

---

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.20

---

# БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

---

---

### ЦЕЛИ РАБОТЫ

---

1. Ознакомиться с методикой измерения начальной скорости снаряда с использованием баллистического маятника
2. Проанализировать возможность применения баллистического маятника для измерения начальной скорости снаряда

### ЗАДАЧИ

---

1. По результатам измерений углов отклонения баллистического маятника произвести расчет значений начальных скоростей снарядов
2. Выполнить сравнение расчетных значений скоростей снарядов с результатами прямых измерений

### ВВЕДЕНИЕ

---

Баллистический маятник обычно представляет собой большой подвешенный ящик с песком, который может колебаться вокруг горизонтальной оси. Он применяется для измерения скорости пуль и снарядов [Литература, 1].

Пуля или снаряд, попадая в маятник, останавливается в нем. Процесс столкновения происходит настолько быстро, что за время столкновения маятник не успевает в начальный момент отклониться на заметный угол. В результате удара он вместе с застрявшим в нем снарядом только приходит в движение с некоторой начальной угловой скоростью  $\omega$ . Зная амплитуду колебаний, при известных механических характеристиках маятника можно рассчитать эту

угловую скорость в самой нижней точке колебаний. Отсюда, зная массу снаряда  $m$  и массу маятника  $M$ , можно рассчитать первоначальную скорость снаряда  $V_0$ .

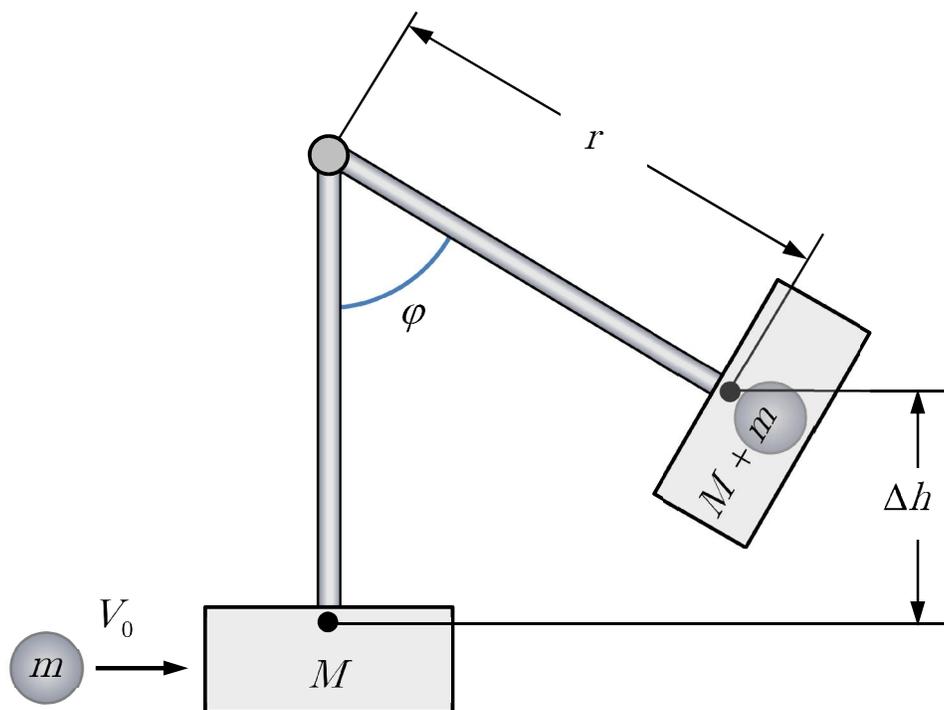


Рис. 1 Схематическое изображение баллистического маятника

Необходимо отметить, что систему «маятник-снаряд» нельзя считать замкнутой, так как на маятник во время удара действует некомпенсированная сила реакции подвеса, направленная соответственно навстречу снаряду. Однако можно считать сохраняющейся проекцию момента импульса данной системы на ось вращения в подвесе, так как проекция момента внешних сил на эту ось равна нулю.

Найдем связь между начальной скоростью снаряда  $V_0$  и углом отклонения маятника  $\varphi$ . Для этого используем два закона сохранения. Закон сохранения проекции момента импульса на ось вращения выглядит так:

$$mV_0r = I\omega + mVr \quad [1]$$

где  $V$  - скорость снаряда после столкновения, которая, очевидно, связана с угловой скоростью маятника соотношением  $V = \omega r$ ,  $I$  - момент инерции маятника относительно оси подвеса,  $r$  - длина маятника. В итоге угловая скорость маятника может быть выражена через начальную скорость снаряда следующим образом:

$$\omega = \frac{mV_0r}{I + mr^2} \quad [2]$$

После того как удар закончился, действие внутренних сил диссипативных сил прекращается. Поэтому после удара к процессам, происходящим с системой «маятник-снаряд» применим закон сохранения энергии. Кинетическая энергия системы после столкновения в нижней точке:

$$E_K = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad [3]$$

Применяя формулу [2] для угловой скорости  $\omega$  и исключая  $V$ , получаем кинетическую энергию в виде:

$$E_K = \frac{m^2V_0^2r^2}{2(I + mr^2)} \quad [4]$$

Потенциальная энергия системы является суммой потенциальных энергий снаряда и маятника. Положив потенциальную энергию системы в нижней точке колебания равной нулю, для потенциальной энергии в высшей точке имеем выражение:

$$E_{II} = mgh + Mgh_c \quad [5]$$

где  $g$  - ускорение свободного падения,  $h$  и  $h_c$  - высоты, на которые поднимаются центры тяжести снаряда и маятника, соответственно. Из простых геометрических соображений можно получить окончательный вид потенциальной энергии системы в верхней точке:

$$E_{II} = (mgr + Mgr_c)(1 - \cos \varphi) \quad [6]$$

где  $\varphi$  - угол максимального отклонения,  $r_c$  - расстояние от оси вращения до центра масс маятника.

В соответствии с законом сохранения энергии  $E_K = E_{II}$  :

$$\frac{m^2 V_0^2 r^2}{2(I + mr^2)} = (1 - \cos \varphi) mgr \left[ 1 + \frac{Mr_c}{mr} \right] \quad [7]$$

Для упрощения расчетов будем считать маятник однородным стержнем. Тогда момент инерции маятника относительно оси подвеса  $I = Mr^2/3$ , а расстояние от оси вращения до центра масс маятника  $r_c = r/2$ . В итоге из соотношения [7] следует:

$$V_0 = \sqrt{2gr(1 - \cos \varphi) \left( \frac{M}{3m} + 1 \right) \left( \frac{M}{2m} + 1 \right)} \quad [8]$$

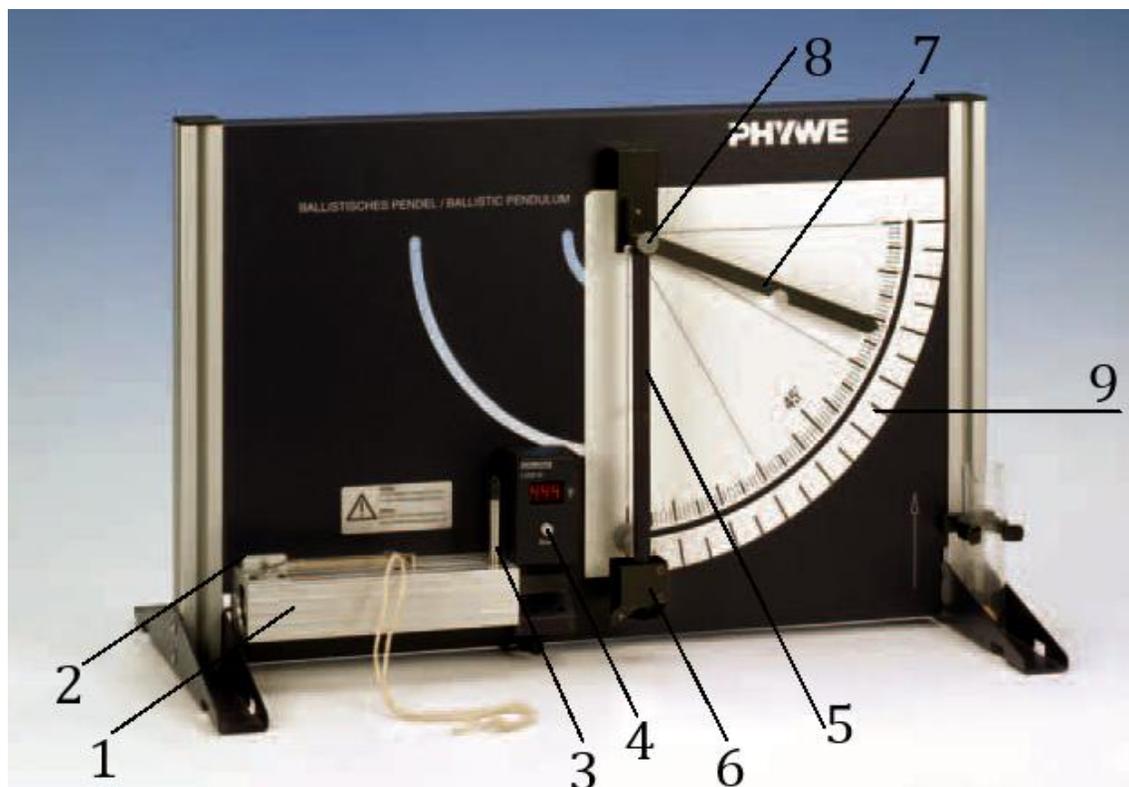
Таким образом, по измеренному значению угла отклонения баллистического маятника  $\varphi$  с массой  $M$  можно вычислить значение начальной скорости  $V_0$  снаряда с массой  $m$ .

Если преобразовать [8] в квадратное уравнение относительно отношения масс  $M/m$  и применить простейшее тригонометрическое преобразование, то можно получить формулу для расчета массы баллистического маятника по известным значениям начальной скорости снаряда  $V_0$  и соответствующего угла отклонения баллистического маятника  $\varphi$  :

$$M = \frac{m}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{6V_0^2}{gr \cdot \sin^2(\varphi/2)}} - 5 \right] \quad [9]$$

## ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная работа выполняется на установке фирмы PHYWE для исследования баллистического маятника (рис. 2). Установка укомплектована двумя стальными шариками массами соответственно 28 г и 32 г, а также одним деревянным шариком массой 10 г.



*Рис. 2 Лабораторная установка*

Обозначено: 1- Приспособление для катапультирования шарика; 2- Затвор, обеспечивающий фиксацию различной степени сжатия пружины (для трех положений); 3- Спусковой рычаг с магнитом, к которому крепится шарик; 4- Устройство для измерения начальной скорости; 5- Стержень маятника; 6- Тело маятника с полостью, в которую попадает шарик; 7- Стрелочный указатель углового положения маятника; 8- Ось вращения маятника; 9- Шкала для отсчета углового отклонения маятника

## ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

---

1. Определение массы баллистического маятника по известным значениям начальной скорости снаряда  $V_0$  и угла максимального отклонения  $\varphi$

---

Определите экспериментально значения начальной скорости и соответствующего ей угла отклонения маятника для самого легкого из шариков (опыты произвести для трех положений спускового рычага; каждый опыт повторить три раза). Для этого необходимо:

- Прикрепить шарик к магниту спускового рычага (3)
- Приподнять затвор устройства (2); переместить спусковой рычаг катапульты влево и зафиксировать его в первом левом положении
- Приподнять за кольцо затвор (2) и произвести выстрел. Шарик попадает в полость тела маятника (6). Маятник отклонится от положения равновесия вправо. Стрелка (7) укажет максимальное угловое отклонение маятника  $\varphi$ . На индикаторе прибора (4) отобразится значение начальной скорости шарика  $V_0$
- Экспериментальные данные занесите в Таблицу 1 (см. Приложение)
- Используя результаты опыта, рассчитайте массу баллистического маятника  $M$  по формуле [9] для трех различных положений затвора, учитывая, что длина маятника  $l = 24$  см.
- Вычислите среднее значение массы маятника. Оцените погрешность данного значения как погрешность многократных измерений [Литература, 2].
- Сравните полученное значение с реальной массой маятника, которая равна  $94 \pm 1$  г.

---

## 2. Определение начальной скорости $V_0$ снаряда с массой $m$ по экспериментальному значению угла максимального отклонения $\varphi$

---

Измерьте угловое отклонение баллистического маятника  $\varphi$  и начальную скорость  $V_0^{\text{эксп.}}$  для оставшихся двух шариков при трех различных значениях сжатия пружины катапульты. Для этого проделайте действия, согласно пункту 1. Экспериментальные данные внесите в рабочий протокол в форме Таблицы 2 (см. Приложение). Для каждого положения затвора по результатам троекратных измерений найдите среднее значение угла отклонения  $\langle\varphi\rangle$  и начальной скорости  $\langle V_0^{\text{эксп.}} \rangle$ .

Для каждого опыта рассчитайте соответствующее значение начальной скорости шарика  $V^{\text{теор.}}(\langle\varphi\rangle)$ , используя формулу [8]. При расчете используйте реальное значение массы маятника. Результаты расчетов также внесите в Таблицу 2.

Постройте графики зависимости начальной скорости шариков от отклонения маятника  $\langle\varphi\rangle$ , используя сначала измеренные значения скорости  $\langle V_0^{\text{эксп.}} \rangle$ , а затем рассчитанные по формуле [8] -  $V^{\text{теор.}}(\langle\varphi\rangle)$ . Сравните данные зависимости.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

---

1. Какой закон сохранения выполняется в данном эксперименте непосредственно в момент соударения шарика с телом маятника?
2. Какие законы сохранения применимы к процессу движения баллистического маятника после удара и почему?
3. Как зависит начальная скорость шарика от его массы при прочих неизменных условиях?

## ЛИТЕРАТУРА

---

1. Д. В. Сивухин *Общий курс физики // Учебное пособие в 3 т. М., Наука, 1989. Т.1. сс. 157, 207*
  2. Б. Д. Агапьев, В. Н. Белов, Ф. П. Кесаманлы и др., *Обработка экспериментальных данных. Учебное пособие., СПб, СПбГПУ, 2012*
- 

*Н. А. Кузьмина, Р. Г. Полозков, М. П. Коробков*

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ФОРМЫ ПРОТОКОЛА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

---

**Таблица 1**

Положение затвора	№ опыта	$V_0, \frac{M}{c}$	$\langle V_0 \rangle, \frac{M}{c}$	$\varphi^\circ$	$\langle \varphi \rangle^\circ$
1	1				
	2				
	3				
2	1				
	2				
	3				
3	1				
	2				
	3				

**Таблица 2**

№ шарика № опыта	Шарик 1 ( $m = \dots \Gamma$ )		Шарик 2 ( $m = \dots \Gamma$ )	
	1	$\varphi_1$ °	$V_{01}^{\text{эксп.}}, \frac{M}{c}$	$\varphi_1$ °
Среднее значение	$\langle \varphi_1 \rangle$ °	$\langle V_{01}^{\text{эксп.}} \rangle, \frac{M}{c}$	$\langle \varphi_1 \rangle$ °	$\langle V_{02}^{\text{эксп.}} \rangle, \frac{M}{c}$
	$V_{01}^{\text{теор.}}(\langle \varphi_1 \rangle), \frac{M}{c}$		$V_{02}^{\text{теор.}}(\langle \varphi_1 \rangle), \frac{M}{c}$	
2				
Среднее значение	$\langle \varphi_2 \rangle$ °	$\langle V_{01}^{\text{эксп.}} \rangle, \frac{M}{c}$	$\langle \varphi_2 \rangle$ °	$\langle V_{02}^{\text{эксп.}} \rangle, \frac{M}{c}$
	$V_{01}^{\text{теор.}}(\langle \varphi_2 \rangle), \frac{M}{c}$		$V_{02}^{\text{теор.}}(\langle \varphi_2 \rangle), \frac{M}{c}$	
3				
Среднее значение	$\langle \varphi_3 \rangle$ °	$\langle V_{01}^{\text{эксп.}} \rangle, \frac{M}{c}$	$\langle \varphi_3 \rangle$ °	$\langle V_{02}^{\text{эксп.}} \rangle, \frac{M}{c}$
	$V_{01}^{\text{теор.}}(\langle \varphi_3 \rangle), \frac{M}{c}$		$V_{02}^{\text{теор.}}(\langle \varphi_3 \rangle), \frac{M}{c}$	