

## Работа 1.03

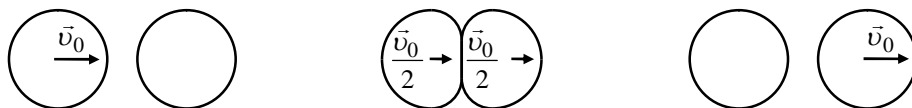
### ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ СТАЛЬНЫХ ШАРОВ

#### Задача

1. Измерить время центрального соударения двух стальных шаров в зависимости от их относительной скорости.
2. Найти параметры этой зависимости, оценить их погрешности; обработку провести двумя способами: методом парных точек и методом наименьших квадратов.

#### *ВВЕДЕНИЕ*

Центральное столкновение двух идентичных стальных шаров моделирует абсолютно упругий удар, происходящий без изменения энергии и импульса системы шаров. При центральном ударе вектор относительной скорости шаров проходит через их центры, а это означает, что векторы скоростей шаров направлены вдоль прямой, по которой осуществляется движение.



*Рис1*

Первоначально один шар неподвижен, а другой приближается к нему со скоростью  $v_0$  (рис. 1). Время, в течение которого шары соприкасаются, называется временем соударения (обозначим его  $\tau$ ). По истечении этого времени, как следует из законов сохранения энергии и импульса, шары обмениваются скоростями: в лабораторной системе отсчета двигавшийся вначале шар остановится, а покоившийся - приобретет скорость  $v_0$ . В течение времени  $\tau$  шары деформированы. Деформация достигает наибольшего значения к моменту времени  $\tau/2$ . В этот момент шары покоятся в системе центра масс, а в лабораторной системе отсчета их скорости одинаковы и составляют  $v_0/2$ . Тогда же полная механическая энергия шаров складывается из двух равных частей – кинетической энергии и потенциальной энергии упругой деформации. Далее, вплоть до разлета шаров, потенциальная энергия непрерывно превращается в кинетическую.

Пока шары деформированы в области их контакта, который представляет собой круг (он называется "круг давления"), действуют значительные силы реакции, приводящие к изменению скоростей шаров. Если в системе центра масс эти силы одинаково воздействуют на оба шара, то в лабораторной системе они тормозят двигавшийся шар и ускоряют покоившийся. В результате взаимодействия к моменту разлета шары обмениваются скоростями. Силы реакции нелинейно зависят от продольной деформации шаров  $\Delta$ . Это определяется тремя причинами:

- 1) неодинаковой продольной деформацией шаров в различных точках круга давления;

- 2) изменением диаметра круга в процессе столкновения шаров;
- 3) возникновением нелинейных поперечных деформаций.

Все это приводит к нарушению закона Гука. Точное решение задачи о столкновении шаров дает степенную зависимость времени соударения от относительной скорости сталкивающихся шаров :

$$\tau = k \cdot v_0^Z \quad (1)$$

где  $k$  - постоянная, а  $Z = -0.2$ .

В лабораторной установке шары расположены на концах тонких железных стержней, верхним концом шарнирно укрепленных в подшипниках.

Для сообщения начальной скорости правый шар отклоняется на некоторый угол  $2\varphi$  от вертикали, а затем отпускается (рис. 2). Скорость  $v_0$  в момент столкновения определяется дугой  $a$ . Пренебрегая массой стержня и трением в шарнире, а также считая угол  $2\varphi$  малым из закона сохранения энергии получим:

$v_0 = \sqrt{2gh}$ . Из рис. 2 легко найти величины  $a = 2 \cdot l \cdot \varphi$ , где  $l$  - длина стержня;

$h = a \cdot \sin(\varphi) = a \cdot \varphi = a^2 / 2 \cdot l$ , т.к. при  $\varphi \ll 1$   $\sin(\varphi) \approx \varphi$ . Тогда  $v_0 = a \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$ ,

а время соударения определяется соотношением:

$$\tau = C \cdot a^{-1/5} \quad (2)$$

которое и подлежит экспериментальной проверке.

### УСТАНОВКА

Схема используемой экспериментальной установки приведена на рис. 3. Установка состоит из исследуемых стальных шаров, шарнирно закрепленных на стойке, отсчетной шкалы, стрелки-фиксатора начального отклонения правого шара, частотомера-хронометра, преобразователя импульсов и блока электропитания. Отклонение правого шара, которое осуществляется рукой, определяется с помощью стрелки-фиксатора по отсчетной шкале. После отпускания шар приходит в движение.

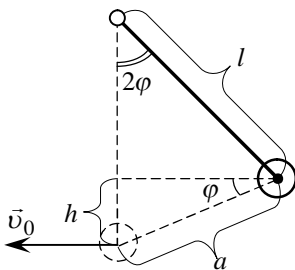


Рис.2

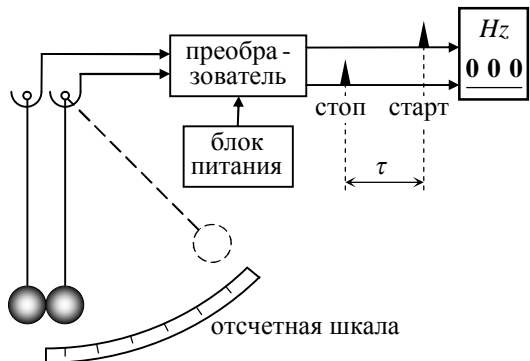


Рис.3

Время соударения шаров измеряется частотомером-хронометром по длительности импульса тока, протекающего между шарами, пока шары находятся в механическом, а значит, и в электрическом контакте. Преобразователь импульсов, включенный в электрическую схему, вырабатывает два коротких импульса, соответствующих началу и концу импульса тока через шары. Именно эти импульсы подаются на входы "старт" и "стоп" частотомера-хронометра, работающего в режиме измерения интервала времени между импульсами.

### ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. При выполнении работы для заданного значения  $a$  троекратно проведите измерение времени соударения  $\tau$ , результаты занесите в приведенную ниже таблицу, по ним вычисляются средние значения  $\langle \tau \rangle$ . Отклонения шара устанавливаются в интервале от 1 до 12 см через 1 см.

Таблица

$a$ , см	$\ln(a)$	$\ln\langle \tau \rangle$	$\langle \tau \rangle$ , мкс	$\tau_1$ , мкс	$\tau_2$ , мкс	$\tau_3$ , мкс

2. Для определения экспериментальных значений параметров  $C$  и  $Z$ , входящих в выражение (2) оно предварительно логарифмируется и сводится к более простой линейной зависимости:

$$\ln(\tau) = Z \cdot \ln(a) + \ln(C) \quad (3)$$

в которой роль аргумента выполняет  $\ln(a)$ , а функции -  $\ln(\tau)$ .

Постройте полученную зависимость в координатах  $(\ln(a), \ln(\tau))$  - для этого в таблице предусмотрены две специальные колонки. Убедитесь в линейности зависимости на фоне случайного экспериментального разброса. По проставленным на графике точкам проведите прямую линию так, чтобы точки в среднем одинаково располагались по обе стороны от прямой. Из графика оцените  $\ln(C)$  и  $Z$ :  $\ln(C)$  - это координата пересечения прямой с вертикальной осью,  $Z$  - угловой коэффициент данной прямой.

3. Для более точного определения искомых параметров воспользуйтесь методом наименьших квадратов, позволяющим найти  $Z$ ,  $\ln(C)$ ,  $\Delta Z$ ,  $\Delta \ln(C)$ .

4. Сравните значения  $Z$  и  $\ln(C)$ , полученные графически и методом наименьших квадратов. Сделайте выводы о точности графического определения параметров линейной зависимости.

5. Сравните значения  $Z \pm \Delta Z$ , найденное методом наименьших квадратов с теоретическим значением  $Z \cong -0.2$ . Сделайте выводы о соответствии теории и эксперимента.

6. Проведите анализ экспериментальных погрешностей. Следует принять во внимание, что случайные погрешности эксперимента учитываются при статистической обработке полученной зависимости методом наименьших квадратов. Неучтенные систематические погрешности

связаны с пренебрежением массой стержней, крепящих шары, а также с предположением о малости энергетических потерь в установке, что служит основанием для применения закона сохранения энергии.

В том, что массой стержней, действительно, можно пренебречь, нетрудно убедиться после измерения геометрических размеров стержней и шаров. Полагая их удельные плотности одинаковыми, вычислите и сравните их массы.

Потери энергии в установке оцениваются по изменению наибольшей высоты подъема правого шара после повторного столкновения. Воспользовавшись связью  $h$  и  $a$ , можно найти  $\Delta h = \frac{dh}{da} \cdot \Delta a = \frac{a \cdot \Delta a}{l}$  -, где  $\Delta a$  - изменение наибольшего отклонения правого шара. Относительные потери энергии после двух столкновений шаров равны  $\frac{Mg\Delta a}{Mgh} = 2 \cdot \frac{\Delta a}{a}$ . Следовательно, потери при одном столкновении составят  $\frac{\Delta a}{a}$ . Оцените эту величину экспериментально.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какую физическую модель можно применить для описания центрального столкновения стальных шаров?
2. Каким образом осуществляется экспериментальное определение времени соударения?
3. Как по графику полученной зависимости найти ее параметры?
4. Что такое метод наименьших квадратов? Как им пользоваться при обработке экспериментальных данных?
5. Почему в данном эксперименте при ударе шары обмениваются скоростями?