Лабораторная работа 1.02

ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ МАСС

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Проверить действие принципа эквивалентности масс для набора тел одинаковой формы и установить точность его выполнения.

ЗАДАЧИ

1. Провести многократные измерения времени, за которое 3 шарика одинаковой формы и размеров, но различной массы пролетают участок фиксированной длины при свободном падении.
2. Вычислить средние значения измеренных времен для каждого шарика и их погрешности, а также попарные разности средних значений времени и сравнить их с погрешностями.
3. Определить значения ускорения, с которым движется шарик в процессе эксперимента, и сравнить его с табличным значением ускорения свободного падения.

ВВЕДЕНИЕ

В классической механике масса тела определяется через 2-ой закон Ньютона путем измерения ускорения, с которым тело движется под действием известной силы *f*:

$$m_{\text{ин}} = f/a$$

Определяемая таким путем масса $m_{\text{ин}}$ называется инертной массой. Массу того же тела можно определить через другой, независимый от 2-го закона Ньютона, закон всемирного тяготения, измеряя силу *f* его притяжения к другому телу, например, к Земле:

$$m_{\text{гр}} = fr^2/\gamma M$$

Здесь *M* − масса Земли; *γ* − гравитационная постоянная; *r* − расстояние между центром Земли и телом. Определяемая подобным образом масса $m_{\text{гр}}$ называется гравитационной.

Для того, чтобы найти соотношение между $m_{\text{ин}}$ и $m_{\text{гр}}$, рассмотрим тело 1 с массами $m_{\text{ин}}(1)$ и $m_{\text{гр}}(1)$, свободно падающее вблизи поверхности Земли под действием силы тяжести. Уравнение его движения:

$$m_{\text{ин}}(1) \cdot a(1) = \gamma \frac{m_{\text{гр}}(1) \cdot M}{R^2} \tag{1}$$

Здесь *R* − радиус Земли. Уравнение движения для любого произвольно выбранного тела 2 с массами $m_{\text{ин}}(2)$ и $m_{\text{гр}}(2)$ в тех же условиях:

$$m_{\text{ин}}(2) \cdot a(2) = \gamma \frac{m_{\text{гр}}(2) \cdot M}{R^2} \tag{2}$$

Поделив (1) на (2), получим:

$$\frac{m_{\text{ин}}(1) \cdot a(1)}{m_{\text{ин}}(2) \cdot a(2)} = \frac{m_{\text{гр}}(1)}{m_{\text{гр}}(2)} \tag{3}$$

Если окажется, что ускорения *a* равны для тел 1 и 2, то это будет означать, что инертная и гравитационная массы пропорциональны друг другу для любых тел. Галилей еще в 17 веке, до введения понятия массы и открытия закона всемирного тяготения, установил этот факт на опыте, т.е.:

$$\frac{m_{ин}(1)}{m_{ин}(2)} = \frac{m_{гр}(1)}{m_{гр}(2)} \quad \text{или} \quad \frac{m_{ин}}{m_{гр}} = Const.$$

Это отношение принимают равным единице, т.е. $m_{ин} = m_{гр}$, обе величины выражают в килограммах. Такой выбор единиц измерения приводит к значению гравитационной постоянной γ = $6.67 \cdot 10^{-11}$ $м^{3} \cdot кг^{-1} \cdot с^{-2}$. Сам Ньютон сумел подтвердить экспериментально равенство $m_{ин}$ и $m_{гр}$ с точностью 0.1%, а современные эксперименты и астрономические наблюдения показывают это с относительной погрешностью до 10^{-12}. Это равенство выражает принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс - один из фундаментальных принципов общей теории относительности, сформулированных Эйнштейном для описания гравитационных взаимодействий.

В этой лабораторной работе для проверки справедливости принципа эквивалентности измеряются времена τ пролета одного и того же участка длиной *h* при свободном падении тел (шариков) одинаковой формы, но различной массы. Для того, чтобы подтвердить выполнение принципа эквивалентности, результаты опытов должны удовлетворять двум условиям:

1. разность времен пролета разных шариков должна быть меньше, чем погрешность определения этой разности;
2. измеренное значение ускорения, с которым падают шарики должно в пределах погрешности совпадать с ускорением свободного падения *g*, которое для Санкт-Петербурга равно $9.82\ м \cdot с^{-2}$.

Если не будет выполнено хотя бы одно из этих условий, то результатов опыта будет недостаточно, чтобы подтвердить принцип эквивалентности. В проверке нуждаются оба названных условия. Поэтому, кроме измерения времен пролета τ нескольких (трех) шариков одного участка *h,* следует найти и ускорение *a*, с которым шарики участвуют в падении.

Величины τ и *h* связаны известным соотношением:

$$h = v_o\tau + \frac{a\,\tau^2}{2}$$

где v_o - скорость тела в начале участка. Ее нельзя измерить непосредственно, но можно создать условия, когда v_o будет одинаковым, и измерять времена пролета τ_1 и τ_2 участков длиной h_1 и h_2. В этом случае значение ускорения можно получить из соотношения:

$$a = \frac{2(h_1\tau_2 - h_2\tau_1)}{\tau_1\tau_2(\tau_1 - \tau_2)} \qquad (4)$$

УСТАНОВКА

Схема установки показана на Рис.1, а ее общий вид на Рис.2. Шарик из держателя 1 пролетает датчики 2 и 3. Каждый из этих датчиков состоит из светодиода, излучающего световой пучок, направленный на фотодиод. Пролетающий шарик прерывает световой пучок, и на фотодиоде формируются импульс напряжения. Затем шарик попадает в ловушку 4. Передние фронты импульсов, сформированных датчиками 2 и 3, сдвинуты на время пролета шариком расстояния *h*. Эти импульсы поступают на вход схемы 5, которая вырабатывает импульс с длительностью, равной времени пролета τ. Затем длительность этого импульса измеряется таймером 6. Держатель 1, датчики 2 и 3, а также ловушка смонтированы на вертикальной штанге 7, снабженной линейкой. Нижний датчик 3 можно перемещать по штанге, а расстояние между датчиками измеряется по линейке. В работе используются шарики одного диаметра 10 мм, изготовленные из материалов (алюминий, латунь и свинец), плотности которых различаются в несколько раз.

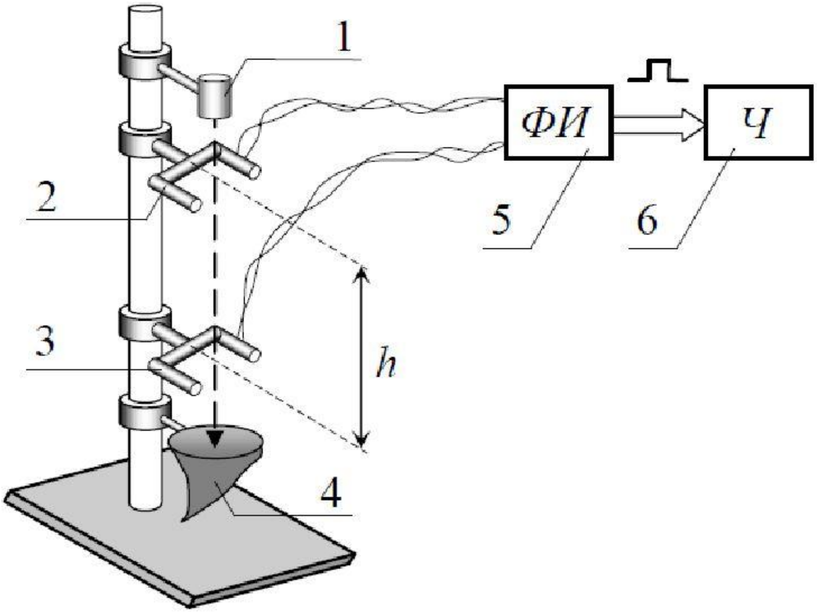

Рис. 1

Рис.2

Определение ускорения, с которым падают шарики, проводится косвенным путем на основе измерения времени пролета двух различных отрезков *h* для одного из шариков. Верхний датчик 2 и держатель 1 смонтированы в одном блоке. Расстояние между ними неизменно, что обеспечивает постоянство начальной скорости v_o, с которой шарик прилетает к верхнему датчику. Нижний датчик 3 и ловушка 4 также перемещаются вместе. В погрешность измерения времени пролета шариков дают вклады приборная погрешность таймера, случайные отклонения скорости пролета шариков через верхний датчик и систематические погрешности, обусловленные сопротивлением воздуха и архимедовой силой.

ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

1. После включения установки убедитесь в ее работоспособности, последовательно перекрывая датчики 2 и 3 рукой, затем проведите юстировку установки, перемещая датчики так, чтобы пролетающий шарик перекрывал световые пучки.
2. Установите верхний датчик 2 с держателем 1 в верхнее положение на штанге, а нижний датчик 2 с ловушкой 4 в нижнее положение так, чтобы расстояние между датчиками *h* было около 50 см, и запишите это расстояние шапку таблицы 1.
3. С каждым шариком сделайте 15 измерений времени пролета и занесите результаты в таблицы 1 - 3.

Таблица 1. Время пролета ………. шарика расстояния *h* = …… см

№	τ_i , мс	τ_i - $<\tau>$, мс	$(\tau_i - <\tau>)^2$, мс^2
1			
2			
15			
	$<\tau> = \frac{1}{15}\sum \tau_i$		$\sum(\tau_i - <\tau>)^2 =$

Таблицы 2 и 3 составляются по той же форме, все таблицы готовятся до начала занятия.

4. Переместите **нижний** датчик 2 вверх по штанге так, чтобы расстояние между датчиками уменьшилось примерно в 2 раза.
5. Для одного из шариков сделайте также 15 измерений времени пролета для нового значения *h* и занесите результаты в таблицу 4. Таблица 4 составляется по той же форме, что таблица 1.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Вычислите средние значения времени пролета каждого шарика в каждой серии измерений и их случайные погрешности по формуле:

$$\Delta\tau_k = t_{\alpha,15}\sqrt{\sum\frac{(\tau_i - <\tau>_k)^2}{15\cdot 14}}, \qquad (5)$$

выбрав значение доверительной вероятности α и по нему коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,15}$.

2. Вычислите попарные разности $<\tau>_k - <\tau>_j$ средних времен пролета разных шариков в сериях с одинаковым расстоянием между датчиками (таблицы 1 – 3) и найдите максимальное среди них значение $\max[<\tau>_k - <\tau>_j]$.
3. Вычислите погрешность $\max[<\tau>_k - <\tau>_j]$ по формуле:

$$\Delta\tau_{kj} = \sqrt{(\Delta\tau_k)^2 + (\Delta\tau_j)^2} \qquad (6)$$

4. По значениям $<\tau>$ и h для шарика, с которым измерения проведены при пролете шариком разных расстояний, вычислите ускорение его падения a по формуле (4). Сравните его с табличным значением ускорения свободного падения g = 9.82 м·с$^{-2}$.

5. Для оценки погрешности измерения a воспользуйтесь формулой (5.4) из пособия https://physics.spbstu.ru/userfiles/files/practice_treatment.pdf :

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial \tau_1}\Delta\tau_1\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \tau_2}\Delta\tau_2\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial h_1}\Delta h_1\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial h_2}\Delta h_2\right)^2} \qquad (7)$$

Нужные для вычислений частные производные имеют вид:

$$\frac{\partial a}{\partial \tau_1} = -a\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} + \frac{h_2}{h_1\tau_2 - h_2\tau_1}\right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau_2} = -a\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} - \frac{h_1}{h_1\tau_2 - h_2\tau_1}\right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial h_1} = \frac{2}{\tau_1(\tau_1 - \tau_2)}$$

$$\frac{\partial a}{\partial h_2} = -\frac{2}{\tau_2(\tau_1 - \tau_2)}$$

Рекомендуется вычислять отдельно каждый из вкладов в подкоренном выражении для *a.*

6. В п.12 отчета поместите соотношение между $\max[<\tau>_k - <\tau>_j]$ и погрешностью его определения $\Delta\tau_{kj}$, а также значение ускорения падения шариков *a.*

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1.В чем состоит идея экспериментальной проверки принципа эквивалентности масс?

2.Как измеряется время пролета фиксированного расстояния в этой работе.

3.Как обеспечивается постоянство начальной скорости v_o, с которой шарик пролетает верхний датчик.