

Министерство образования Российской Федерации

Приоритетный национальный проект «Образование»

**Инновационная образовательная программа Санкт-Петербургского
государственного политехнического университета**

О.И. Коньков

СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ И ПРОВЕРКА ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ МАСС

Методические указания к лабораторной работе

Санкт-Петербург
Издательство СПбГПУ
2007

УДК

Коньков О.И.

Свободное падение тел и проверка принципа эквивалентности масс.

Методические указания к лабораторной работе. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2007. 16 с.

Рецензент: проф. доктор физико-математических наук *Петров В.Н.*

Пособие соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины «Физика» направления бакалаврской подготовки 010700

Предназначено для студентов физических факультетов СПбГПУ всех направлений бакалаврской подготовки, выполняющих работы лабораторного практикума по курсу общей физики.

Табл. 3, Илл. 4., Библиография 5 назв.

Работа выполнена в рамках реализации инновационной образовательной программы

Санкт-Петербургского государственного политехнического университета

**«РАЗВИТИЕ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
ПОДГОТОВКИ КАДРОВ В ИННОВАЦИОННОЙ СРЕДЕ
НАУКИ И ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ ПРОИЗВОДСТВ
СЕВЕРО-ЗАПАДНОГО РЕГИОНА РОССИИ»**

Печатается по решению редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

© Коньков О.И., 2007

© Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет, 2007

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Гравитацией называется взаимное притяжение тел, действующее на все объекты во Вселенной. Согласно классическому закону всемирного тяготения И.Ньютона, все тела притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними; она не зависит от других свойств тел.
2. Силу, с которой тело притягивается к Земле под действием ее гравитационного поля, называют силой тяжести.
3. Свободное падение — движение, которое совершает тело под действием силы тяжести, без учета сил сопротивления. При свободном падении тело движется с постоянным ускорением — это равноускоренное движение.
4. Ускорение свободного падения — ускорение, сообщаемое свободной материальной точке силой тяжести.

1. СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ

Падение тела — движение тела в поле тяготения Земли с начальной скоростью, равной нулю. Падение тела происходит под действием силы тяжести, зависящей от расстояния r до центра Земли, и силы сопротивления среды (воздуха или воды), которая зависит от скорости v движения. На падение тела влияет также суточное вращение Земли с угловой скоростью $\omega \approx 0,0000729 \text{ рад/с}$. На экваторе центробежное ускорение максимально: $\omega^2 r = 3,39 \text{ см/с}^2$, что составляет $1/228$ долю от гравитационного ускорения силы тяжести, равного на экваторе $983,42 \text{ см/с}^2$. На экваторе центробежная сила прямо противоположна силе притяжения и поэтому вычитается из последней, что дает полное ускорение свободного падения $g = 980,03 \text{ см/с}^2$. На полюсах центробежная сила отсутствует и не дает боковой составляющей.

Значение гравитационного ускорения на поверхности можно приблизительно подсчитать, представив планету точечной массой M , и вычислив гравитационное ускорение на расстоянии ее радиуса R :

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (1)$$

где G — гравитационная постоянная ($6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$).

Если применить эту формулу для вычисления гравитационного

ускорения на поверхности Земли ($M = 5,9736 \cdot 10^{24}$ кг, $R = 6371,032$ км — средний радиус) мы получим

$$g = \frac{6,6742 \cdot 10^{-11} \cdot 5,9736 \cdot 10^{24}}{(6371 \cdot 10^6)^2} = 9,822 \frac{м}{с^2}$$

Полученное значение приблизительно совпадает с ускорением свободного падения. Отличия обусловлены:

- центробежным ускорением в системе отсчета, связанной с вращающейся Землей;
- неточностью формулы из-за того, что масса планеты распределена по объему, который, кроме того, имеет нешарообразную форму (геоид);
- неоднородностью Земли.

Если пренебречь несферичностью Земли и влиянием ее вращения (ввиду малости ω), а также сопротивлением воздуха, что практически всегда можно делать при падении тела или с очень малой высоты (когда скорость падения мала) или с очень большой высоты (когда основная часть пути проходит в безвоздушном пространстве), то движение центра тяжести падающего тела будет происходить по прямой, направленной к центру Земли. При падении с очень малой по сравнению с радиусом Земли R высоты h , зависимостью силы тяготения от r можно пренебречь и считать, что центр тяжести тела движется с постоянным ускорением g_0 (ускорение силы тяжести). Т.е. это равноускоренное движение. Для описания такого движения удобно выбрать систему координат с осью x , направленной вертикально вниз. Тогда вектор ускорения g_0 направлен вертикально вниз.

Основные формулы равноускоренного движения в случае свободного падения принимают вид:

$$v_x(t) = g_0 t \tag{2}$$

$$x(t) = x_0 + \frac{g_0 t^2}{2}$$

При падении с большой высоты h необходимо учитывать зависимость силы тяготения от расстояния $r = R + h - x$. Ускорение центра тяжести падающего тела изменяется при этом по закону: $g(r) = g_0 \frac{R^2}{r^2}$.

Основное влияние вращения Земли на падение тела с малой высоты учитывается прибавлением к силе тяготения переносной (центробежной)

силы инерции. Сумма этих двух сил дает направленную по вертикали силу тяжести P , под действием которой и происходит падение. При этом ускорение свободного падения (ускорение силы тяжести) g несколько отличается от g_0 как численно, так и по направлению и зависит от географической широты. Величина скорости также определяется формулой (2) с заменой в ней g_0 на g . Дополнительное влияние вращения Земли, учитываемое введением силы Кориолиса, вызывает в первом приближении отклонение падающих тел от вертикали к востоку.

Учет сопротивления среды существенно изменяет закон падения. Пока скорость падения меньше скорости звука (в воздухе при $u < 300 \text{ м/с}$),

сила сопротивления $F = \frac{1}{2} C_x \rho S u^2$, где S — площадь миделевого сечения

тела, ρ — плотность воздуха, C_x — коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела. При таком законе сопротивления, если считать ρ и g постоянными, с возрастанием x скорость u стремится к

$u_{пр} = \frac{2\rho}{C_x \rho S}$, называемой предельной скоростью падения. Когда C_x и S

достаточно велики, значение u становится близким к $u_{пр}$ на небольшом начальном участке пути и дальнейшее падение происходит с практически постоянной скоростью $u_{пр}$.

Значение g было определено как «среднее» в каком-то смысле ускорение свободного падения на Земле, примерно равно ускорению свободного падения на широте $45,5^\circ$ на уровне моря. Реальное ускорение свободного падения в разных частях Земли варьирует от $9,789 \text{ м/с}^2$ на экваторе до $9,823 \text{ м/с}^2$ на полюсах.

Зависимость ускорения свободного падения от географической широты θ определяется выражением

$$g = 978,03 \cdot (1 + 0.00529 \cdot \sin^2 \theta)$$

Измерением и изучением распределения ускорения силы тяжести по поверхности Земли занимается специальный раздел астрономии — гравиметрия. Это распределение позволяет не только получить величину сжатия Земли, но и найти отклонения фигуры геоида от точного эллипсоида и, кроме того, получить важные сведения о внутреннем строении Земли.

Таблица 1

Гравитационное ускорение на различной высоте h над Землей

h , км	g , м/с ²	h , км	g , м/с ²
0	9.8066	20	9.7452
1	9.8036	50	9.6542
2	9.8005	80	9.5644
3	9.7974	100	9.505
4	9.7943	120	9.447
5	9.7912	500	8.45
6	9.7882	1000	7.36
8	9.7820	10 000	1.50
10	9.7759	50 000	0.125
15	9.7605	400 000	0.0025

2. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ МАСС

Самой важной особенностью гравитационного поля, известной в ньютоновской теории и положенной Эйнштейном в основу его новой теории, является то, что гравитация совершенно одинаково действует на разные тела, сообщая им одинаковые ускорения независимо от их массы, химического состава и др. свойств. Так, на поверхности Земли все тела падают под влиянием ее гравитационного поля с одинаковым ускорением — ускорением свободного падения g . Этот факт был установлен опытным путем еще Г. Галилеем и может быть сформулирован как принцип строгой пропорциональности гравитационной, или тяжелой, массы m_T , определяющей взаимодействие тела с гравитационным полем и входящей в закон всемирного тяготения, и инертной массы m_I , входящей во второй закон Ньютона. Этот принцип получил название принципа эквивалентности.

В общей теории относительности различают «слабый принцип эквивалентности» и «сильный принцип эквивалентности». Сильный принцип эквивалентности можно сформулировать так: в каждой точке пространства-времени в произвольном гравитационном поле можно выбрать «локально-инерциальную систему координат», такую, что в достаточно малой окрестности рассматриваемой точки законы природы будут иметь такую же форму, как и в не ускоренных декартовых системах координат, где под

«законами природы» подразумевают все законы физики. Слабый принцип отличается тем, что слова «законы природы» заменяются в нем словами «законы движения свободно падающих частиц». Смысл его заключается в том, что, сообщив наблюдателю некоторое постоянное ускорение, можно полностью имитировать поле тяготения.

Слабый принцип — это не что иное, как другая формулировка наблюдаемого равенства гравитационной и инертной масс, в то время как сильный принцип представляет собой обобщение наблюдений за влиянием гравитации на любые физические объекты.

Исходя из таких предположений, Эйнштейн и получил свои уравнения для описания гравитационного поля в общей теории относительности. Уравнения эти весьма сложны. Они позволяют интерпретировать гравитацию как поле искривления пространства. В пустоте, т.е. при отсутствии материальных тел, пространство — время Эйнштейна совпадает с обычным трехмерным евклидовым пространством и подчиняется всем теоремам геометрии Евклида. Но в присутствии материальных тел пространство — время искривляется, причем, чем ближе к телу и чем больше его масса, тем искривление больше.

Теория Эйнштейна дала правильный количественный результат для ряда эффектов, необъяснимых с точки зрения теории Ньютона. Таковы эффект искривления луча света вблизи тяготеющей массы, эффект движения перигелия Меркурия и эффект красного смещения спектральных линий излучения звезд под действием тяготения.

В чем заключается принцип и возникающая в связи с этим проблема эквивалентности масс. Инертная масса некоторого тела m_I характеризует сопротивление, оказываемое этим телом любому изменению его скорости, как по величине, так и по направлению и присутствует во втором законе Ньютона, а тяжелая масса m_T характеризует интенсивность взаимодействия между двумя телами и присутствует в законе всемирного тяготения:

$$F = m_T \frac{G \cdot M}{R^2} \quad (3)$$

где M — масса планеты,

r — расстояние между центрами взаимодействующих тел — в данном случае тела и планеты.

G — гравитационная постоянная $(6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1})$.

Или

$$F = g \cdot m_T \quad (4)$$

где $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$ — ускорение свободного падения.

Согласно второму закону Ньютона

$$F = a \cdot m_I \quad (5)$$

где a — ускорение тела. Поэтому, приравнявая (4) и (5), имеем

$$a \cdot m_I = g \cdot m_T \quad (6)$$

Эксперименты, которые начал проводить еще Галилей, показали, что скорость падения тел на Землю не зависит от их массы т.е. $a = g$.

Поэтому $m_I = m_T$, что и составляет принцип эквивалентности масс.

При этом равенство определяется выбором коэффициента пропорциональности — гравитационной постоянной G .

Если справедлив принцип эквивалентности, то на поверхности Земли все тела падают под влиянием ее гравитационного поля с одинаковым ускорением — ускорением свободного падения g . А значит, время пролета фиксированного расстояния при свободном падении тел различной массы одинаково. Таким образом, исследуя законы свободного падения можно проверить принцип эквивалентности.

В рамках классических представлений так никому и не удалось объяснить, почему инертная масса тела равна его тяжелой массе. Как выразился профессор математики Нью-Йоркского университета М. Клайн, «Равенство этих масс столь же необъяснимо, как если бы ежегодное количество свадеб в Нью-Йорке совпадало бы с количеством ослов в Индии» [1].

Численное значение G было определено впервые английским физиком Г. Кавендишем (1798), измерившим в лаборатории силы притяжения между двумя шарами

Сегодня эта постоянная известна до четвертого знака. В.Д. Ляховец в статье «Проблемы метрологического обеспечения измерений гравитационной постоянной» приводит таблицу:

Таблица 2

Страна	Год	Значение $G, 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кг} \cdot \text{с}^2$
СССР	1977	$6,6745 \pm 0,0008$
Франция	1972	$6,6714 \pm 0,0006$
США	1982	$6,6726 \pm 0,0005$

Гравитационная постоянная G остается до сих пор одной из наименее точно измеренных фундаментальных констант. Из таблицы следует, что хотя относительная погрешность отдельных измерений по странам составляет 10^{-4} , само значение гравитационной определено с погрешностью 10^{-3} . Задача о более точном определении G еще далеко не снята с повестки дня.

Поскольку в основе теории тяготения Эйнштейна лежит принцип эквивалентности, его проверка с максимально возможной точностью является важнейшей экспериментальной задачей. Сама форма закона гравитации (пропорциональность силы массам и обратная пропорциональность квадрату расстояния) проверена с гораздо большей точностью, чем точность определения коэффициента G . Впервые (1890 - 1906) прецизионная проверка равенства инертной и гравитационной масс была произведена Л. Этвешем, который нашел, что массы совпадают с ошибкой $\sim 10^{-8}$. В 1959 - 64 американские физики Р. Дикке, Р. Кротков и П. Ролл уменьшили ошибку до 10^{-11} .

Самую высокую точность сравнения пары алюминий-платина до 10^{-12} достигли в Московском государственном университете в 1971 году В.Б. Брагинский и В.И. Панов [3]. Их эксперимент сводился к измерению свободного падения пробных тел на Солнце.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Проверить применимость законов равноускоренного движения при свободном падении тел.
2. Проверить справедливость принципа эквивалентности.

ЗАДАЧИ РАБОТЫ

1. Измерить зависимость времени пролета телом (на примере металлического шара) некоторого фиксированного расстояния от величины этого расстояния.
2. Определить применимость выражения (2) для описания полученной зависимости
3. Определить ускорение свободного падения.
4. Провести перечисленные исследования для тел различной массы, но одинаковых геометрических размеров.
5. Сравнить полученные величины ускорений свободного падения.

ТЕМЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ

1. Равноускоренное движение.
2. Гравитация.
3. Падение тел в поле силы тяжести.
4. Ускорение свободного падения.
5. Принцип эквивалентности масс.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Установка для исследования свободного падения (Рис. 1) состоит из штатива, на котором установлены две перемещающиеся консоли 1 и 2, электронного измерителя временных интервалов и набора стальных шаров.

Положение штатива регулируется винтами на его основании. Консоли на штативе фиксируются винтами.



Рис. 1. Установка для исследования свободного падения

На консоли 1 (Рис. 2) укреплен зажим 3, удерживающий стальной шар 4. Зажим имеет ручной привод и удерживает шар только при нажатии на кнопку на конце тросика управления 5.

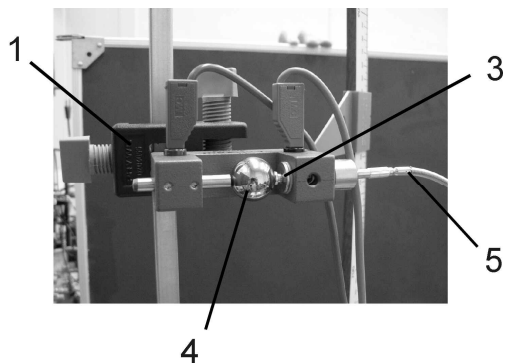


Рис. 2. Верхняя консоль (1).

На консоли 2 (Рис. 3) укреплен электромагнитный датчик 6 падения шара с чашкой-ловушкой 7.

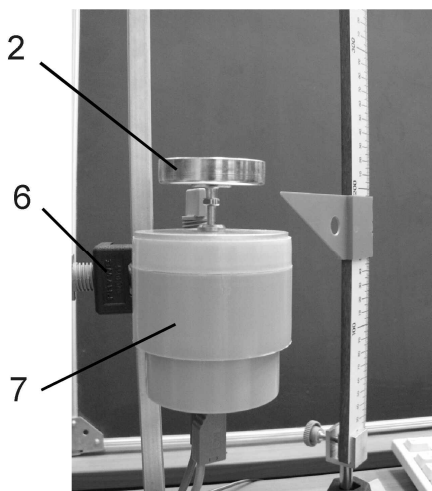


Рис. 3. Нижняя консоль (2)

Измерение расстояния пролета h как расстояния между зажимом консоли 1 и ловушкой производится линейкой, закрепленной на штативе.

Измерение времени пролета Δt производится измерителем временных интервалов *Digitalcounter* (Рис. 4).

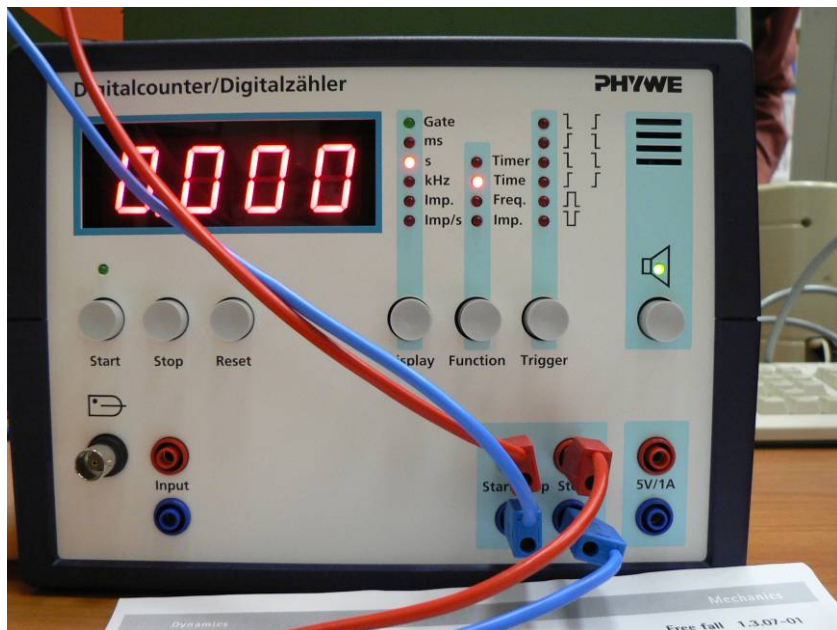


Рис. 4. Измеритель временных интервалов *Digitalcounter*

Прибор измеряет промежуток времени между моментами:

1. Начало падения шара, когда отпускается зажим на консоли 1 и разрывается электрическая цепь, замыкаемая шаром. Так что в данной установке можно использовать шары, выполненные только из проводящего материала.
2. Конец падения, когда шар достигает ловушки, ловушка под действием веса шара опускается и срабатывает электромагнитный датчик. Так что для правильного проведения эксперимента требуется каждый раз перед проведением измерений поднимать ловушку в верхнее положение.

Устройство автоматической регистрации времени полета шарика обеспечивает погрешность измерения времени 0,001 с. Включение

устройства осуществляется кнопкой «Power». Электрические цепи консолей 1 и 2 соединены проводами с соответствующими разъемами устройства.

Электронный измеритель — многофункциональный прибор. В данной работе для измерения интервала времени — времени пролёты шаром некоторого расстояния, переключатели и кнопки на лицевой панели должны находиться в положении, изображенном на Рис. 4. Начало измерений производится нажатием кнопки «Start», остановка измерений — кнопкой «Stop», сброс показаний — кнопкой «Reset».

Шары металлические, одинакового диаметра, но разного веса.

Для измерения веса шаров используются электронные весы, а для измерения диаметра шаров (при необходимости) — микрометр. Измерительные приборы находятся у лаборанта.

ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

1. В данном эксперименте производится измерение времени Δt пролёта шаром известного расстояния h при нулевой начальной скорости. В этом случае выражение (2) превращается в:

$$h = \frac{g \cdot \Delta t^2}{2},$$

так что

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(7)

Перед началом проведения измерений рассчитайте время пролёта для одного из расстояний h , характерных для данной установки.

2. Проверьте комплектность установки, правильность ее сборки, подключения проводов и установки переключателей и кнопок на передней панели измерителя временных интервалов в соответствии с описанием.

3. Проверьте и при необходимости отрегулируйте с помощью уровня вертикальность штатива и горизонтальность ловушки.

4. Проверьте надежность фиксации шара в зажиме 3.

5. Проверьте попадание шара в ловушку при отпускании зажима. При необходимости отрегулируйте.

6. Включите измеритель интервалов и проведите контрольное измерение времени пролёта. Сравните его с рассчитанным в п.1

7. Проведите измерения времени пролёта в зависимости от расстояния не менее чем для 10 различных расстояний, для каждого из расстояний не

менее 3 раз. Изменение расстояния можно проводить как передвижением консоли 1, так и 2. Результаты занесите в таблицу 3. Дополните таблицу.

8. Проведите измерения для других шаров. Результаты занесите в таблицу с указанием номера и массы шара.

9. Постройте график зависимости $\Delta t^2 = f(h)$ для каждого шара. В соответствии с выражением (7) график должен представлять прямую линию с наклоном $g/2$, проходящую через начало координат. Оцените качественно линейность зависимости. Укажите на отклонения от теоретической зависимости и объясните причины.

10. По методу парных точек вычислите угловой коэффициент полученной зависимости и определите ускорение свободного падения. Оцените погрешность.

11. Сравните между собой полученные для разных шаров величины g . Сравните полученные величины с теоретическими и табличными.

12. Для уточнения результатов при необходимости учтите дополнительные факторы: вращение и нешарообразность Земли, сопротивление воздуха и др.

13. Сделайте выводы в соответствии с методическими указаниями [5].

Обратите внимание на соответствие выводов поставленной цели.

Таблица 3

	Шар № (масса, r)			
$h, \text{ см}$	$\Delta t_1, \text{ с}$	$\Delta t_2, \text{ с}$	$\Delta t_3, \text{ с}$	$\langle \Delta t \rangle, \text{ с}$

ПРИМЕР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

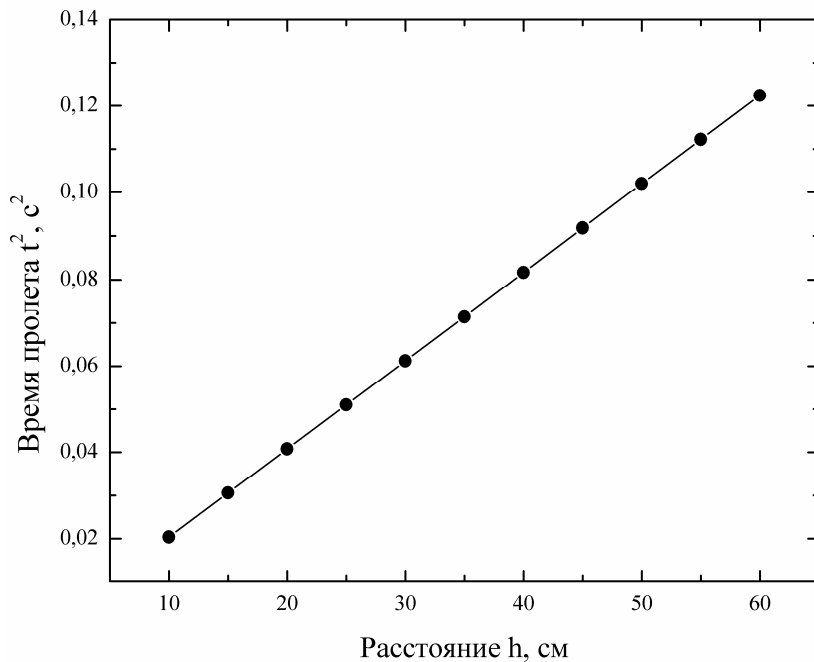


Рис. 5. Зависимость времени пролета Δt шаром №1 фиксированного расстояния h от величины этого расстояния

ЛИТЕРАТУРА

1. Клайн М., Математика. Поиск истины. М., 1988.
2. Быковский О.А., Проблемы современной физики. Алма-Ата, Гылым. 1995
3. ЖЭТФ, 1971, т.61, № 3, с.873
4. <http://www.phywe.de>
5. Кожевников Н.М., Организация и проведение занятий в лаборатории физического практикума, СПб, Изд-во СПбГПУ, 2006

Коньков Олег Игоревич

**СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ И ПРОВЕРКА ПРИНЦИПА
ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ МАСС**

Методические указания к лабораторной работе

Редактор:

Компьютерная верстка: *М.П.Коробков*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

Печать произведена с оригинал-макета предоставленного автором			
Подписано в печать		Формат	
Печать офсетная.	Усл. печ. л.	Уч.-изд. л.	Тираж
Заказ		С	

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет.
Издательство СПбГПУ,
член Издательско-полиграфической ассоциации вузов Санкт-Петербурга.
Адрес университета и издательства:
195251, Санкт-Петербург, Политехническая, 29.