Лабораторная работа № 1.17

ЗАКОН ГУКА

Цель работы

Экспериментальное исследование справедливости закона Гука на примере растяжения пружин различной жесткости.

Задачи

1. Исследовать зависимость удлинения пружин различной жёсткости от величины приложенной силы.
2. Определить жёсткости исследованных пружин.
3. Определить жёсткость системы двух последовательно соединённых пружин.

Введение

Под действием приложенных к нему сил всякое реальное тело деформируется, т.е. изменяет свои размеры и форму. Если после прекращения действия сил тело принимает первоначальные размеры и форму, деформация называется *упругой*. Связь между силой и деформацией обычно носит сложный характер, однако для малых деформаций зависимость оказывается линейной. Пропорциональность деформации и приложенной силы была открыта в 1660 году английским ученым Робертом Гуком и носит название *закон Гука.*

Пропорциональность результата малого воздействия величине этого воздействия носит общий характер и связана с тем простым фактом, что маленький участок любой кривой $y = f(x)$ можно с хорошей точностью заменить на отрезок прямой, угловой коэффициент которой равен производной в одной из точек отрезка x_0

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Тогда

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0),$$

если $f(x_0) = 0, \quad f'(x_0) \neq 0$, то

$$f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) = f'(x_0)\Delta x = k\Delta x. \tag{1}$$

При этом соотношение (1) выполняется тем точнее, чем меньше $\Delta x = x - x_0$.

В данной работе исследуются упругие деформации пружин. Особенностью пружин является справедливость закона Гука для значительных удлинений. Требование малых деформаций при этом, однако, выполняется: при растяжении пружины ее витки раздвигаются, что приводит к скручиванию проволоки, из которой изготовлена пружина. Собственно, деформация, то есть поворот одного сечения проволоки относительно другого, при этом оказывается малой.

Рассмотрим пружину, имеющую в недеформированном состоянии длину l_0, с закрепленным концом, к которой приложена внешняя сила F. Под действием этой силы пружина растянется на величину Δl, при которой возникшая вследствие деформации сила упругости $F_{упр}$ уравновесит внешнюю силу (рис. 1). В соответствии с законом Гука

$$F_{упр} = k \cdot \Delta l \tag{2}$$

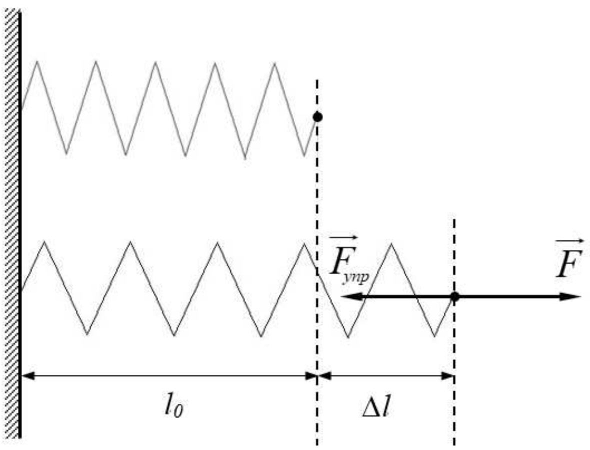


Рис.1. Деформация пружины

Коэффициент пропорциональности k называется *коэффициентом жёсткости* пружины (или просто *жесткостью*). Жесткость пружины зависит от упругих свойств материала проволоки (модуля сдвига G) и ее толщины (диаметра d), числа витков N и их диаметра D

$$k = \frac{G \cdot d^4}{8N \cdot D^3}.$$

Для экспериментальной проверки закона Гука в данной работе используется пружина, к нижнему концу которой прикрепляется груз массой m (рис. 2). Под действием силы тяжести mg пружина растягивается на Δl. В состоянии равновесия с учётом (1) и (2)

$$F_{внеш} = mg = k \cdot \Delta l \qquad (3)$$

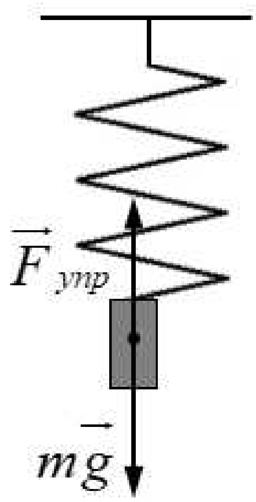


Рис. 2. Груз на одной пружине

Соотношения (2) - (3) можно проверить экспериментально, исследовав зависимость удлинения пружины Δl от величины приложенной силы (рис. 3). Зная угловой коэффициент зависимости $F(\Delta l)$, можно определить жёсткость пружины k.

Рассмотрим две пружины, соединенные последовательно, как это изображено на рисунке 3. Приложим к нижней пружине направленную вертикально вниз внешнюю силу $F = mg$.

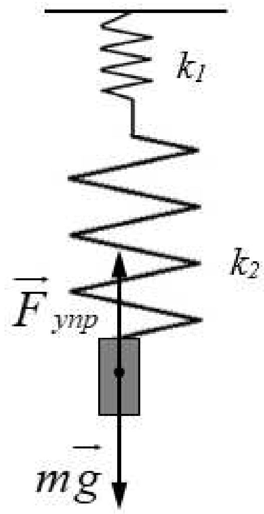


Рис. 3. Груз на двух последовательно соединенных пружинах

Под действием этой силы пружины деформируются. Пусть изменение длины первой пружины равно Δl_1, а второй пружины Δl_2, тогда, в соответствии с законом Гука, для каждой из пружин

$$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{F}{k_2}.$$

Суммарное растяжение системы из двух последовательно соединенных пружин равно

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}. \tag{4}$$

С другой стороны, в соответствии с законом Гука, это удлинение равно:

$$\Delta l = \frac{F}{k}. \tag{5}$$

Объединяя (5) и (4), получим

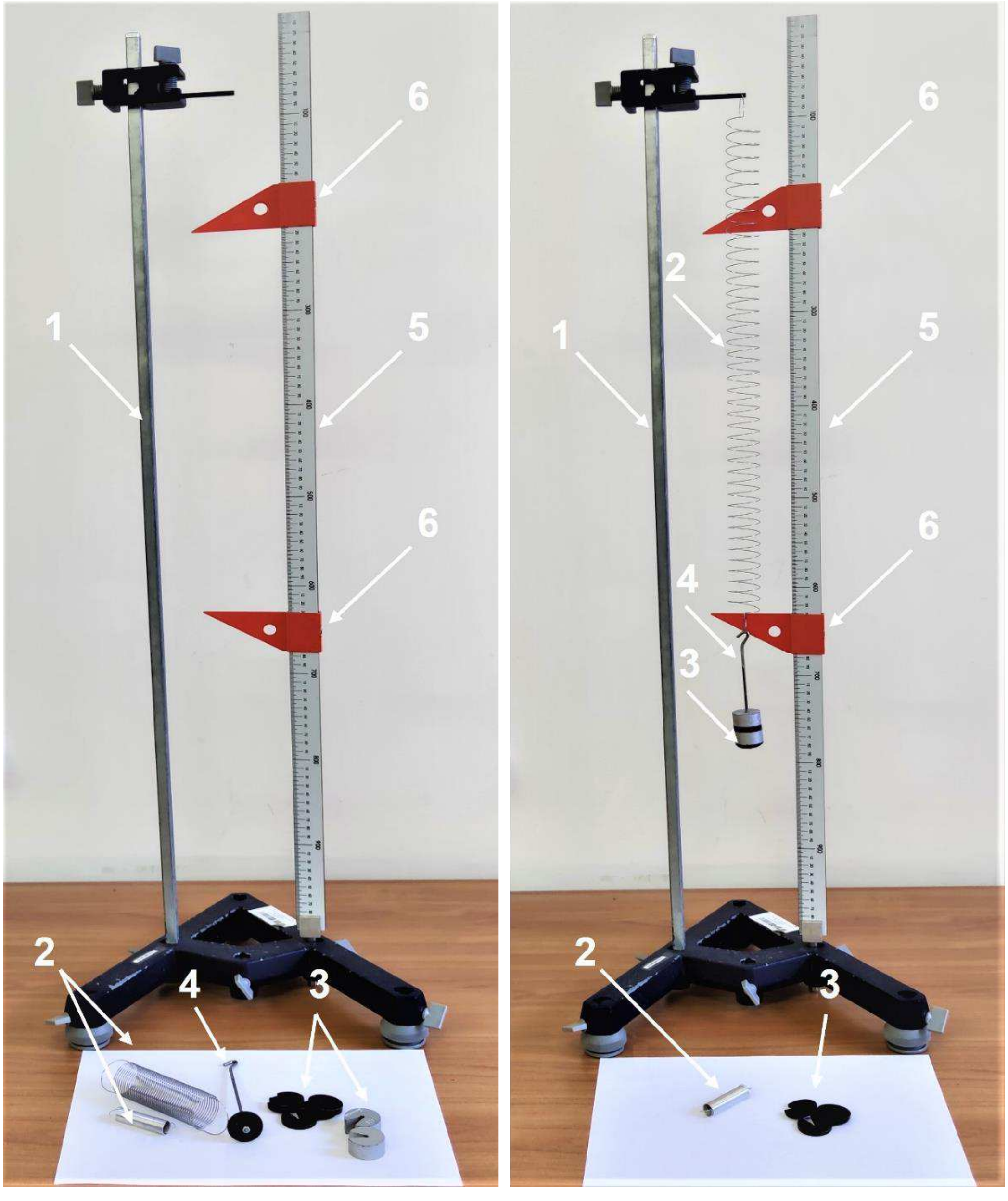
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

или

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \tag{6}$$

Экспериментальная установка

Установка для проверки закона Гука и измерения коэффициентов жесткости пружин показана на рисунке 4. Она включает в себя штатив 1, на который подвешивается одна из пружин 2. Растяжение пружины осуществляется с помощью грузиков-разновесов 3, помещаемых на платформу-держатель 4. Величина удлинения пружины измеряется линейкой 5, по которой может перемещаться пара указателей 6.



(а) (б)

Рис. 4. Общий вид установки для проверки закона Гука
перед началом работы (а) и с подвешенной пружиной (б)

Порядок проведения эксперимента

1. Подвесьте на штатив одну из указанных преподавателем двух пружин.

2. Установите указатель на уровне нижнего конца пружины. С помощью линейки определите положение указателя, соответствующее нерастянутому состоянию пружины l_0. Результат измерения запишите в таблицу 1.

3. Подвесьте к пружине платформу-держатель (массой 10 г) и запишите в таблицу 1 новое равновесное положение конца пружины l_n.

4. Последовательно увеличивайте нагрузку на пружину, помещая на платформу грузики-разновесы с шагом в 10 г, и отсчитывайте по линейке последующие равновесные положения l_n конца пружины. Проведите 8-12 измерений. Полученные значения l_n и соответствующие значения массы m (суммарной массы платформы и разновесов) занесите в таблицу 1.

5. Подвесьте на штативе вторую пружину. Проведите измерения по пп.2-4 для этой пружины. Результаты измерения также занесите в таблицу 1.

6. Зацепив одну пружину за другую, получите систему двух последовательно соединённых пружин. Проведите измерения по пп. 2-4 для системы последовательно соединённых пружин. Результаты измерения занесите в ту же таблицу 1.

Таблица 1. Зависимость удлинения Δl пружин от внешней силы F

			Пружина 1 l_{01} = м		*Пружина 2* l_{02} = м		*Система пружин* l_{03} = м	
№	m, кг	F, Н	l_{n1}, м	Δl_1, м	l_{n2}, м	Δl_2, м	l_{n3}, м	Δl_3, м
1								
2								
…								

Обработка результатов

1. Для каждой массы определите значение внешней силы

$$F = mg,$$

где g = 9,8 м/с^2– ускорение свободного падения.

2. Вычислите удлинение пружин

$$\Delta l = l_n - l_0.$$

3. На одном графике изобразите зависимости $F(\Delta l)$ для отдельных пружин и для системы последовательно соединённых пружин (экспериментальные точки каждой зависимости отметьте своим значком: кружочки, треугольники, крестики и т.п.). Убедитесь, что графики представляют собой линейные зависимости.

4. Методом парных точек определите угловые коэффициенты зависимостей – жёсткости каждой из пружин k_1, k_2 и жёсткость системы последовательно соединённых пружин k_3. Для каждого случая оформите отдельную таблицу, аналогичную таблице 2. Обратите внимание, что некоторые пружины исходно сжаты и начинают растягиваться только при определенных усилиях. Используйте для обработки только точки, лежащие на линейном участке.

Таблица 2. Определение углового коэффициента зависимости $F_{упр}(\Delta l)$ методом парных точек

Пары точек i-j	Δl_i, м	Δl_j, м	F_i, Н	F_j, Н	$k = \dfrac{\Delta F_{ij}}{\Delta l_{ij}}$, Н/м	$k_i - \langle k\rangle$, Н/м	$(k_i - \langle k\rangle)^2$, (Н/м)^2
					$\langle k\rangle=$		$\sum(k_i - \langle k\rangle)^2=$

5. Вычислите среднее значение, среднеквадратичное отклонение и случайную погрешность результата измерений жёсткости пружин.

6. Используя значения жёсткостей k_1 и k_2 отдельных пружин, полученные в п.4, вычислите расчётное значение жёсткости системы последовательно соединенных пружин k по формуле (6). Сравните полученное значение с величиной k_3, найденной с помощью метода парных точек в п.4 по экспериментальным данным.

Контрольные вопросы

1. Какие деформации называются упругими?
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Почему закон Гука выполняется для пружины даже при существенных деформациях?
4. Чему равен суммарный коэффициент жесткости двух одинаковых пружин, соединенных последовательно? Параллельно?
5. От каких параметров зависит коэффициент жесткости?

Литература

1. Савельев, И. В. Курс общей физики: учебное пособие: в 3 томах / И. В. Савельев. — 17-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2021 — Том 1: Механика. Молекулярная физика — 2020. — 436 с.
2. Иродов, И. Е. Механика. Основные законы / И. Е. Иродов. — М.: Лаборатория знаний, 2014. — 309 с.
3. Иванов, В. К. Физика. Механика. Колебания: учеб. пособие/ В. К. Иванов. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. 224 с.
4. Физика. Практическая обработка экспериментальных данных: методические указания / Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Кафедра экспериментальной физики; составители: Б. Д. Агапьев, В. В. Козловский. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.