

Лабораторная работа № 1.34
ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С
ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы

Изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела и определение момента инерции маятника Обербека.

Задачи

1. Измерить время движения маятника с грузами разной массы.
2. Определить значение момента инерции маятника Обербека.

Введение

Основное уравнение динамики вращательного движения для симметричных тел, вращающихся вокруг неподвижной оси, совпадающей с осью симметрии, имеет вид:

$$I\vec{\beta} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i, \quad (1)$$

где $\sum_{i=1}^N \vec{M}_i$ – результирующий момент сил, действующих на тело, I – момент инерции, $\vec{\beta}$ – угловое ускорение тела .

Результат действия силы при вращательном движении зависит не только от величины этой силы, но и от положения точки ее приложения. *Моментом силы* относительно некоторой точки называется векторное произведение радиус-вектора \vec{r} точки приложения силы на вектор силы \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Направлен вектор \vec{M} перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы \vec{r} и \vec{F} , причем его направление связано с направлениями \vec{r} и \vec{F} *правилом правого винта*.

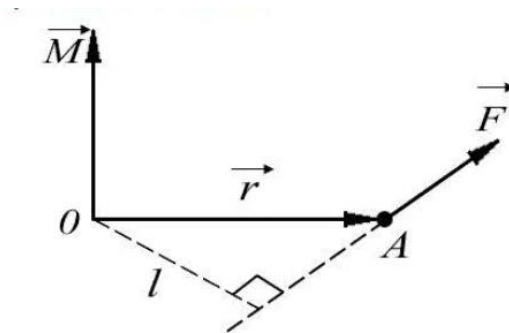


Рис.1. Вектор момента силы \vec{M}

Модуль момента силы равен

$$M = Fr \sin \alpha = Fl,$$

где l – перпендикуляр, опущенный на линию действия силы, который называется *плечом силы*.

Если при поступательном движении мерой инертности тела является его масса, то при вращательном движении инертность тела зависит от распределения массы относительно оси вращения, и мерой инертности является момент инерции тела I . В общем случае *момент инерции тела* относительно оси вращения

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где m_i – масса i -ой частицы тела (тело разбито на n частиц); r_i – расстояние от i -ой частицы до оси вращения.

Для экспериментальной проверки основного закона динамики вращательного движения в данной работе используется маятник Обербека (рис.2). Он представляет собой крестообразный маховик, на четырех стержнях которого закреплены передвижные цилиндры – привески. На одной оси с крестовиной находится шкив, на который наматывается нить с привязанным на

конце грузом. Нить перекинута через неподвижный лёгкий блок, изменяющий направление движения нити. Под действием падающего груза нить разматывается и приводит маятник в равноускоренное вращательное движение.

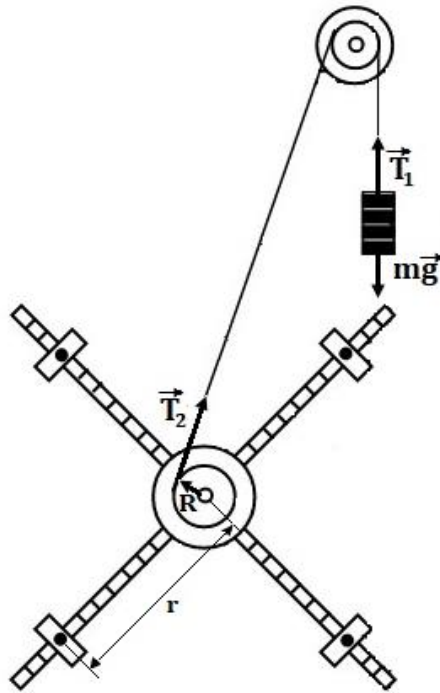


Рис.2. Маятник Обербека

Причиной поступательного движения груза массой m является действие на него силы тяжести $m\vec{g}$. Согласно II закону Ньютона:

$$ma = mg - T_1,$$

где T_1 – сила натяжения нити, действующая на груз, a – ускорение груза.

$$T_1 = m(g - a). \quad (2)$$

Причиной вращательного движения крестовины маятника является действие на него момента M_T силы натяжения нити \vec{T}_2 . Вращательному движению крестовины препятствует момент силы трения в подшипниках $M_{тр}$. Векторы \vec{M}_T и $\vec{M}_{тр}$ имеют противоположное направление, поэтому уравнение (1) в проекции на ось вращения примет вид:

$$I\beta = M_T - M_{mp},$$

$$\beta = \frac{1}{I}(M_T - M_{mp}) \quad (3)$$

Из (3) следует, что ускорение груза β должно линейно зависеть от момента силы натяжения M_T при постоянстве остальных параметров. При этом наклон прямой $\beta(M_T)$ будет зависеть от величины момента инерции вращающейся системы.

Из выражения (3) следует, что при $\beta = 0$ имеет место равенство $M_T = M_{mp}$. Поэтому, продолжая на графике прямую линию зависимости β от M_T до пересечения с осью абсцисс (проводя экстраполяцию), можно найти момент сил трения M_{mp} .

Если пренебречь массой нити, моментом инерции блока и силами трения в нем, то силы реакции нити \vec{T}_1 и \vec{T}_2 равны по абсолютной величине: $T_1 = T_2 = T$. Тогда, с учётом уравнения (2) момент силы натяжения нити относительно оси вращения шкива радиуса R равен

$$M_T = TR = m(g - a)R \approx mgR, \quad (4)$$

так как в условиях эксперимента $a \ll g$.

Ускорение опускающегося груза можно определить из уравнения равноускоренного движения (груз опускается из состояния покоя), зная высоту h и время движения груза t :

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (5)$$

Нить нерастяжима и не скользит по шкиву маятника, поэтому тангенциальное ускорение точек на поверхности шкива и линейное ускорение груза равны. Тогда угловое ускорение маятника

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (6)$$

Момент инерции маятника Обербека можно представить в виде суммы

$$I = I_k + I_{п},$$

где I_k – момент инерции крестовины без привесков; I_{Π} – суммарный момент инерции привесков.

Если привески имеют одинаковые массы m_1 и закреплены на одинаковом расстоянии r от оси, то суммарный момент инерции привесков может быть вычислен по теореме Штейнера.

$$I_n = 4I_c + 4m_1r^2,$$

где I_c - момент инерции привеска относительно оси, проходящей через центр инерции.

Таким образом, момент инерции маятника относительно оси вращения можно представить в виде

$$I = I_k + 4I_c + 4m_1r^2 = I_0 + 4m_1r^2. \quad (7)$$

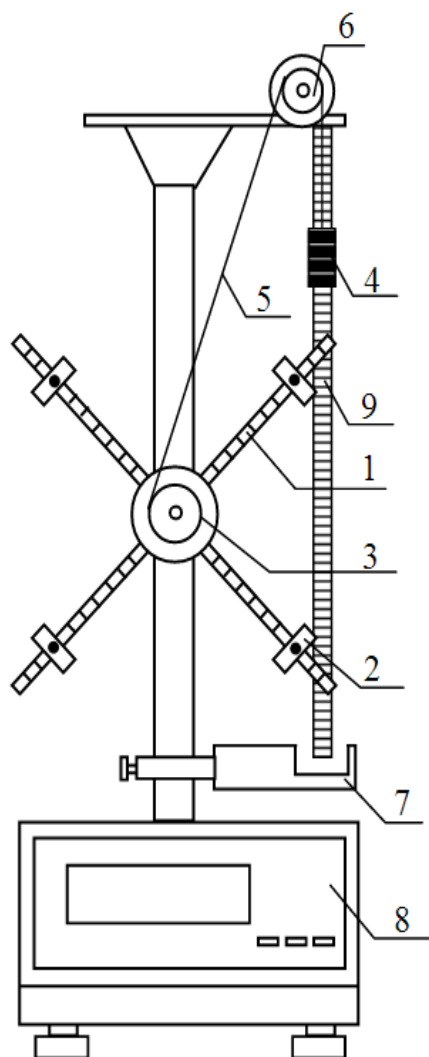
Значение постоянной составляющей момента инерции системы I_0 указано на лабораторной установке.

Экспериментальная установка

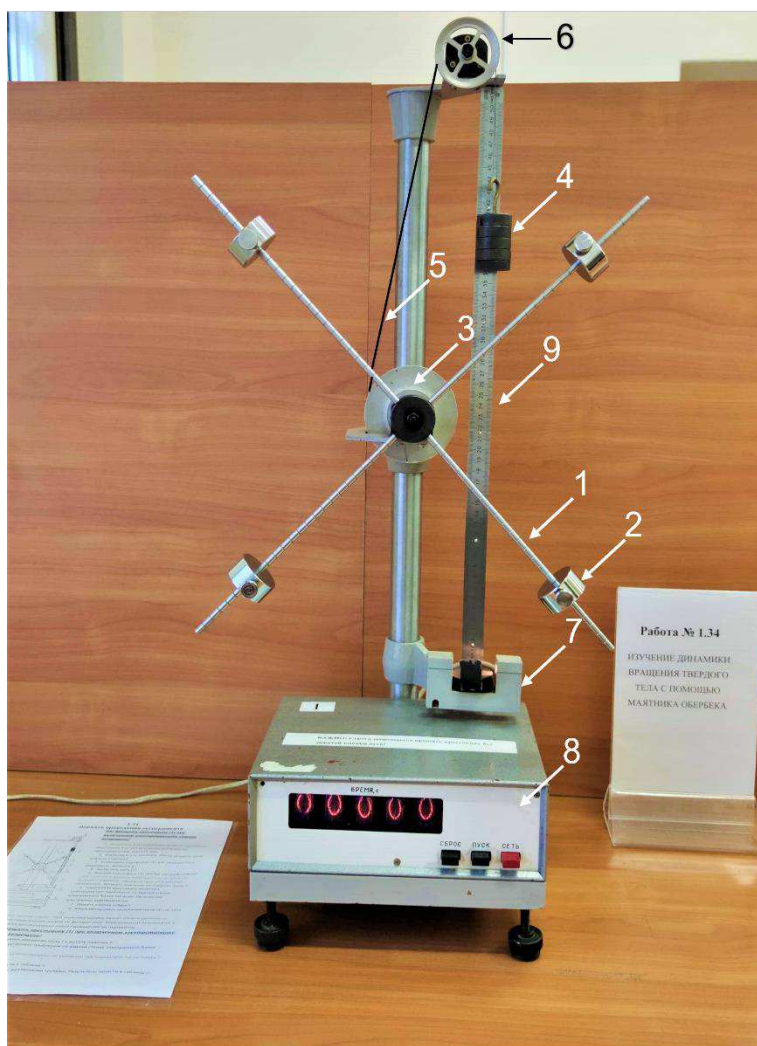
Устройство экспериментальной установки показано на рисунке 3.

На вертикальной стойке установлена вращающаяся крестовина 1, состоящая из четырех стержней с рисками через 10 мм, на которых закреплены передвижные привески 2. С крестовиной соединен двухступенчатый шкив 3, имеющий пропилены для крепления нити 5. К нити через блок 6 подвешен падающий груз 4 с разновесами. За шкивом находится электромагнитный фрикционный тормоз, который при подаче на него напряжения, останавливает вращение маятника.

Внизу стойки находится фотоэлектрический датчик 7, который останавливает отсчет времени электронным секундомером 8 при пересечении грузом светового луча. Пройденный грузом путь измеряется с помощью миллиметровой линейки 9.



(а)



(б)

Рис. 3. Общий вид экспериментальной установки: а) схема; б) фотография

Порядок проведения эксперимента

1. Установите привески симметрично на указанное преподавателем расстояние r от оси вращения и зафиксируйте их винтами.
2. Занесите в таблицу 1 значения расстояния r , радиуса шкива R , массы привеска m_1 , величину постоянной составляющей момента инерции системы I_0 и путь, проходимый грузом (указывается преподавателем).

Таблица 1. Измерение времени движения грузов разной массы

$r =$, $R =$, $m_1 =$, $I_0 =$, $h =$							
№	m , кг	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	$\langle t \rangle$, с	β , рад/с ²	M_T , Н·м
1							
2							
...							
8							

3. Нажмите на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели секундомера. При этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровой индикатор электронного секундомера, сработать электромагнитный тормоз и зафиксировать крестовину.
4. Установите на платформу необходимое количество разновесов. Массу груза m (суммарную массу платформы и разновесов) занесите в таблицу 1.
5. Нажмите и удерживайте кнопку “ПУСК”, чтобы отключить электромагнитный тормоз. Вращая крестовину против часовой стрелки, переведите груз в верхнее положение, соответствующее указанному преподавателем пути h .
6. Отпустите кнопку “ПУСК”, обнулите показания секундомера кнопкой «СБРОС».
7. Минимизируйте колебания груза на нити.
8. Нажмите кнопку “ПУСК” и удерживайте ее в нажатом положении до момента пересечения падающим грузом светового луча фотодатчика.
9. Произведите отсчет времени опускания груза t по секундомеру.
10. Для уменьшения случайной погрешности проведите измерение времени опускания груза 3 раза. Результаты измерений t занесите в таблицу 1.
11. Произведите измерения времени опускания груза (по пп.4-10) для различных значений его массы (не менее 8 раз).

ВНИМАНИЕ! Вращать крестовину при включенном электромагните строго запрещено!

При выполнении лабораторной работы на установке с отдельно стоящим секундомером включение электромагнита осуществляется тумблером на задней стенке электронного блока питания.

Обработка результатов

1. Для каждой массы m рассчитайте значения M_T , β по формулам (4) и (6), результаты занесите в таблицу 1.
2. По данным таблицы 1 постройте график зависимости $\beta(M_T)$. Убедитесь, что график представляет собой линейную зависимость.
3. Продолжая прямую до пересечения с осью M_T , определите величину момента сил трения $M_{тр}$.
4. Методом парных точек определите момент инерции маятника Обербека. Параметры выбранных пар точек внесите в таблицу 2.
5. Вычислите среднее значение, среднеквадратичное отклонение и случайную погрешность момента инерции.
6. Определите теоретическое значение момента инерции с помощью соотношения (7).
7. Сравните экспериментальное и теоретическое значения I .

Таблица 2. Определение момента инерции методом парных точек

Пары точек $i-j$	M_{Ti} Н·м	M_{Tj} Н·м	β_i рад/с ²	β_j рад/с ²	$I_{ij} = \frac{\Delta M_{Tij}}{\Delta \beta_{ij}}$, кг·м ²	$(I_{ij} - \langle I \rangle)$, кг·м ²	$(I_{ij} - \langle I \rangle)^2$, кг ² ·м ⁴
					$\langle I \rangle =$		$\sum (I_i - \langle I \rangle)^2 =$

Контрольные вопросы

1. Запишите основной закон динамики вращательного движения и дайте определения входящим в него физическим величинам.
2. Как направлены векторы угловой скорости и углового ускорения тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
3. Как влияет величина момента инерции маятника на наклон графика зависимости $\beta(M_T)$?
4. Как влияет сила трения на характер зависимости $\beta(M_T)$?

Литература

5. Савельев, И. В. Курс общей физики: учебное пособие: в 3 томах / И. В. Савельев. — 17-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2021 — Том 1: Механика. Молекулярная физика — 2020. — 436 с.
6. Иродов, И. Е. Механика. Основные законы / И. Е. Иродов. — М: Лаборатория знаний, 2014. — 309 с.
7. Иванов, В. К. Физика. Механика. Колебания: учеб. пособие/ В. К. Иванов. — СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. - 224 с.
8. Физика. Практическая обработка экспериментальных данных: методические указания / Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Кафедра экспериментальной физики; составители: Б. Д. Агапьев, В. В. Козловский. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.