

## Работа 1.08

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

#### Цель

Изучение колебаний поршня, сжимающего столб воздуха, и вычисление показателя адиабаты воздуха.

#### Задачи

1. Измерить собственные частоты колебаний поршня в трубке при условиях, когда возвращающая сила создается:
  - a) магнитным полем;
  - б) магнитным полем и адиабатически сжимаемым воздухом.
2. По собственным частотам вычислить показатель адиабаты воздуха.
3. В режиме б) получить резонансную кривую

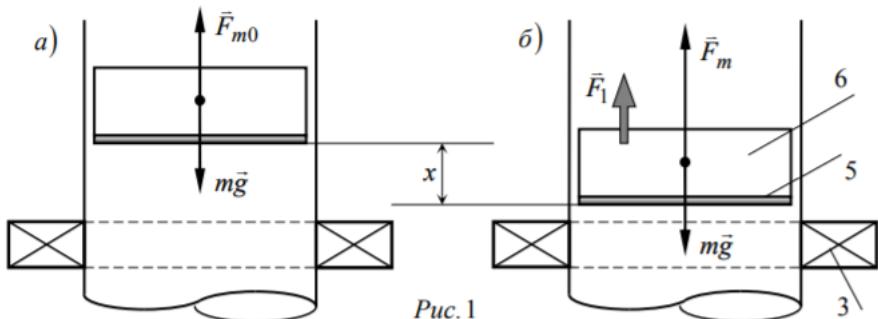
#### ВВЕДЕНИЕ

Показателем адиабаты  $\gamma$  называется безразмерный параметр в уравнении адиабатического процесса, т.е. такого процесса с термодинамической системой, который происходит без обмена теплотой с окружающими телами:

$$P \cdot V^\gamma = \text{const} \quad (1)$$

Здесь Р и V – давление и объем порции газа. Для идеального газа (а воздух при нормальных условиях близок по свойствам к идеальному газу)  $\gamma = C_p/C_v$ , а  $C_p$  и  $C_v$  - теплоемкости газа (воздуха) при постоянном давлении и объеме, соответственно.

В этой работе для определения показателя адиабаты воздуха исследуют колебания поршня в вертикальной трубке (Рис.1). Поршень 6 поддерживается в трубке магнитным подвесом, иначе из-за подтекания воздуха между поршнем и стенкой трубы он опустился бы вниз. В нижний торец поршня 6 заделан постоянный магнит 5. Другой постоянный магнит - кольцевой 3 - помещен снаружи трубы. Оба они намагничены вертикально, а их одноименные полюса обращены друг к другу. При равновесии сила отталкивания магнитов уравновешивает силу тяжести поршня  $F_{m0} = mg$  (Рис. 1а), где m - масса поршня, g - ускорение свободного падения. Если сместить поршень из положения равновесия, равенство этих сил нарушится. На Рис.1б показано смещение поршня вниз на некоторое расстояние x. Из-за сближения магнитов сила их отталкивания увеличилась и превзошла силу тяжести. На поршень действует результирующая сила  $F_1 = F_m - mg$ , направленная (в нашем примере - вверх) против смещения. При малых смещениях поршня сила  $F_1$  приблизительно пропорциональна смещению:



$$F_1 = -K_1 x \quad (2)$$

Когда нижний торец трубы закрыт, на поршень действует дополнительная сила, вызванная разностью давлений по разные стороны поршня и также направленная против смещения:

$$F_a = S(P - P_o) = -K_a x \quad (3)$$

Здесь  $S = \frac{1}{4}\pi D^2$  - площадь поперечного сечения поршня,  $D$  - его диаметр,  $P_o$  и  $P$  - давления в открытой и закрытой камерах трубы.

Результирующая сила, возвращающая поршень в положение равновесия:

$$F_2 = F_1 + F_a = -K_2 x \quad (4)$$

где  $K_2 = K_1 + K_a$ , а  $K_2$ ,  $K_1$  и  $K_a$  – общий коэффициент жесткости механической системы и коэффициенты жесткости магнитного подвеса и столба воздуха.

Предметом изучения в этой работе служат упругие свойства воздуха, поэтому нужно вычислить жесткость  $K_a$ :

$$K_a = -S \frac{dP}{dx} = -S^2 \frac{dP}{dV} \quad (5)$$

Здесь  $V$  - объем закрытой (нижней) камеры.

За период колебания поршня воздух в камере не успевает заметно обмениваться теплом со стенками. Поэтому процессы сжатия и разрежения воздуха при колебаниях поршня можно считать адиабатическими.

Дифференцирование соотношения (1) по объему дает  $V^\gamma \cdot \frac{dP}{dV} + P \cdot \gamma \cdot V^{\gamma-1} = 0$ . Отсюда искомая производная:

$$\frac{dP}{dV} = -\gamma \cdot \frac{P_o}{V_o} \quad (6)$$

Здесь  $V_o$  - объем нижней камеры в положении равновесия поршня, т.е. при давлении в камере, равном внешнему, атмосферному, давлению  $P_o$ .

Учитывая (3) и (5), получаем:

$$K_a = \gamma \cdot \frac{P_o}{V_o} \cdot S^2 = \gamma \cdot \frac{P_o}{V_o} \cdot \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 \quad (7)$$

Если поршень вывести из положения равновесия и отпустить, он будет совершать свободные колебания с собственной частотой:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (8)$$

Если действует еще и внешняя гармоническая сила  $F = F_m \cdot \cos(2\pi ft)$ , то установятся вынужденные колебания поршня с частотой вынуждающей силы  $f$ . Их амплитуда зависит от этой частоты. При частотах  $f$ , близких к собственной частоте  $f_o$ , амплитуда колебаний сильно возрастает. Это явление называют резонансом, частоту, при которой амплитуда максимальна, - резонансной частотой, а зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты называют резонансной кривой. Если трение мало, резонансная частота практически совпадает с собственной. Поэтому, измерив две резонансные частоты: при трубке, открытой с обоих торцов

$$f_{o1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1}{m}} \quad (9)$$

и при трубке, закрытой с одного торца

$$f_{o2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{m}} \quad (10)$$

можно вычислить жесткость столба воздуха

$$K_a = 4\pi^2(f_{o2}^2 - f_{o1}^2) \cdot m \quad (11)$$

и показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{64mV_o}{P_o D^4} (f_{o2}^2 - f_{o1}^2) \quad (12)$$

## УСТАНОВКА

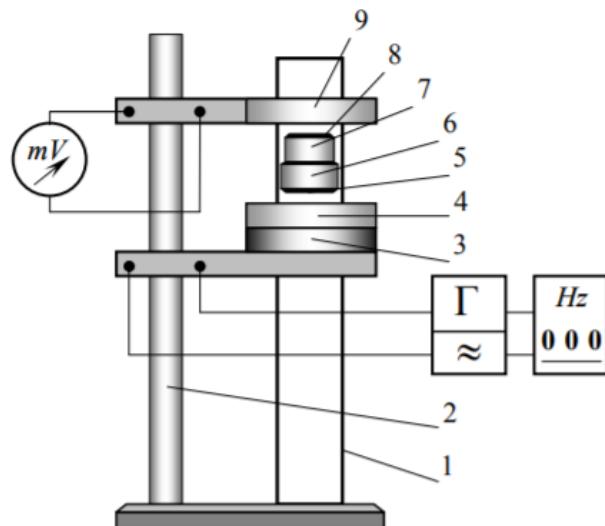


Рис. 2

Схема установки показана на Рис. 2. Обозначения узлов и деталей те же, что на Рис. 1. Стеклянная трубка 1 укреплена на штативе 2. Постоянные магниты 5 и 3 обеспечивают магнитный подвес поршня. Нижний торец трубы открывается и закрывается при помощи резиновой пробки, размещенной у основания штатива (на схеме не показана). Над кольцевым магнитом 3 расположена возбуждающая колебания поршня катушка 4. Генератор синусоидального напряжения  $\Gamma$  создает в ней ток. Взаимодействие переменного магнитного поля этой катушки с постоянным магнитом 5 является источником вынуждающей силы регулируемой частоты  $f$ .

При колебаниях поршня постоянный магнит 8 индуцирует в измерительной катушке 9 ЭДС, которая пропорциональна амплитуде колебаний поршня. Эту ЭДС измеряют милливольтметром  $mV$ . Магниты 5 и 8 разнесены на некоторое расстояние друг от друга с помощью немагнитного стержня 7 (на рисунке показан коротким), чтобы уменьшить прямую магнитную связь между возбуждающей 4 и измерительной 9 катушками.

На рис. 3 показана фотография установки с пояснительными надписями. Часть верхней части трубы с поршнем, магнитами, возбуждающей и измерительной катушками выделена на фотографии белой рамочкой и показана в верхнем левом углу в увеличенном масштабе.



Рис. 3

### ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Некоторые исходные данные, необходимые для расчетов: масса поршня  $m$ , его диаметр  $D$  и объем нижней камеры  $V_0$  - измерены до сборки установки; их значения и погрешности измерения указаны на рабочем месте. Занесите их в п.5 протокола. При помощи настенного барометра измерьте атмосферное давление  $P_0$ , занесите в протокол результат измерения и его погрешность.
2. Подготовьте к работе установку. Убедитесь в возможности наблюдения резонанса. Для этого, плавно изменяя частоту в диапазоне 5-20 Гц, визуально наблюдайте за изменениями амплитуды колебаний поршня. При этом следует следить за тем, чтобы амплитуда колебаний стержня не превышала заметно высоту измерительной катушки 9. В противном случае частота, при которой наблюдается максимум напряжения на катушке, не будет совпадать с резонансной. Чтобы привести амплитуду колебаний поршня в норму нужно уменьшить выходное напряжение генератора. Проделайте это при открытой и закрытой нижней камере.
3. При открытой нижней камере установите резонансную частоту колебаний поршня  $f_{01}$  и измерьте ее значение. Для этого, плавно меняя частоту генератора, добейтесь максимального показания милливольтметра и сделайте отсчет значения частоты по встроенному в генератор частотомеру. Т.к. измерение частоты требует некоторого времени, то первое показание частотомера соответствует усредненному значению частоты в ходе настройки в резонанс, и его следует пропустить. Проведите многократные (10 - 15 раз) измерения резонансной частоты  $f_{01}$ . Результаты запишите в Табл. 1 с точностью до 0.01 Гц.

Табл.1. Резонансные частоты колебаний поршня в открытой  $f_{01}$  и закрытой  $f_{02}$  камерах.

№	$f_{01}$ , Гц	$f_{01} - \langle f_{01} \rangle$ , Гц	$(f_{01} - \langle f_{01} \rangle)^2$ , Гц <sup>2</sup>	$f_{02}$ , Гц	$f_{02} - \langle f_{02} \rangle$ , Гц	$(f_{02} - \langle f_{02} \rangle)^2$ , Гц <sup>2</sup>
1						
2						
...						
10						

4. Резиновой пробкой закройте нижнюю камеру и вновь проделайте операции, указанные в п. 3. Результаты также заносите в Табл. 1.

5. Для закрытой нижней камеры вновь установите режим резонанса. Подберите выходное напряжение генератора и диапазон милливольтметра так, чтобы стрелка милливольтметра отклонялась примерно на 90% его шкалы. Снимите зависимость напряжения на измерительной катушке от частоты, изменяя частоту генератора в обе стороны от резонансной. Шаг изменения частоты выбирайте так, чтобы между соседними точками напряжение изменялось примерно на 10% от резонансного значения. Добейтесь, чтобы по каждую сторону от резонансной частоты было получено 6-7 точек. При этих измерениях следует поддерживать постоянным выходное напряжение генератора. Результаты заносите в Табл. 2.

Табл. 2 Резонансная кривая колебаний поршня в закрытой камере.

№	$f_0 = \dots$ Гц	$U_m = U(f_0) = \dots$ мВ	
	$f$ , Гц	$U$ , мВ	$U / U_m$
1			
.....			
14			

6. Вычислите средние значения резонансных частот  $\langle f_{01} \rangle$  и  $\langle f_{02} \rangle$ , а по формуле (12) - показатель адиабаты воздуха. Примеры вычислений поместите в п.9 отчета.

7. Заполните полностью Табл.1: вычислите частные значения отклонения резонансных частот от среднего и их квадраты, а затем абсолютные погрешности резонансных частот по правилам оценки случайных погрешностей результатов прямых измерений (см. [«Практическая обработка экспериментальных данных»](#)). Примеры вычислений и значения погрешностей занесите в п.10 отчета.

8. Оцените относительную погрешность измерения показателя адиабаты  $\delta\gamma$ :

$$\delta\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \sqrt{(\delta m)^2 + (\delta V_o)^2 + (\delta P_o)^2 + (4\delta D)^2 + (\delta(f_{02}^2 - f_{01}^2))^2} \quad (13)$$

Все слагаемые под корнем означают квадраты относительных погрешностей соответствующих величин. Последнее слагаемое в (14) вычисляйте по формуле:

$$\delta(f_{02}^2 - f_{01}^2) = 2 \frac{\sqrt{(f_{02} \cdot \Delta f_{02})^2 + (f_{01} \cdot \Delta f_{01})^2}}{f_{02}^2 - f_{01}^2} \quad (14)$$

Прежде чем производить вычисления по (13), сопоставьте относительные погрешности отдельных величин и отбросьте малые. Вычислите абсолютную погрешность показателя адиабаты и запишите окончательный результат измерения. Примеры вычислений и значения погрешностей занесите в п.10 отчета.

9. Запишите в п.12 отчета значение показателя адиабаты с погрешностью, округленные по правилам, описанным в учебном пособии [«Практическая обработка экспериментальных данных»](#).

10. Заполните полностью Табл.2: вычислите для каждого измерения отношение показания вольтметра к максимальному из них (резонансному  $U_m$  ). Постройте на миллиметровке резонансную кривую - зависимость отношения  $U/U_m$  от частоты  $f$  .

11. Сравните полученное значение показателя адиабаты воздуха с табличным значением, сделайте вывод по проделанной работе.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. На основании какого соотношения вычисляется сила упругости адиабатически сжимаемого газа? Почему следует оговаривать, что именно адиабатически производится сжатие-разрежение газа?
2. Почему нельзя непосредственно измерить жесткость адиабатически сжимаемого воздуха и приходится измерять две резонансные частоты?
3. Какова роль возбуждающей 4 и регистрирующей 9 катушек? Почему они разнесены на значительное расстояние?