, немецкий физик, 1882–1974.*

3.16.2. Уравнение Лондонов.

В 1935 г. Ф. и Г. Лондоны осуществили попытку построить электродинамику сверхпроводников. Цель их попытки состояла в следующем: не вникая в механизм образования сверхпроводимости, оформить в математическом виде основные экспериментальные факты, а именно отсутствие сопротивления, эффект Мейсснера.

Движение электрона без трения (без сопротивления) описывается

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}. \quad (3.16.1)$$

Поскольку плотность тока: $\vec{j} = en_s \vec{v}$, где n_s – концентрация электронов в сверхпроводнике, уравнение движения можно переписать:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{j}}{e^2 n_s} \right) = \vec{E} \quad (3.16.2)$$

Вводя обозначение:

$$\Lambda \equiv \frac{m}{e^2 n_s} \quad (3.16.3)$$

получаем уравнение движения в виде:

$$\frac{d}{dt} (\Lambda \vec{j}) = \vec{E}. \quad (3.16.4)$$

Так как движение электронов в металле происходит с малой скоростью, то полная производная по времени примерно равна частной производной $\frac{d}{dt} \approx \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \nabla$. Полная производная означает любое изменение по времени в данном элементе объема, который движется вместе с электронами, а частная означает изменение в данной части неподвижного пространства. Заменим полную производную на частную и тогда имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Lambda \vec{j}) = \vec{E} \quad (3.16.5)$$

Подействовав оператором rot на обе части уравнения и вспоминая уравнение Максвелла $rot \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$,

получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[rot(\Lambda \vec{j}) + \frac{1}{c} \vec{B} \right] = 0 \quad (3.16.6)$$

Т.е. величина в скобках сохраняется, этот вывод следует из уравнения Максвелла. Однако согласно этому уравнению при охлаждении сверхпроводника магнитное поле в сверхпроводнике должно замораживаться при прохождении $T_{кр}$, что противоречит эффекту Мейсснера. Следовательно, необходимо, чтобы выражение в квадратных скобках равнялось 0.

$$rot(\Lambda \vec{j}) + \frac{\vec{B}}{c} = 0 \quad (3.16.7)$$

Уравнения (3.16.4) и (3.16.7) составляют основу теории Лондонов.

Рассмотрим массивный полубесконечный сверхпроводник во внешнем магнитном поле, силовые линии которого параллельны поверхности сверхпроводника. Согласно уравнению Максвелла для статического поля имеем:

$$rot \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

Подействуем оператором ротора:

$$rot rot \vec{B} = grad div \vec{B} - \Delta \vec{B} = \frac{4\pi}{c} rot \vec{j}$$

Поскольку $\text{div}\vec{B} = 0$, то получаем:

$$\Delta\vec{B} + \frac{4\pi}{c} \text{rot}\vec{j} = 0 \quad (3.16.8)$$

Из (3.16.7) выражаем $\text{rot}\vec{j} = -\frac{\vec{B}}{c\Lambda}$ и получаем далее: $\Delta\vec{B} - \frac{4\pi}{c^2\Lambda}\vec{B} = 0$

$$\Delta\vec{B} - \frac{\vec{B}}{\delta^2} = 0 \quad (3.16.9)$$

где ввели величину

$$\delta = \left(\frac{c^2\Lambda}{4\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s}\right)^{1/2} \quad (3.16.10)$$

Параметр δ имеет размерность длины и называется *Лондоновской глубиной проникновения*.

Если сверхпроводник занимает полупространство $x > 0$ и поле имеет только компоненту B_z , то из уравнения (3.16.10) получаем решение:

$$B = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \quad (3.16.11)$$

Можно оценить величину δ при $n_s = n_e$, т.е. полной концентрации электронов. Это, очевидно, будет справедливо при $T \rightarrow 0$, поскольку n_s зависит от температуры. Лондоновская глубина проникновения имеет величину порядка $10^{-5} \div 10^{-6}$ см. Таким образом, из Лондоновской электродинамики следует, что магнитное поле проникает в сверхпроводник только на малую глубину δ .

Согласно (3.16.7) токи также проникают примерно на ту же

глубину:

$$-\frac{\partial j_x}{\partial y} + \frac{\partial j_y}{\partial x} = -c^{-1}\Lambda^{-1}B_z \quad (3.16.12)$$

$$j_y = -(c\Lambda)^{-1} \int B_z dx \quad (3.16.13)$$

Учитывая (3.16.11) и вычисляя интеграл, получаем

$$j_y = (c\Lambda\delta)^{-1} B_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \quad (3.16.14)$$

Уравнения Лондонов можно выразить через векторный потенциал. Подставляя $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ и $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ в уравнение (3.16.4), получаем:

$$\text{rot}\left(\Lambda\vec{j} + \frac{\vec{A}}{c}\right) = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\Lambda\vec{j} + \frac{\vec{A}}{c}\right) = 0 \quad (3.16.15)$$

Откуда имеем:

$$\vec{j} = -(c\Lambda)^{-1} \vec{A} = -\left(\frac{n_s e^2}{mc}\right) \vec{A} \quad (3.16.16)$$

при дополнительном условии – условии Лоренца: $\text{div}\vec{A} = 0$, т.е. имеем снова 2 уравнения. Поскольку векторный потенциал определен с точностью до градиента скалярной функции, то в более общей форме уравнение (3.16.16) можно переписать:

$$\vec{j} = -n_s \left(\frac{e^2}{mc}\right) (\vec{A} + \text{grad}f) \quad (3.16.17)$$

*Примечание 2. Фриц Лондон, английский физик-теоретик, 1900–1954.
Гейнц Лондон, английский физик, 1907–1970.*

3.16.3. Объяснение сверхпроводимости.

В 1957 г. появилась микроскопическая теория сверхпроводимости Бардина, Купера, Шриффера (теория БКШ). Теория основана на принципах квантовой физики и достаточно сложна для воспроизведения в общем курсе физики. Здесь обсудим качественно основные идеи теории.

Как известно, в микромире имеется 2 статистики, определяющие поведение частиц: *статистика Ферми-Дирака* и *статистика Бозе-Эйнштейна*. Частицы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака, называются *фермионами* и имеют полуцелый спин. Частицы, подчиняющиеся статистике Бозе-Эйнштейна, называются *бозонами* и имеют целочисленный спин.

Рассмотрим *фермионы* и основные свойства системы фермионов.

- 1) Спин частиц $\Rightarrow S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$. Примеры частиц: электроны (e), протоны (p), нейтроны (n), гипероны и другие.
- 2) Для фермионов выполняется принцип Паули: в одном состоянии не может находиться более одной частицы. Фермионы – это частицы индивидуалисты.
- 3) Для фермионов имеет место распределение Ферми-Дирака по энергиям

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$

где E_F – энергия Ферми. Распределение Ферми-Дирака изображено на рис. 16.6.

- 4) Типичный пример Ферми системы: электронный газ в металле. При температуре абсолютного нуля $T = 0$ электроны занимают низшие уровни энергии до максимального, называемого уровнем Ферми E_F . Энергия Ферми для бесконечной системы совпадает с работой выхода λ . На каждом уровне энергии находится по 2 электрона, которые отличаются спинами. Если энергия зависит от спина, то на каждом уровне энергии находится по одному электрону из-за принципа Паули. Электроны, как и все фермионы – индивидуалисты. При температуре, отличной от нуля, часть электронов переходит на более высокие уровни (рис. 16.6)

Для бесконечной системы фермионов между основным и возбужденными состояниями нет энергетической щели. Поэтому даже при очень маленькой температуре (отличной от нуля) энергии тепловых колебаний достаточно для возбуждения и девозбуждения электронов у поверхности Ферми. Они участвуют в проводимости, рассеиваются и обмениваются энергией с решеткой, что и вызывает сопротивление току.

Рассмотрим систему *бозонов*.

- 1) Спин частиц $\Rightarrow S = 0, 1, 2, \dots$. Примеры бозе-частиц: фотоны, фононы, π -мезоны, глюоны, гравитоны и другие.
- 2) Для бозонов не выполняется принцип Паули, бозоны – это частицы-коллективисты.
- 3) Распределение Бозе-Эйнштейна по энергиям имеет вид

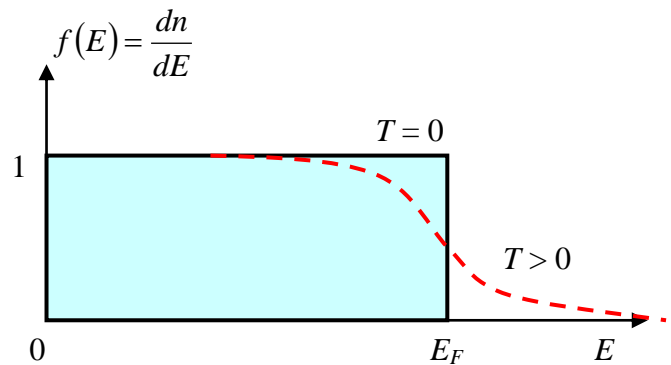


Рис. 16.6.

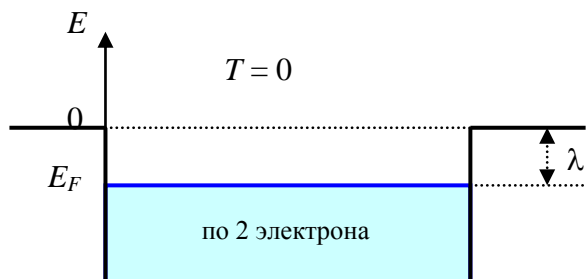


Рис. 16.7.

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) - 1}$$

где μ – химический потенциал, который определяется как дополнительная энергия системы при добавке одной дополнительной частицы (или разность полных энергий системы с $N+1$ и N частицами).

- 4) При температуре абсолютного нуля $T = 0$ все частицы находятся на одном низшем уровне энергии – уровне Бозе. Размещение частиц на низшем уровне называется *Бозе - конденсацией*. При этом для системы бозонов отметим важный факт: для бозонов имеется энергетическая щель между основным состоянием и первым возбужденным состоянием. Движение на низшем уровне может сохраняться без изменения, если сил взаимодействия не хватает для возбуждения бозонов, т.е. перевода их на ближайший от основного уровень энергии.

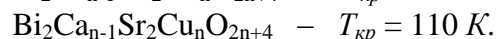
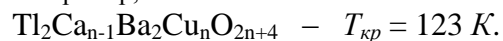
Последнее утверждение оказывается очень важным для объяснения сверхпроводимости, поскольку именно наличие энергетической щели могло бы привести к току без сопротивления – сверхпроводимости и сверхтекучести, когда температурных колебаний недостаточно для возбуждения носителей тока (для проявления сопротивления). Отдельные электроны, как фермионы, не конденсируются и не могут организовать сверхтекучую жидкость.

Однако оказалось, что электроны проводимости в металлах при низких температурах объединяются в пары, – так называемые, *куперовские пары*. Пару образуют 2 электрона с противоположными спинами, так что образуют составную частицу с зарядом “ $2e$ ”, являющуюся бозоном, т.к. ее спин равен 0.

Куперовские пары образуются за счет взаимодействия между электронами через решетку. Электрон движется в металле и поляризует решетку из положительных ионов и этот комплекс (фактически возбуждение фонона – кванта колебаний решетки) притягивает к себе второй электрон. К притяжению приводит обмен фононами между электронами, при низких температурах оно превышает кулоновское отталкивание. Это взаимодействие наиболее сильное для электронов с противоположными спинами и импульсами (наглядно это достаточно трудно представить). Электроны не слипаются, а находятся на значительном расстоянии друг от друга, которое на 4 порядка выше межатомного расстояния в кристаллической решетке $\sim 10^{-4}$ см.

При температуре $T < T_{кр}$ не все электроны образуются в куперовские пары: часть образует и они составляют “сверхпроводящую жидкость”, другая часть электронов – нормальную жидкость.

Примечание 3. *Высокотемпературные сверхпроводники* (ВТСП). Найдены в 80-е годы керамические соединения висмута Вi и таллия Тl с достаточно высокими критическими температурами. Основные звенья ВТСП - CuO. Например,



Примечание 4. *Джон Бардин, американский физик, 1908 - 1991, две Нобелевские премии по физике: в 1956 году за транзистор и в 1972 году за основополагающую теорию обычных сверхпроводников.*

Леон Нил Купер, американский физик, 1930. Нобелевская премия по физике в 1972 году за создание теории сверхпроводимости.

Джон Роберт Шриффер, американский физик, 1931- 2019гг.; Нобелевская премия 1972 г. за создание теории сверхпроводимости.

Энрико Ферми, итальянский физик, 1901–1954. Нобелевская премия по физике 1938 года «за доказательство существования новых радиоактивных элементов, полученных при облучении нейтронами.

Поль Морис Дирак, английский физик, 1902- 1984 гг. Лауреат Нобелевской премии по физике 1933 года (совместно с Эрвином Шрёдингером).

Шатьендранат Бозе, индийский физик, 1894–1974.

Исаак Константинович Кикоин, советский физик, 1908 - 1984 гг., окончил Политехнический институт в 1930, работал в ФТИ 1927–1936.

Еще в 1941-44 годах эксперименты И.К. Кикоина показали, что носители заряда в сверхпроводниках не имеют собственного магнитного момента, т.е. не обладают спином.