4.5. Ток смещения.

4.5.1. Противоречие с законом сохранения заряда.

Уравнение непрерывности, выражающее фундаментальный закон – *закон сохранения электрического заряда*, – имеет вид (см формулу (3.1.13) в §3.1):

$$div\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}\ . \tag{4.5.1}$$

где ρ – плотность электрического заряда, $\vec{j}$ – плотность тока. Для стационарных, т.е. независящих от времени, токов имеем:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0,\quad div\vec{j} = 0\ . \tag{4.5.2}$$

Иначе, для стационарных токов все линии плотности тока $\vec{j}$ оказываются замкнутыми – у них нет источников.

Если обратимся к переменным токам и переменным (т.е. к изменяющимся во времени) электромагнитным полям, то возникает противоречие между законом сохранения заряда (4.5.1) и с одним из уравнений системы Максвелла. Выясняется, что уравнение непрерывности оказывается несовместимым с уравнением магнитного поля стационарных токов

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}\ . \tag{4.5.3}$$

Действительно, согласно последнему уравнению, плотность тока пропорциональна вихрю (ротору) вектора $\vec{H}$, но дивергенция вихря всегда равна нулю, т.е.

$$div\vec{j} = \frac{c}{4\pi}div\,rot\vec{H} \equiv 0\ . \tag{4.5.4}$$

Получаем, что дивергенция вектора плотности тока всегда должна быть равной нулю. Таким образом, возникает очевидное противоречие, поскольку дивергенция плотности тока не равна нулю из закона сохранения заряда (4.5.1), когда в нестационарных процессах плотность заряда может изменяться во времени.

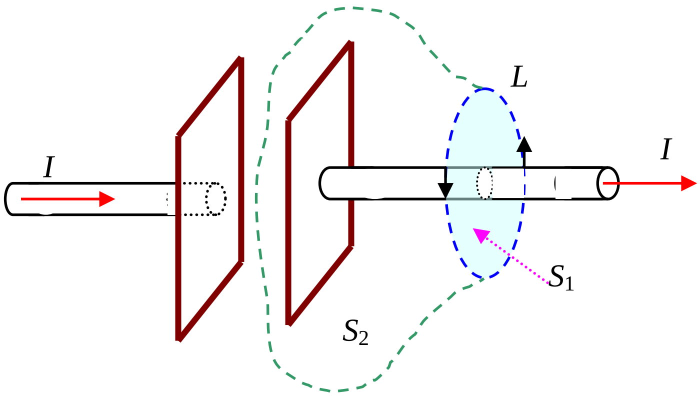

Рис. 5.1.

Иначе эту проблему можно проиллюстрировать на примере разряда предварительно заряженного плоского конденсатора через некоторое внешнее сопротивление (рис. 5.1). Ток проводимости терпит разрыв на обкладках конденсатора. В самом деле, рассмотрим поверхности S_1 и S_2, опирающиеся на один и тот же контур L, который охватывает провод с током. Очевидно, что поверхность S_1 пересекает провод и через нее течет ток $I = \int \vec{j}d\vec{S}$. Поверхность S_2 проходит в области между обкладками конденсатора и поэтому через нее ток не течет. Тогда записывая уравнение Максвелла в интегральной форме, имеем в правой части 2 противоположных результата для двух выбранных поверхностей

$$\oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \begin{cases} \int\limits_S rot\vec{H}d\vec{S} = \frac{4\pi}{c}\int\limits_{S_1}\vec{j}d\vec{S} \neq 0 \\ \int\limits_{S'} rot\vec{H}d\vec{S} = \frac{4\pi}{c}\int\limits_{S_2}\vec{j}d\vec{S} = 0 \end{cases} \tag{4.5.5}$$

Поэтому получается, что циркуляция вектора $\vec{H}$ будет зависеть от выбора поверхности, чего явно не должно быть и что не происходило в случае постоянных токов. Сомневаться в законе сохранения заряда трудно, это *фундаментальный закон*, и он проверен экспериментально с большой точностью. Вопрос состоит в том, как выйти из этого противоречия?

4.5.2. Ток смещения.

Максвелл предположил, что уравнение $rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$ справедливо только для стационарных токов, когда плотность зарядов ρ постоянна и $div\vec{j} = 0$. Для переменных электрических токов картина, по-видимому, должна быть иной. Максвелл ввел дополнительное слагаемое – *ток смещения*. Приведем рассуждение, приводящее к необходимости введения этого тока для разрешения противоречия между уравнениями для магнитного поля и законом сохранения заряда.

Из электростатики имеем, что источником вектора индукции являются сторонние заряды:

$$div\vec{D} = 4\pi\rho\,.$$

Если распределение зарядов может изменяться во времени, то можно записать:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left(div\vec{D}\right) = \frac{1}{4\pi}div\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right). \qquad (4.5.6)$$

Основываясь на справедливости уравнения непрерывности, найдем поправку, позволяющую устранить указанное выше противоречие. Запишем уравнение, определяющее закон сохранения заряда, и подставим результат (4.5.6):

$$div\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = div\vec{j} + \frac{1}{4\pi}div\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = div\left(\vec{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = div\left(\vec{j} + \vec{j}_{CM}\right) = div\vec{j}_n = 0\,, \qquad (4.5.7)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \vec{j}_{CM} &= \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\,. \\ \vec{j}_n &= \vec{j} + \vec{j}_{CM} \end{aligned} \qquad (4.5.8)$$

Иными словами, предполагается, что наряду с токами проводимости $\vec{j}$, представляющими собой движение электрических зарядов по проводам, существуют еще и токи $\vec{j}_{CM}$ иного рода, которые Максвелл назвал *токами смещения*. Сумму тока проводимости и тока смещения $\vec{j}_n = \vec{j} + \vec{j}_{CM}$ называют *полным током*.

Согласно уравнению

$$div\vec{j}_n = div\left(\vec{j} + \vec{j}_{CM}\right) = 0 \qquad (4.5.9)$$

линии *полного тока всегда являются непрерывными* в отличие от линий тока проводимости. Токи проводимости, если они не замкнуты, замыкаются токами смещения. При этом выражение для ротора (вихря) вектора $\vec{H}$ принимает вид:

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}_n = \frac{4\pi}{c}\left(\vec{j} + \vec{j}_{CM}\right),$$

то есть

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\vec{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right). \qquad (4.5.10)$$

Применяя дивергенцию к обеим частям (4.5.10), получаем 0 в обеих частях, тем самым снимаем противоречие. Полученный результат – это не вывод, а лишь устранение противоречия. Доказательством существования токов смещения служит опыт.

Другими словами, в магнитном отношении токи смещения эквивалентны токам проводимости, т.е. они также *возбуждают магнитное поле по тем же законам, что и токи проводимости*. Опыт подтверждает, что ток смещения создает такое же магнитное поле, что и ток проводимости. Очевидно, что ток проводимости, ток смещения и полный ток измеряются в одних и тех же единицах.

Однако на этом аналогия между двумя компонентами полного тока исчерпывается. Самое существенное отличие заключается в том, что токи проводимости соответствуют движению электрических зарядов, тогда как “чистый” ток смещения – ток смещения в вакууме – соответствует лишь изменению напряженности электрического поля и никаким движением электрических зарядов или любых других частиц вещества не сопровождается. *Токи смещения не переносят заряд или массу*.

В вакууме имеем:

$$\vec{D} = \vec{E} \quad \text{и} \quad \vec{j}_{CM} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \tag{4.5.11}$$

При наличии диэлектрика получаем:

$$\vec{j}_{CM} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}\right). \tag{4.5.12}$$

В последнем случае ток смещения складывается из “чистого” тока смещения, не связанного с движением зарядов, и тока поляризации $4\pi\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$, обусловленного движением (смещением) связанных зарядов.

Токи смещения, в отличие от токов проводимости, не сопровождаются выделением Джоулева тепла. Для вакуума это утверждение очевидно, в диэлектриках же токи смещения сопровождаются тепловыми эффектами, что особенно заметно для высокочастотных процессов. Однако это процесс подчиняется совершенно иным закономерностям, чем выделение Джоулева тепла в проводниках.

Открытие рассмотренного в этом параграфе явления – порождения переменным электрическим полем магнитного – вполне аналогично открытию явления электромагнитной индукции и явилось решающим шагом, сделанным Максвеллом к построению теории электромагнитного поля. Итак, ток смещения появляется там, где существует переменное электрическое поле (заряды не переносятся). Отсюда следует фундаментальный вывод: *переменное электрическое поле порождает магнитное поле*. В заключение отметим, что *открытие Максвеллом тока смещения – открытия первостепенной важности* – чисто теоретическое открытие.

Примечание 1. В системе *СИ* получаем

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial D}{\partial t},$$

$$rot\overleftarrow{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$
