

Лабораторная работа №1.19

МОДУЛЬ УПРУГОСТИ

Цель работы

Экспериментальное определение модуля упругости различных материалов методом изгиба стержня.

Задачи

1. Измерить величину прогиба стержней, изготовленных из разных материалов, в зависимости от приложенной силы.
2. Вычислить модуль упругости исследованных материалов.

Введение

Изменение формы или размеров тела, вызванное действием внешних сил называют деформацией. Различают упругие и пластические деформации. Деформации называются упругими, если тело после прекращения действия силы способно восстановить первоначальную форму и размер. Пластическими или остаточными называются деформации, сохраняющиеся в теле после прекращения действия силы.

Отношение силы, вызвавшей деформацию, к площади поперечного сечения называют *напряжением*

$$\sigma = \frac{dF}{dS} \quad (1)$$

Допустим, что сила F приложена к стержню с первоначальной длиной x_0 как показано на рисунке 1. Под действием этой силы стержень удлинится на величину Δx . Изменение длины стержня называется *абсолютным удлинением (деформацией)*

$$\Delta x = x - x_0.$$

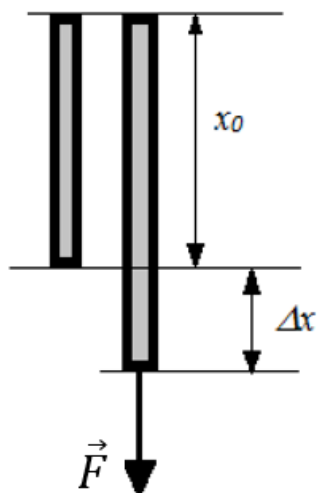


Рис. 1. Деформация стержня

Отношение абсолютного удлинения к начальной длине называется *относительным удлинением (относительной деформацией)*

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}. \quad (2)$$

Кривая зависимости между напряжениями и деформациями материала называют *диаграммой растяжения (диаграммой деформации)*. На рисунке 2 изображена диаграмма продольного растяжения стержня.

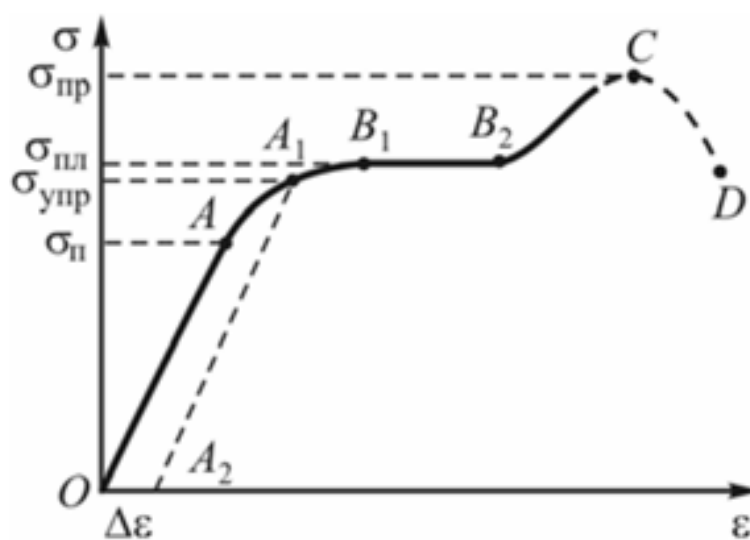


Рис.2. Диаграмма растяжения

Максимальное напряжение, при котором сохраняется прямая пропорциональная зависимость между σ и ε , называется *пределом пропорциональности* σ_n . На участке OA деформация является упругой и описывается законом Гука. Выше точки A относительная деформация увеличивается быстрее, чем напряжение, в результате исчезает линейная зависимость между σ и ε .

Напряжение $\sigma_{упр}$, соответствующее предельному значению, при котором деформации еще остаются упругими, называется *пределом упругости*. Обычно в практических расчетах пределы пропорциональности и упругости принимают одинаковыми.

При напряжениях бóльших, чем $\sigma_{упр}$, в стержне после прекращения действия внешней силы имеют место остаточные или пластические деформации. В этом случае стержень возвращается к ненапряженному состоянию по линии A_1A_2 , а не по A_1AO . Напряжение, при котором появляется заметная остаточная деформация (порядка 0,2 %), называется *пределом пластичности* $\sigma_{пл}$. Участок B_1B_2 получил название участка *текучести* материала или участка *пластических деформаций*. На этом участке относительная деформация для некоторых материалов возрастает без увеличения нагрузки. Материалы, для которых участок текучести значительный, называют *вязкими* или *пластичными* (влажная глина, вар, каучук и др.). Материалы, у которых участок текучести практически отсутствует, называют *хрупкими* (стекло, кирпич, бетон и др.).

После прохождения площадки текучести материал вновь оказывает сопротивление деформации и для его удлинения необходимо увеличить нагрузку — напряжение возрастает. Максимальное напряжение $\sigma_{пр}$, возникающее в стержне до разрушения (точка C), называется *пределом прочности*. При напряжении, близком к пределу прочности материала, в одном из сечений тела образуется сужение, называемое *шейкой*. Напряжение здесь возрастает в сравнении с другими местами тела, поскольку площадь сечения шейки уменьшается, что приводит, в итоге, к разрыву тела. Соответствующий участок на графике обозначен пунктиром.

При малых внешних воздействиях величина напряжения, возникающего в стержне, прямо пропорциональна относительной деформации

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности E называют *модулем упругости* и в случае продольных деформаций – *модулем Юнга*. Он зависит только от материала стержня и его физического состояния, например, от температуры. Модуль Юнга численно равен напряжению, которое нужно создать в стержне, чтобы его длина удвоилась, если бы при такой деформации закон Гука ещё оставался справедливым.

В зависимости от точек приложения внешних сил (см. рисунок 3) и их направления различают разные виды деформации: сжатия, растяжения, кручения, сдвига, изгиба.

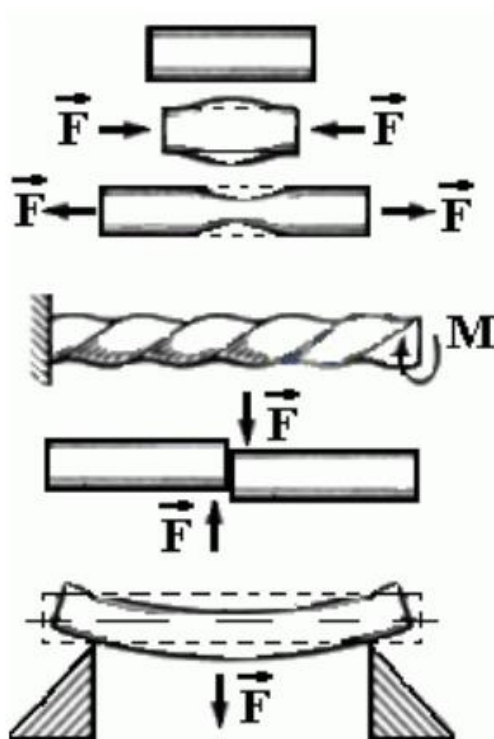


Рис.3. Виды деформаций

В данной работе изучается деформация стержня, лежащего на опорах, к середине которого подвешивается груз массой m (рис. 4). Под действием внешней силы F , равной силе тяжести груза mg , стержень подвергается деформации изгиба. Практически при изгибе тонких и узких стержней принято

измерять не деформацию, а *стрелу прогиба* λ – смещение середины стержня в направлении, перпендикулярном его продольной оси. При изменении внешней силы F изменяется величина прогиба λ . Если нагрузка на стержень не превышает предела упругости материала, из которого он изготовлен, то стрела прогиба линейно зависит от величины внешней силы (закон Гука). Для стержня прямоугольного сечения эта зависимость имеет следующий вид:

$$\lambda = \frac{1}{4a} \left(\frac{l}{b} \right)^3 \frac{F}{E}, \quad (4)$$

где l – длина, a – ширина, b – толщина стержня, E – модуль упругости.

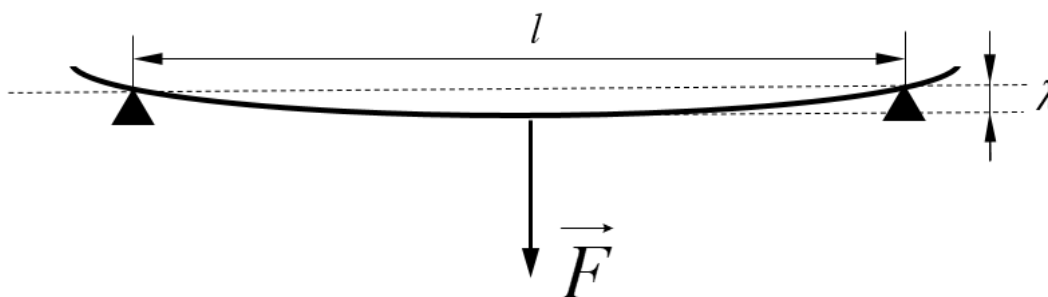


Рис.4. Возникновение деформации изгиба

Построив зависимость стрелы прогиба от величины приложенной силы λ (F), можно найти угловой коэффициент этой зависимости

$$\gamma = \frac{1}{4aE} \left(\frac{l}{b} \right)^3$$

и, следовательно, определить модуль упругости материала исследуемого стержня

$$E = \frac{1}{4a\gamma} \left(\frac{l}{b} \right)^3 \quad (5)$$

Экспериментальная установка

Лабораторная установка по определению модуля упругости представлена на рисунке 5.

Установка состоит из двух штативов 1, на верхних концах которых имеются держатели 2 и 3. В держателях 2 закреплена горизонтальная штанга 5, к середине которой с помощью держателя 6 прикрепляется измеритель смещения – индикатор 7.

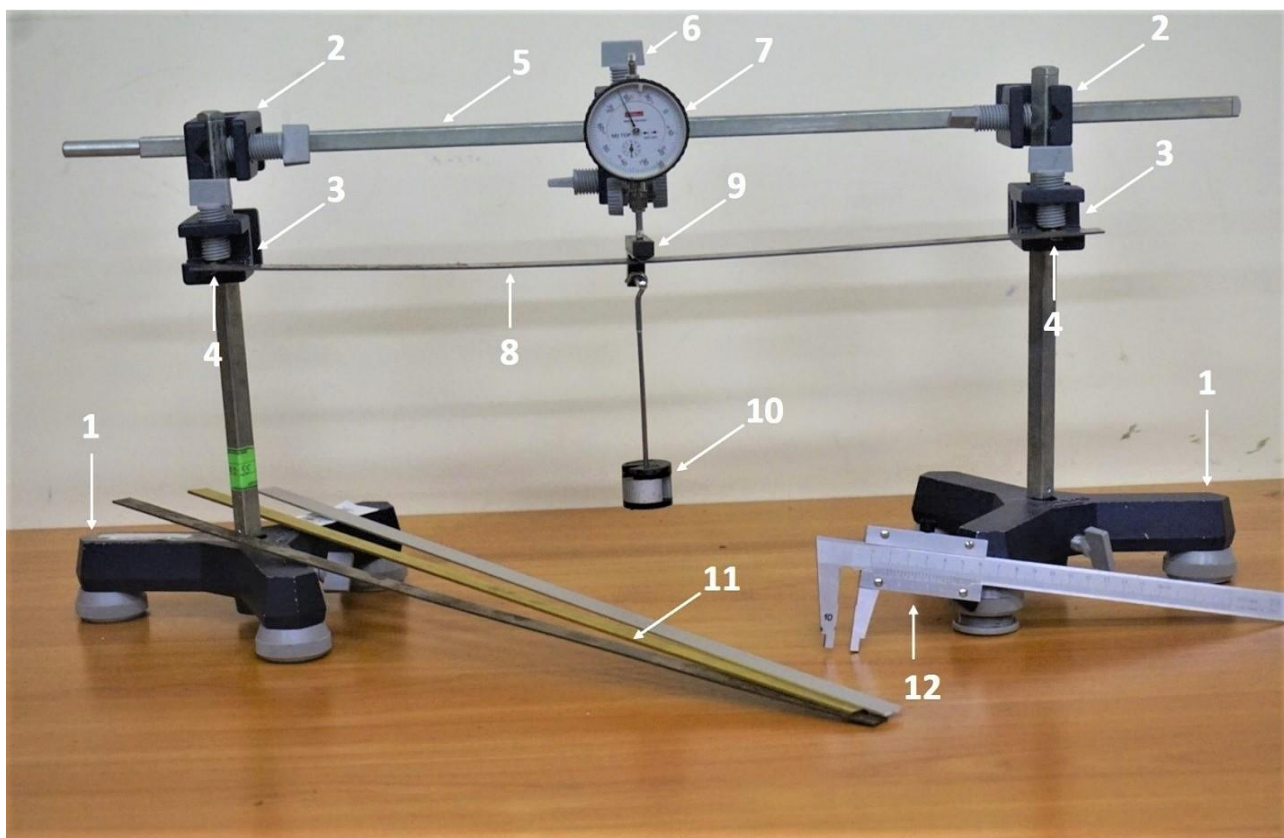


Рис. 5. Общий вид экспериментальной установки для определения модуля упругости

В держателях 3 закреплены призматические опоры (рис.6). На опоры помещается испытуемый стержень 8. На середине стержня устанавливается скоба 9, на которую подвешивается платформа-держатель для гирь 10. Платформа 10 последовательно нагружается имеющимися в комплекте гирями, тем самым изменяется изгибающая сила, действующая на стержень.

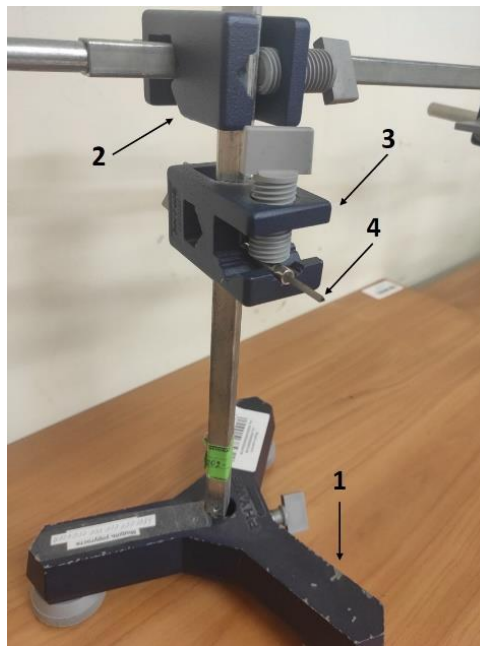


Рис.6. Штатив 1 с держателями 2 и 3 и закреплённой призматической опорой 4

В работе исследуются стержни 11 из стали, алюминия и латуни. Для измерения геометрических размеров стержней в комплекте лабораторного оборудования имеется также штангенциркуль 12 и рулетка (на рисунке 5 не указана).

Индикатор позволяет измерить стрелу прогиба при деформации стержня. Индикатор (рис.7) имеет металлический корпус, в котором заключен механизм прибора. Через корпус индикатора проходит измерительный стержень с выступающим наружу подвижным наконечником, всегда находящимся под воздействием пружины. Если нажать на стержень снизу вверх, он переместится в осевом направлении и при этом повернет большую стрелку индикатора, которая передвинется по циферблату, имеющему шкалу в 100 делений. При перемещении измерительного стержня на 1 мм большая стрелка сделает по циферблату полный оборот, то есть цена деления большой шкалы индикатора равна 0,01 мм. Большая шкала индикатора может вращаться при повороте корпуса прибора, что дает возможность установить стрелку 3 на ноль большой шкалы.

Малая шкала и малая стрелка индикатора служат для определения числа оборотов, совершаемых большой стрелкой индикатора.

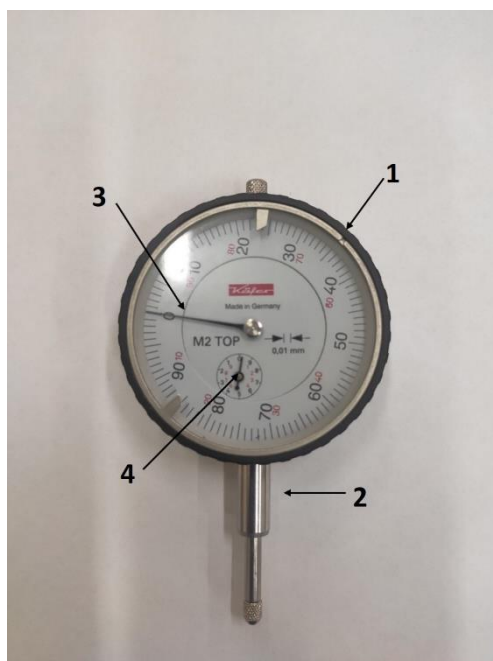


Рис.7. Устройство индикатора:

- 1 – корпус, 2 – измерительный стержень с подвижным наконечником,
3 – большая стрелка, 4 – малая стрелка

Порядок проведения эксперимента

1. С помощью штангенциркуля измерьте ширину a и толщину b исследуемого стержня (начните измерения с алюминиевого стержня).
2. Поместите стержень на опоры и измерьте расстояние l между опорами с помощью рулетки. Полученные данные занесите в таблицу 1.
3. В центр исследуемого стержня поместите скобу 9 и установите индикатор в кронштейн 6. При помощи зажимного винта, удерживающего индикатор, закрепите индикатор на такой высоте, чтобы наконечник измерительного стержня индикатора выступал примерно на 10 мм.
4. Установите нулевой отсчет на индикаторе, вращая круглый обод циферблата.
5. На платформу для гирь, масса которой 10 г, поместите гирьку известной массы (50 г). Повесьте платформу с гирей на скобу и измерьте величину прогиба λ стержня, соответствующую приложенной силе $F=mg$. Результаты измерений занесите в таблицу 1.

6. Осторожно добавляя гири, сделайте аналогичные измерения для различных величин масс платформы с гирями. Рекомендуется провести 12-16 измерений.

7. Повторите пп. 1-6 для других стержней. Результаты измерений занесите в таблицу 1.

Таблица 1. Зависимость величины прогиба от приложенной силы.

			Материал стержня _____, $a_1=...$, $b_1=...$, $l_1=...$	Материал стержня _____, $a_2=...$, $b_2=...$, $l_2=...$	Материал стержня _____, $a_3=...$, $b_3=...$, $l_3=...$
№	m , г	F , Н	λ_1 , мм	λ_2 , мм	λ_3 , мм

Обработка результатов

1. Для каждой массы определите значение приложенной силы

$$F = mg,$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

2. По полученным данным таблицы 1 на одном графике постройте зависимости $\lambda(F)$ для каждого из стержней (экспериментальные точки каждой зависимости отметьте своим значком: кружочки, треугольники, крестики и т.п.).

Убедитесь, что графики представляют собой линейные зависимости.

3. Методом парных точек определите угловые коэффициенты линейных зависимостей y для каждого из стержней. Используйте для вычислений таблицу 2 (для каждого стержня оформите отдельную таблицу, аналогичную таблице 2).

Таблица 2. Определение углового коэффициента γ зависимости $\lambda(F)$ методом парных точек.

Пары точек i-j	$\lambda_i, \text{ м}$	$\lambda_j, \text{ м}$	$F_i, \text{ Н}$	$F_j, \text{ Н}$	$\gamma = \frac{\Delta\lambda_{ij}}{\Delta F_{ij}},$ м/Н	$\gamma_i - \langle\gamma\rangle, \text{ м/Н}$	$(\gamma_i - \langle\gamma\rangle)^2,$ $(\text{м/Н})^2$
					$\langle\gamma\rangle =$		$\sum(\gamma_i - \langle\gamma\rangle)^2 =$

4. Вычислите среднее значение, среднеквадратичное отклонение и случайную погрешность углового коэффициента $\Delta\gamma$ для каждого случая.
5. По формуле (5) вычислите модуль упругости E материала стержней.
6. Определите погрешность модуля упругости ΔE для всех исследованных образцов. Используйте для этого следующую формулу:

$$\Delta E = E \sqrt{\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta b}{b}\right)^2},$$

где Δl , Δa , Δb – погрешности длины, ширины и толщины стержня соответственно.

7. Проанализируйте полученные результаты, сравните их с табличными значениями.

Контрольные вопросы

1. Какие деформации называются упругими, какие – пластичными?
2. Что такое абсолютная и относительная деформация, в каких единицах они измеряются?
3. Сформулируйте закон Гука. В каких случаях выполняется закон Гука?
4. Каков физический смысл модуля упругости?
5. Опишите принцип работы индикатора.

Литература

1. Савельев, И. В. Курс общей физики: учебное пособие: в 3 томах / И. В. Савельев. — 17-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2021 — Том 1: Механика. Молекулярная физика — 2020. — 436 с.
2. Иродов, И. Е. Механика. Основные законы / И. Е. Иродов. — М: Лаборатория знаний, 2014. — 309 с.
3. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учебное пособие для физических специальностей вузов: [в 5 томах] / Д. В. Сивухин. Изд. 6-е, стер. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014-2019. Т. 1: Механика. 2019. 560 с.
4. Иванов, В. К. Физика. Механика. Колебания: учеб. пособие/ В. К. Иванов. — СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. 224 с.
5. Физика. Практическая обработка экспериментальных данных: методические указания / Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Кафедра экспериментальной физики; составители: Б. Д. Агапьев, В. В. Козловский. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.