ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава 4. Электромагнитная индукция и уравнения Максвелла.

4.1. Движущиеся проводники в магнитном поле.

4.1.1. Работа магнитного поля при перемещении контура с током.

На элементы контура с током, находящегося во внешнем магнитном поле, действуют силы Ампера. Поэтому при перемещении контура или его элементов эти силы будут совершать работу. Найдем эту работу.

А). Вначале рассмотрим частный случай: движение перемычки с током в поперечном магнитном поле (рис. 1.1).

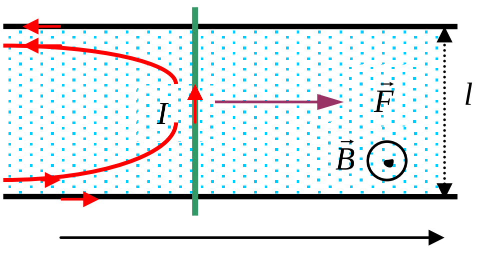

Рис. 1.1.

Пусть контур с подвижной перемычкой длиной l находится в однородном магнитном поле $\vec{B} = const$, перпендикулярном плоскости контура (на рис.1.1 вектор индукции $\vec{B}$ направлен из плоскости рисунка на нас). В контуре и по перемычке течет постоянный электрический ток $I = const$. Рассмотрим движение перемычки в поперечном магнитном поле $\vec{B}$. Сила Ампера, действующая на перемычку с током, направлена вдоль оси x (рис. 1.1 и 1.2) и согласно формулам (3.4.14) и (3.4.15), равна:

$$\vec{F} = \int \frac{I}{c}\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$$

$$F = \frac{I}{c} Bl \qquad (4.1.1).$$

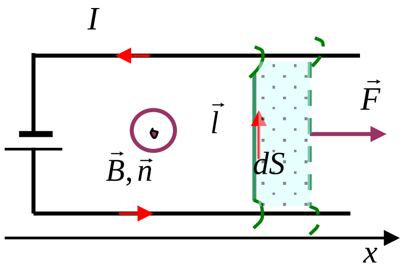

Рис. 1.2.

При перемещении перемычки на расстояние dx сила Ампера совершает работу:

$$\vec{l} \;\; \delta A = Fdx = \frac{I}{c} Bldx = \frac{I}{c} BdS, \qquad (4.1.2)$$

где dS – приращение площади контура (см рис. 1.2). Выберем нормаль $\vec{n}$ к плоскости контура так, чтобы она образовывала правовинтовую систему с направлением тока I. Тогда, вводя поток вектора магнитной индукции

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = BdS,$$

получаем, что работа, совершаемая магнитным полем равна изменению магнитного потока, умноженному на ток:

$$\delta A = \frac{I}{c} d\Phi. \qquad (4.1.3)$$

Для конечного перемещения перемычки имеем:

$$A = \frac{I}{c}\left(\Phi_2 - \Phi_1\right). \qquad (4.1.4)$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки замкнутый контур в начальном и конечном положениях перемычки.

Этот результат легко распространяется на случай произвольного направления магнитного поля $\vec{B}$. Представим вектор $\vec{B}$ в виде суммы векторов $\vec{B} = \vec{B}_n + \vec{B}_l + \vec{B}_x$, где компоненты вектора магнитной индукции $\vec{B}_l$ и $\vec{B}_x$ направлены вдоль перемычки и направления перемещения, соответственно. Составляющая магнитной индукции $\vec{B}_l$ параллельна току и поэтому не дает вклада в силу Ампера. Составляющая $\vec{B}_x$ определяет компоненту вектора силы Ампера, перпендикулярную перемещению, которая не совершает работы. Таким образом, работа по перемещению перемычки определяется только перпендикулярной составляющей вектора магнитной индукции, и мы снова получаем формулу (4.1.3), описывающую элементарную работу силы Ампера:

$$\delta A = \frac{I}{c} d\Phi .$$

Б). Рассмотрим общий случай перемещения контура с током в магнитном поле (см рис. 1.3). Пусть контур с током произвольной формы совершает в неоднородном постоянном магнитном поле некоторое перемещение, в процессе которого контур может деформироваться. Мысленно разобьем такой контур на бесконечно малые элементы тока $Id\vec{l}$ и рассмотрим их бесконечно малые перемещения $d\vec{r}$. Магнитное поле, в котором перемещается каждый элемент контура $d\vec{l}$, можно считать однородным на протяжении малого перемещения $d\vec{r}$. Работа силы Ампера по перемещению каждого элемента тока равна:

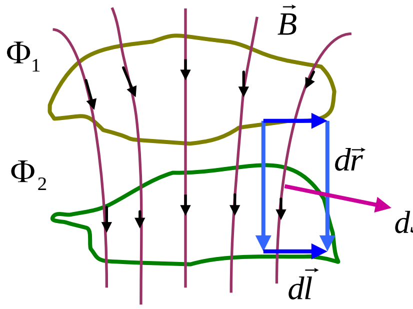

Рис. 1.3.

$$\delta^2 A = d\vec{r} d\vec{F} = \frac{I}{c} d^2\Phi ,$$

где под элементом потока $d^2\Phi$ следует понимать вклад в приращение магнитного потока через весь контур от перемещения элемента контура $d\vec{l}$ на $d\vec{r}$. В самом деле, это видно из нижеследующего вывода. Сложив элементарные работы для всех элементов контура, снова получаем

$$\delta A = d\vec{r}\vec{F} = d\vec{r}\left(\frac{I}{c}\oint\left[d\vec{l},\vec{B}\right]\right) = \frac{I}{c}\oint d\vec{r}\left[d\vec{l},\vec{B}\right] = \frac{I}{c}\oint \vec{B}\left[d\vec{r},d\vec{l}\right] = \frac{I}{c}\oint \vec{B}d\vec{S} = \frac{I}{c}\oint d^2\Phi = \frac{I}{c}d\Phi , \tag{4.1.5}$$

где $d\Phi$ – полное изменение магнитного потока, пронизывающего контур, при перемещении контура на $d\vec{r}$. dS – элемент площади, пересекаемой контуром при этом перемещении.

Чтобы найти работу силы Ампера при перемещении контура с током во внешнем магнитном поле от начального 1 до конечного положения 2, следует проинтегрировать полученное выражение:

$$A = \frac{1}{c}\int_1^2 Id\Phi . \tag{4.1.6}$$

Если при этом перемещении ток поддерживать постоянным $I = const$, то работа сил Ампера равна:

$$A = \frac{I}{c}\left(\Phi_2 - \Phi_1\right), \tag{4.1.7}$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки сквозь контур в начальном и конечном положениях контура. Таким образом, *работа сил Ампера равна произведению силы тока на приращение магнитного потока сквозь контур*. Полученное выражение дает не только величину, но и знак совершаемой работы. Если поток магнитного поля через контур увеличивается, то силы Ампера совершают положительную работу.

4.1.2. Индукция токов.

В замкнутом проводнике, движущемся в магнитном поле, возникает *индукционный ток*. Индукция токов открыта М. Фарадеем в 1831 г., и это открытие является одним из *самых фундаментальных открытий* в электродинамике. Природа индукционного тока – сила Лоренца.

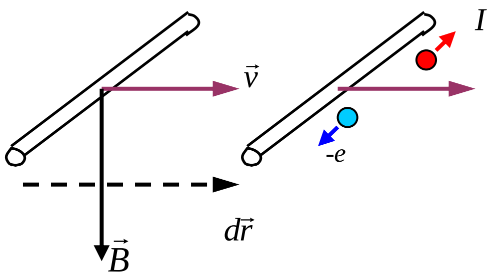

Рис. 1.4.

Пусть прямой участок проводника движется в магнитном поле индукции $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}$ (рис. 1.4). Полная скорость электронов проводимости складывается из скорости теплового движения $\vec{v}_t$ и скорости направленного движения проводника $\vec{v}$:

$$\vec{v}_{tot} = \vec{v} + \vec{v}_t \tag{4.1.8}$$

Часть силы Лоренца, связанная с тепловой скоростью движения электронов

$$\vec{F}_1 = \frac{e}{c}\left[\vec{v}_t,\vec{B}\right],$$

только искривляет траекторию движения электрона. А часть силы, связанная со скоростью направленного движения

$$\vec{F}_2 = \frac{e}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right],$$

заставляет заряды смещаться вдоль проводника. За счет последней силы и возникает индукционный ток.

Если проводник не замкнут, то возникает разность потенциалов на его концах. Ток идет до тех пор, пока напряженность поля не скомпенсирует силу Лоренца:

$$\vec{F} = e\vec{E}_i = -\frac{e}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$$
$$\vec{E}_i = -\frac{1}{c}\left[\vec{v}, \vec{B}\right] \tag{4.1.9}$$

Здесь сила Лоренца играет роль сторонней силы с соответствующей напряженностью электрического поля $\vec{E}_i$. Знак “минус” в (4.1.9) показывает, что напряженность индукционного поля направлена против смещающей положительные заряды силы.

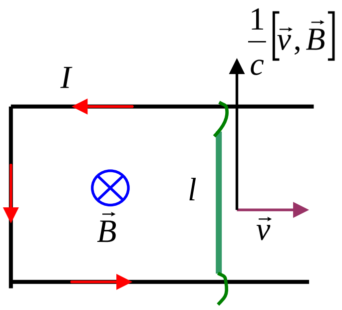

Рис. 1.5.

Если проводник замкнут (на рис. 1.5 магнитное поле направлено перпендикулярно рисунку от нас), то в проводнике течет индукционный ток I. Магнитная сила $\vec{F}$ играет роль сторонней силы, заставляющая двигаться заряды. В замкнутом контуре возникает *Электродвижущая Сила* $\mathcal{E}$ (иначе ЭДС) – работа по перенесению единичного заряда по замкнутому контуру. ЭДС, создаваемая полем $\vec{E}_i$, называется *электродвижущей силой индукции* $\mathcal{E}_i$:

$$\mathcal{E}_i = \frac{A}{q} \tag{4.1.10}$$

Работа по замкнутому контуру, отнесенная к единичному заряду, $\mathcal{E}_i$ равна циркуляции вектора напряженности электрического поля по этому контуру

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_i d\vec{l} = -\frac{1}{c}\oint_L \left[\vec{v}, \vec{B}\right] d\vec{l} = -\frac{1}{c}\oint_L \vec{B}\left[d\vec{l}, \vec{v}\right] \tag{4.1.11}$$

Скорость перемещения элемента контура определяется $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, а вектор элемента площадки равен

$$d^2\vec{S} = \left[d\vec{l}, d\vec{r}\right].$$

При этом направление вектора $d^2\vec{S}$ определяется направлением обхода контура по правилу «буравчика» (на рис. 1.5 вектор направлен от читателя). Таким образом, получаем *закон электромагнитной индукции*:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c}\oint \vec{B}\left[d\vec{l}, \frac{d\vec{r}}{dt}\right] = -\frac{1}{c}\frac{\oint \vec{B}\left[d\vec{l}, d\vec{r}\right]}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{\oint \vec{B} d^2\vec{S}}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}$$
$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt} \tag{4.1.12}$$

Выше мы рассматривали движение одного элемента контура $d\vec{l}$ или $\vec{l}$. Если изменяются все участки замкнутого провода, то закон (4.1.12) также справедлив для контура в целом, где $\frac{d\Phi}{dt}$ скорость изменения потока через весь контур. Так, если для малого кусочка провода $d\vec{l}$, имеем:

$$d\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c}\frac{d\Delta\Phi}{dt}, \tag{4.1.13}$$

то, суммируя по всему контуру с током, получаем

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c}\oint \frac{d(\Delta\Phi)}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\oint \Delta\Phi = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt} \tag{4.1.14}$$

Закон электромагнитной индукции (4.1.12) - (4.1.14) справедлив при произвольных движениях и любых деформациях замкнутого контура.

Итак, возбуждение ЭДС индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием магнитной составляющей силы Лоренца, которая возникает при перемещении проводника и пропорциональна произведению $\left[\vec{v},\vec{B}\right]$. Величина ЭДС индукции зависит от скорости изменения магнитного потока, проходящего через контур. Однако Фарадей обобщил это утверждение и показал, что ЭДС индукции возникает даже в неподвижном контуре.

Примечание 1. *Майкл Фарадей, выдающийся английский физик, 1791–1867*

Примечание 2. В системе СИ формулы для работы сил Ампера (4.1.3) и (4.1.7) записываются:

$$\delta A = I d\Phi$$

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

а для ЭДС индукции (4.1.14) в виде:

$$\mathrm{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$
