

Лабораторная работа № 1.03

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОГО ЦЕНТРАЛЬНОГО СОУДАРЕНИЯ СТАЛЬНЫХ ШАРОВ

Цель работы

Воспроизвести условия упругого центрального соударения шаров и проверить выполнение этих условий.

Задачи

1. Измерить время соударения двух стальных шаров в зависимости от их относительной скорости.
2. Найти параметры этой зависимости и вычислить их погрешности; обработку провести двумя способами: методом парных точек и методом наименьших квадратов.
3. Оценить потери энергии в процессе соударения шаров.

ВВЕДЕНИЕ

Упругое центральное соударение (столкновение) двух шаров является одним из самых простых для реализации на опыте и для описания его результатов способов изучения столкновения упругих тел. Некоторые его результаты соответствуют абсолютно упругому удару материальных точек. Описание явления дополнительно упрощается, если шары одинаковые.

При центральном ударе вектор относительной скорости шаров проходит через их центры, т.е. вектор скорости налетающего шара направлен к центру неподвижного шара. Если деформации шаров малы, то в системе из двух шаров действуют только консервативные силы упругости (упругий удар) и справедлив закон сохранения полной механической энергии.

Центральное столкновение шаров реализуется в устройстве, показанном на рис.1. Оно

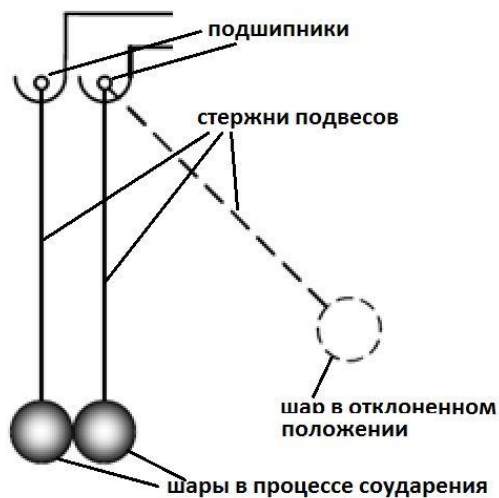


Рис. 1

Отпускается. Он начинает двигаться и

состоит из двух одинаковых стальных шаров, шарнирно подвешенных на одинаковых легких по сравнению с шарами стальных стержнях. Вторые концы стержней свободно поворачиваются в подшипниках в одной плоскости, что обеспечивает центральное соударение. Хотя система из двух шаров не является замкнутой, устройство обеспечивает для них выполнение закона сохранения импульса. Непосредственно перед ударом, в процессе соударения и сразу после него стержни находятся в вертикальном положении, и сумма всех внешних сил (сил тяжести шаров и сил натяжения стержней) оказывается равной нулю.

Первоначально левый шар неподвижен, а правый выводится из положения равновесия (стержень отклоняется на некоторый угол) и затем приближается к левому шару со скоростью v_0 (рис. 2, левая часть).

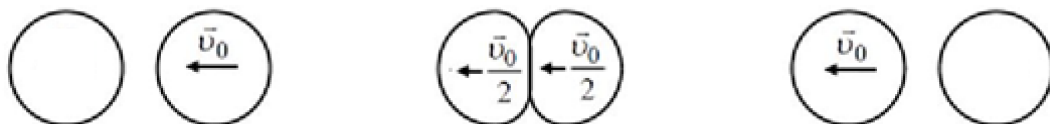


Рис. 2

Далее шары соприкасаются и в течение некоторого времени, которое называется временем соударения τ , находятся в контакте, деформируя друг друга. По истечении этого времени, как следует из законов сохранения энергии и импульса, шары обменяются скоростями: в

лабораторной системе отсчета налетающий правый шар останавливается, а левый шар-мишень приобретет скорость v_0 (рис. 2, правая часть).

Деформация шаров достигает наибольшего значения к моменту времени $\tau/2$ (рис. 2, средняя часть). В этот момент шары неподвижны в системе центра масс, а в лабораторной системе отсчета их скорости одинаковы и составляют $v_0/2$. Тогда же полная механическая энергия шаров складывается из двух равных частей – кинетической энергии и потенциальной энергии упругой деформации. Далее, вплоть до разлета шаров, энергия упругой деформации уменьшается, переходя в кинетическую энергию левого шара.

Одной из целей этой лабораторной работы является проверка того, насколько хорошо выполняются условия центрального соударения и упругий характер взаимодействия шаров. Процесс деформации упругих шаров при их столкновении был рассчитан в начале 1880-х годов Генрихом Герцем (тем самым), который установил, что для центрального столкновения время соударения τ слабо убывает с ростом скорости налетающего шара по закону:

$$\tau = k \cdot v_0^{-z} \quad (1)$$

где k – постоянная, а показатель степени $z = 1/5$. Этот вид зависимости времени соударения от скорости налетающего тела v_0 характерен именно для центрального столкновения шаров. Для сравнения, время столкновения двух цилиндров гладкими торцами не зависит от v_0 .

Скорость v_0 в момент столкновения нельзя измерить непосредственно, но можно найти связь между скоростью и углом отклонения налетающего шара 2φ или длиной дуги a_0 (рис.3.).

Если пренебречь массой стержня, то из закона сохранения энергии получается:

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}.$$

Из рис. 3 легко найти величины $a = 2\varphi \cdot l$, где l – длина подвеса; $h_0 = l(1 - \cos 2\varphi) = 2l \cdot \sin^2 \varphi \approx 2l \cdot \varphi^2 = a_0^2/2l$, т.к. $\sin \varphi \approx \varphi$ при $\varphi \ll 1$. Тогда $v_0 = a_0 \sqrt{g/l}$, а время соударения определяется соотношением:

$$\tau = C \cdot a_0^{-z} \quad (2)$$

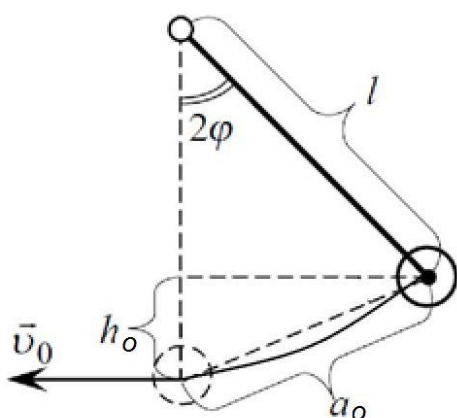


Рис. 3

которое может экспериментально подтвердить

центральный характер соударения шаров. Это соотношение может быть представлено прямой с угловым коэффициентом $-z$ на графике $\ln \tau$ как функция $\ln a_0$.

Как уже было сказано, после соударения правый шар останавливается, а левый шар-мишень приобретет скорость и отклоняется влево. Затем он доходит до крайнего положения, меняет направление движения и, вернувшись в свое исходное положение, сталкивается с неподвижным правым шаром. Происходит новое соударение, левый шар останавливается, а правый отклоняется. Начинается колебательный процесс: отклонение и возврат первого шара, соударение шаров, отклонение и возврат второго шара, соударение и т.д. Если бы весь процесс прошел без потери энергии, то правый шар поднялся бы на ту же высоту h_0 , на которой он был вначале. При этом длина дуги, на которую шар отклонится, будет a_0 . Если же имели место потери энергии, то дуга a , на которую отклонится правый шар, будет короче, чем a_0 . Потери энергии шаров W можно оценить из следующих соображений: $W \sim v^2 \sim a^2$, где v и a – максимальные значения скоростей шаров и их отклонений из положения равновесия. Поэтому:

$$\frac{\Delta W}{W} = 2 \frac{\Delta a}{a} \quad (3)$$

Относительное изменение энергии шаров в 2 раза больше относительного изменения максимального отклонения правого шара.

Потери энергии в устройстве складываются из двух частей: из потерь при движении шаров (трение в подшипниках, сопротивление воздуха) и потерь при соударениях, которые собственно и характеризуют степень упругости соударения. Полные потери энергии можно найти, измеряя уменьшение максимального отклонения правого шара за 1, 2 или 3 периода колебания с участием обоих шаров. При этом каждый период колебаний включает 2 столкновения шаров. Выделить вклад потерь при движении шаров можно, измеряя такое же уменьшение максимального отклонения правого шара, отведя левый шар таким образом, чтобы налетающий правый шар не доходил до столкновения с ним.

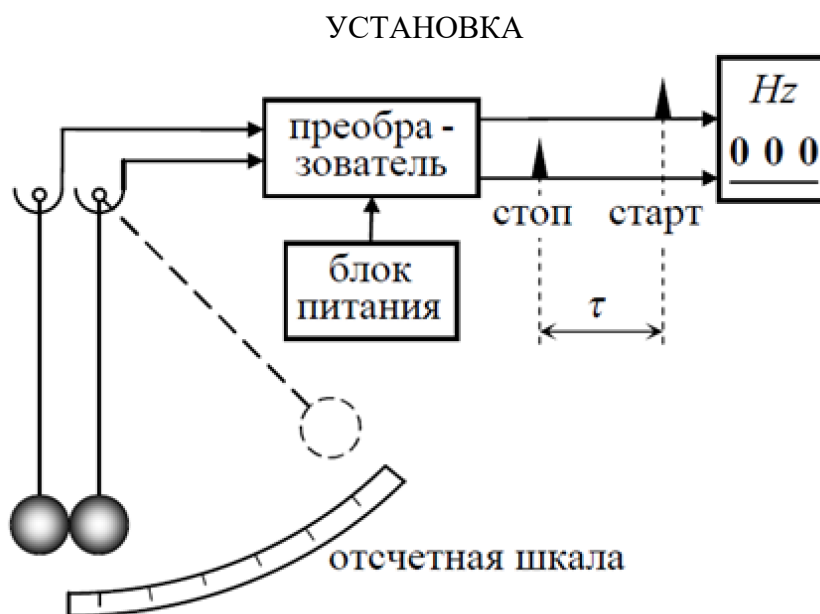


Рис. 4

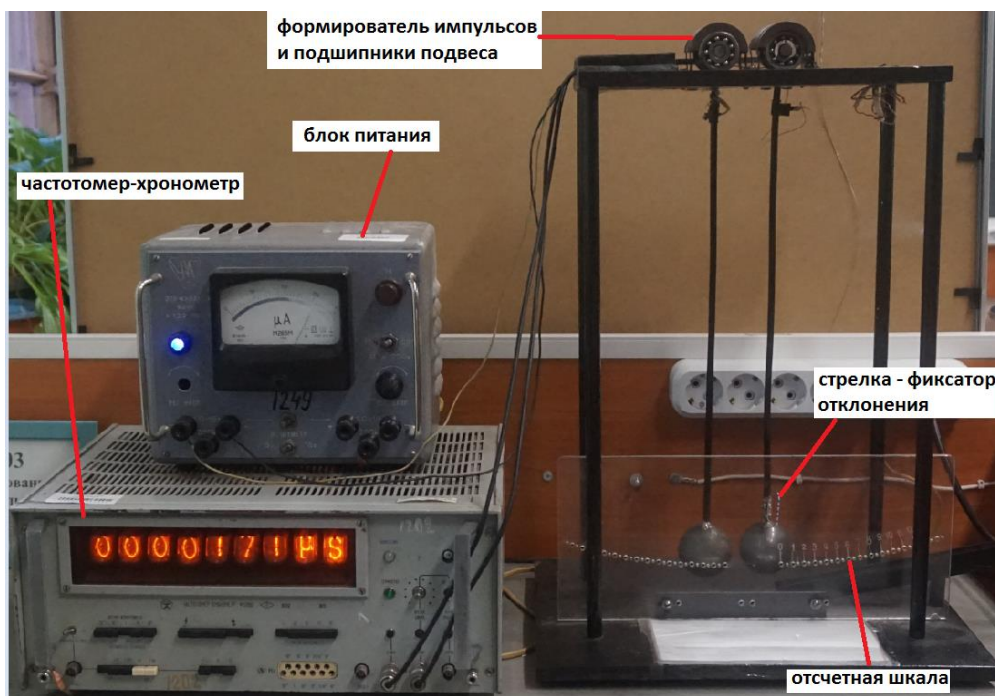


Рис.5

Развернутая схема используемой установки приведена на рис.4. Общий вид установки показан на рис.5. Она включает в себя:
исследуемые стальные шары диаметром 6 см,

подвес шаров в виде 2 стальных стержней, вторые концы которых шарнирно закреплены в подшипниках на стойке,
 отсчетную шкалу для измерения длин дуг a_0 и a ,
 стрелку – фиксатор отклонения правого шара,
 частотомер-хронометр,
 преобразователь импульсов,
 блок электропитания (не является измерительным прибором, несмотря на наличие стрелочного индикатора).

Отклонение правого шара осуществляется рукой, а степень его отклонения определяется с помощью стрелки - фиксатора по отсчетной шкале. После отпускания шар приходит в движение. Время соударения шаров измеряется частотомером-хронометром по длительности импульса тока, протекающего между шарами, пока шары находятся в механическом и, значит, в электрическом контакте. Преобразователь импульсов, включенный в электрическую схему, вырабатывает два коротких импульса, соответствующие началу и концу импульса тока через шары. Эти импульсы подаются на входы "старт" и "стоп" частотомера-хронометра, работающего в режиме измерения интервала времени между импульсами.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. При каждом значении начального отклонения a_0 трижды проведите измерение времени соударения τ . Для этого правый шар отклоните в положение a_0 см по отсчетной шкале, нажмите на кнопку «сброс» на панели частотомера, убедитесь, что индикаторное табло частотомера обнулилось, а подвес левого шара установите в вертикальное положение. После этого отпустите правый шар, измерьте и занесите в таблицу 1 значение времени соударения по показаниям частотомера.

Отклонения шара a_0 устанавливаются в интервале от 1 до 12 см через 1 см.

Таблица 1. Измеренные значения времени соударения шаров.

a_0 , см	τ_1 , мкс	τ_2 , мкс	τ_3 , мкс	$\langle \tau \rangle$, мкс	$\ln a_0$	$\ln \langle \tau \rangle$	$(\ln a_0)^2$	$(\ln \langle \tau \rangle)^2$	$\ln a_0 \cdot \ln \langle \tau \rangle$
1									
.....									
12									
Сред- ние									

Примеч.: средние значения нужно вычислить в последних 5 столбцах

2. Для определения потерь энергии в установке правый шар отклоните в положение $a_0 = 12$ см по отсчетной шкале, а подвес левого шара установите в вертикальное положение. Отпустите правый шар и после одной пары столкновений шаров визуально зафиксируйте по отсчетной шкале наибольшее отклонение правого шара a_1 . Результат запишите во 2 столбец таблицы 2.

Таблица 2. Измеренные значения наибольшего отклонения правого шара и вычисление относительных потерь энергии. $a_0 = 12$ см

n	a_n , см	$\Delta a_n/a_0$	$\Delta W_n/W_0$	$\Delta W/W_0$	a^* , см	$\Delta W^*/W_0$
1						
2						
3						
				$\langle \Delta W/W_0 \rangle =$		

3. Повторите п.2 с той разницей, что наибольшие отклонения правого шара a_2 и a_3 нужно фиксировать после 2 и 3 пар столкновений шаров. Результаты также запишите во 2 столбец таблицы 2.
4. Для определения потерь энергии при движении шаров (без учета потерь при столкновениях) правый шар отклоните в положение $a_o = 12$ см по отсчетной шкале. Левый шар отклоните влево так, чтобы не произошло соударения с правым, и удерживайте его рукой в этом положении. Отпустите правый шар и после 10 периодов свободных колебаний визуально зафиксируйте по отсчетной шкале наибольшее отклонение правого шара a^* . Результат запишите в 6 столбец таблицы 2.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Для определения экспериментальных значений параметров C и z в соотношении (2), вычислите средние значения времени соударения $\langle \tau \rangle$ для каждого a_o , значения $\ln a_o$ и $\ln \langle \tau \rangle$. Запишите их в соответствующие столбцы таблицы 1. В подвале (нижней строке) таблицы 1 запишите также средние по столбцам значения $\langle \ln a_o \rangle$ и $\langle \ln \langle \tau \rangle \rangle$.
2. Нанесите экспериментальные точки на график зависимости $\ln \langle \tau \rangle$ как функции $\ln a_o$ и выделите те из них, которое удовлетворительно укладываются на прямую.
3. Для определения параметров линейной зависимости $\ln \langle \tau \rangle = \ln C - z \ln a_o$ методом парных точек (МПТ) разбейте выделенные в п.2 точки на пары и для этих пар данные таблицы 1 поместите их в таблицу 3.

Таблица 3. Определение углового коэффициента зависимости $\ln \langle \tau \rangle = \ln C - z \ln a_o$ с помощью МПТ.

i, j	$\Delta \ln a_o \Delta$	$\ln \langle \tau \rangle$	$z_{ij} = -\frac{\Delta \ln \langle \tau \rangle}{\Delta \ln a_o}$	$z_{ij} - \langle z \rangle$	$(z_{ij} - \langle z \rangle)^2$
1, 7					
2, 8					
.....					
			$\langle z \rangle =$ $\Delta z =$		$\Sigma(z_{ij} - \langle z \rangle)^2 =$

Определение углового коэффициента линейной зависимости и его погрешности с помощью МПТ описано в учебном пособии https://physics.spbstu.ru/userfiles/files/Method_paired_points.pdf

4. Свободный член линейной зависимости $\ln C$ получается из соотношения:

$$\ln C = \langle \ln \langle \tau \rangle \rangle + z \langle \ln a_o \rangle,$$

которое означает, что прямая с найденным наклоном z проходит через «центр масс» экспериментальных точек, т.е. точку с координатами $(\langle \ln a_o \rangle, \langle \ln \langle \tau \rangle \rangle)$.

5. Альтернативным способом определения параметров линейной зависимости $\ln \langle \tau \rangle = \ln C - z \ln a_o$ является метод наименьших квадратов (МНК), также описанный в https://physics.spbstu.ru/userfiles/files/Method_paired_points.pdf

Результаты вычислений рекомендуется оформить в последних 5 столбцах таблицы 1.

6. Вычислите значения относительного изменения отклонений правого шара $\Delta a_n/a_o$ по формуле $\frac{\Delta a_n}{a_o} = \frac{a_o - a_n}{a_o}$, а также относительных потерь энергии шара $\Delta W_n/W_o$ по соотношению (4) и запишите полученные величины в таблицу 2.

7. Вычислите значения относительных потерь энергии шара $\Delta W/W_o$ за один период колебания по формуле $\frac{\Delta W}{W_o} = \frac{\Delta W_n}{nW_o}$, а также среднее значение этой величины и запишите их в таблицу 2.

8. Вычислите значение относительных потерь энергии колебаний шара $\Delta W^*/W_o$ за один период свободных колебаний по формуле: $\frac{\Delta W^*}{W_o} = 2 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{a_o - a^*}{a_o} = \frac{a_o - a^*}{5a_o}$ и запишите в таблицу 2.

9. Поскольку за один период колебаний происходит 2 соударения, то относительные потери энергии в одном соударении шаров β вычисляются по формуле:

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta W}{W_o} - \frac{\Delta W^*}{W_o} \right)$$

В п.13 отчета ответьте на вопросы:

совпадают ли друг с другом вычисленные 2 способами значения параметров z и $\ln C$?
совпадают ли найденные на опыте значения параметра z с теоретическим?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какую физическую модель можно применить для описания центрального столкновения стальных шаров?
2. Каким образом осуществляется экспериментальное определение времени соударения?
3. Как по графику полученной зависимости найти ее параметры?
4. Что такое метод наименьших квадратов? Как им пользоваться при обработке экспериментальных данных?
5. Почему в данном эксперименте при ударе шары обмениваются скоростями?