

РАБОТА 2.04

Поляризация диэлектрика в переменном электрическом поле

Цель работы

1. Измерить зависимость диэлектрической проницаемости льда от частоты приложенного электрического поля.
2. По результатам п.1 оценить время релаксации ориентационной поляризации молекул льда.

Введение

В работе исследуется ярко выраженный полярный диэлектрик - лед. Особенности поляризации такого диэлектрика состоят в следующем (см. текст на с.36). При включении внешнего электрического поля сначала практически безынерционно происходит упругая поляризация диэлектрика. Соответствующий вектор поляризации согласно (33) равен:

$$\vec{P}_y = (\epsilon_y - 1)\epsilon_0 \vec{E}, \quad (4.1)$$

где ϵ_y - упругая составляющая диэлектрической проницаемости. Одновременно, но гораздо медленнее, происходит ориентационная (релаксационная) поляризация, связанная с ориентацией дипольных моментов молекул преимущественно по направлению внешнего электрического поля. Характерное время τ переходного процесса от беспорядочной к преимущественной ориентации называют временем релаксации ориентационной поляризации. Когда этот переходный процесс завершается, диэлектрик характеризуется статическим вектором поляризации

$$\vec{P}_c = (\epsilon_c - 1)\epsilon_0 \vec{E}, \quad (4.2)$$

где ϵ_c - статическая диэлектрическая проницаемость.

Что касается ориентационной релаксационной составляющей вектора поляризации \vec{P}_p , то в течение переходного процесса она, очевидно, изменяется от начального значения, равного нулю, до конечного значения, равного, согласно формуле (36), $(\vec{P}_c - \vec{P}_y)$.

В переменном электрическом поле вектор поляризации диэлектрика, а следовательно, и его диэлектрическая проницаемость будут зависеть от частоты ω ($\omega = 2\pi f$ - циклическая частота), точнее говоря, от соотношения между периодом переменного поля $T = 1/f$ и характерным временем τ . В области высоких частот $T \ll \tau$ проявляется инерция фрагментов вещества, несущих

заряд одного знака. Это означает, что компоненты диполя не успевают следовать за изменением поля, следовательно, диэлектрическая проницаемость ε обусловлена практически упругой поляризацией: $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_y$. Напротив, при низких частотах $T \gg \tau$ ориентация дипольных моментов молекул успевает следовать за изменением поля, вектор поляризации практически соответствует статическому значению P_c , а диэлектрическая проницаемость $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_c$.

В переходной области, где $T \approx \tau$, диэлектрическая проницаемость существенно изменяется с частотой.

Проведенный физический анализ показывает, что процесс поляризации диэлектрика следует рассматривать в двух аспектах: во-первых, как зависимость вектора поляризации или диэлектрической проницаемости от времени, во-вторых, от частоты. Рассмотрим решение первой половины задачи и найдем зависимость $\bar{P}(t)$.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ вектор поляризации $\bar{P} = 0$, а напряженность электрического поля изменяется мгновенно от нуля до значения $\bar{E} = \text{const}$ (рис. 4.1). Упругая составляющая

$$\bar{P}_y = (\varepsilon_y - 1) \varepsilon_0 \bar{E} \quad (4.3)$$

устанавливается практически мгновенно, а ориентационная (релаксационная) составляющая \bar{P}_p изменяется от нуля до максимального значения

$$\bar{P}_{p \max} = (\varepsilon_c - \varepsilon_y) \varepsilon_0 \bar{E}. \quad (4.4)$$

Предположим, что скорость изменения ориентационной поляризации $\left(\frac{d\bar{P}_p}{dt} \right)$ пропорциональна разности между ее предельным $\bar{P}_{p \max}$ и текущим $\bar{P}_p(t)$ значениями:

$$\frac{d\bar{P}_p(t)}{dt} = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_y) \varepsilon_0 \bar{E} - \bar{P}_p(t)}{\tau}, \quad (4.5)$$

где τ - постоянная времени. Очевидно, что значение τ должно соответствовать процессу выстраивания диполей, то есть τ - время релаксации ориентационной поляризации диэлектрика. Интегрирование (4.5) с учетом начального условия ($\bar{P}_p = 0$ при $t = 0$) дает

$$\bar{P}_p = (\varepsilon_c - \varepsilon_y) \varepsilon_0 \bar{E} [1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (4.6)$$

Видно, что \bar{P}_p достигает своего предельного значения $\bar{P}_{p \max}$ за бесконечное время, поэтому основную характеристику процесса τ удобно определить как время, за которое \bar{P}_p достигает $(e-1)/e$ своего максимального значения (см. рис. 4.1).

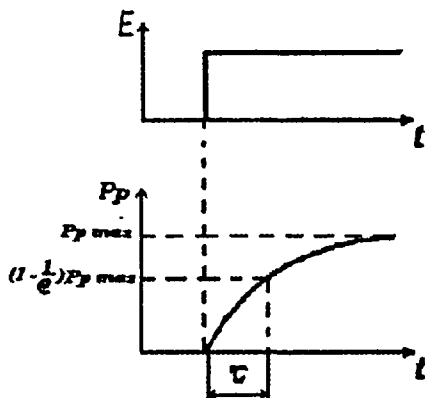


Рис.4.1. Изменение ориентационной поляризации при включении электрического поля

Проанализируем теперь зависимость вектора поляризации или диэлектрической проницаемости от частоты, то есть получим так называемое дисперсионное соотношение, а именно зависимость ϵ от ω . Теперь электрическое поле будем рассматривать как гармоническую величину, характеризующуюся циклической частотой ω . Закон изменения напряженности переменного поля удобно представлять в комплексной форме (см. например [3], 48):

$$\vec{E} = \vec{E}_m e^{i\omega t}.$$

При этом, естественно, решение уравнения (4.5) надо искать также в виде экспоненты

$$\vec{P}_p = \vec{P}_{pm} e^{i\omega t}.$$

После подстановки этого выражения в (4.5) получим:

$$\vec{P}_{pm} e^{i\omega t} (1 + i\omega \tau) = (\epsilon_c - \epsilon_y) \epsilon_0 \vec{E}_m e^{i\omega t}$$

или

$$\vec{P}_p = \frac{(\epsilon_c - \epsilon_y) \epsilon_0}{1 + i\omega \tau} \vec{E}.$$

С учетом безынерционной (упругой) составляющей вектора поляризации диэлектрика равна

$$\vec{P} = \vec{P}_y + \vec{P}_p = \left(\varepsilon_y - 1 + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_y}{1 + i\omega\tau} \right) \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (4.7)$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость также оказывается комплексной величиной:

$$\varepsilon = \varepsilon_y + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_y}{1 + i\omega\tau} = \varepsilon' - i\varepsilon''.$$

Выделяя вещественную ε' и мнимую части ε'' комплексной диэлектрической проницаемости ε , получаем:

$$\varepsilon' = \varepsilon_y + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_y}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (4.8)$$

$$\varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_y)\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (4.9)$$

Проведенное рассмотрение справедливо только для идеального диэлектрика, реагирующего на действие электрического поля выстраиванием электрических диполей. В действительности в диэлектриках существуют не только связанные, но и свободные заряды, определяющие протекание электрического тока. Поэтому, реальный конденсатор с диэлектриком следует представить в виде эквивалентной цепи, состоящей из идеального (без потерь энергии) конденсатора C_d и параллельного сопротивления R_d (см. рис. 4.5), на котором происходит выделение энергии (диэлектрические потери). Выявим связи между ε' и ε'' , с одной стороны, и измеряемыми в эксперименте величинами C_d и R_d , с другой.

Пусть на исследуемый конденсатор подается переменное напряжение

$$U = U_m e^{i\omega t}.$$

Через параллельные ветви эквивалентной цепи текут токи:

$$I_c = \frac{dq}{dt} = C_d \frac{dU}{dt} = i\omega C_d U, \quad I_R = U / R_d.$$

Полный ток равен, очевидно, их сумме:

$$I = I_R + I_C = \left(\frac{1}{R_d} + i\omega C_d \right) U. \quad (4.10)$$

Комплексная величина в круглых скобках имеет смысл проводимости Y цепи, а в целом формула (4.10) формально совпадает с законом Ома.

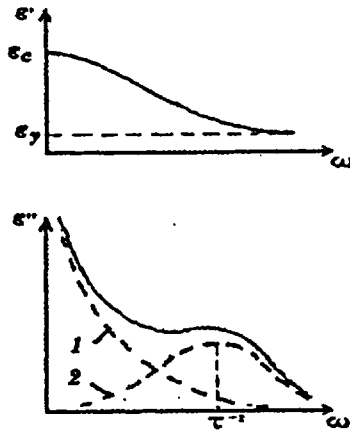


Рис.4.2. Частотные зависимости вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости

С другой стороны, емкость реального конденсатора с диэлектриком равна ϵC_0 , где $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$ - комплексная диэлектрическая проницаемость. Ток через него равен:

$$I = \frac{dq}{dt} = (\epsilon' C_0 - i\epsilon'' C_0) \frac{dU}{dt} = (\epsilon'' \omega C_0 + i\epsilon' \omega C_0) U. \quad (4.11)$$

Сравнивая формулы (4.10) и (4.11), видим, что

$$C_x = \epsilon' C_0, \quad (4.12)$$

$$R_x = 1/\epsilon'' \omega C_0. \quad (4.13)$$

Отметим, что формула (4.9) справедлива для идеального диэлектрика, проводимость которого $\sigma = 0$. Реальный диэлектрик имеет конечную "сквозную" проводимость, которая приводит к дополнительным потерям энергии. Можно показать, что с учетом конечной проводимости диэлектрика мнимая часть диэлектрической проницаемости равна:

$$\epsilon'' = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} + \frac{(\epsilon_c - \epsilon_\gamma) \omega \tau}{1 + (\omega \tau)^2}. \quad (4.14)$$

Как видно из этой формулы, вклад сквозной проводимости в потери энергии (джоулев нагрев диэлектрика) велик при малых частотах, а затем

уменьшается с частотой (кривая 1 на рис. 4.2). Релаксационные потери, обуславливающие второе слагаемое в (4.9), обращаются в нуль как при малых частотах, когда молекулы диэлектрика успевают следовать за изменением поля, так и при больших, когда из-за инерции они не успевают заметно повернуться. Потери максимальны в промежуточной области частот, что обуславливает максимум релаксационной составляющей ϵ'' (кривая 2 на рис.4.2). Поэтому результирующая кривая $\epsilon''(\omega)$ имеет достаточно сложный вид. Из сказанного становятся понятными и названия для компонент ϵ : ϵ' - дисперсия диэлектрической проницаемости или просто дисперсия вещества, ϵ'' - диэлектрические потери или поглощение.

Таким образом, теоретический анализ дает для дисперсии диэлектрической проницаемости следующее выражение:

$$\epsilon' = \epsilon_y + \frac{\epsilon_c - \epsilon_y}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (4.15)$$

Из (4.15) следует, что область максимальной дисперсии диэлектрической проницаемости лежит вблизи частоты внешнего поля, равной $\omega = 1/\tau$ (для кривой $\epsilon(\omega)$ это - точка перегиба). Частотная зависимость диэлектрической проницаемости (дисперсионная кривая), соответствующая (4.15), приведена на рис.4.3.

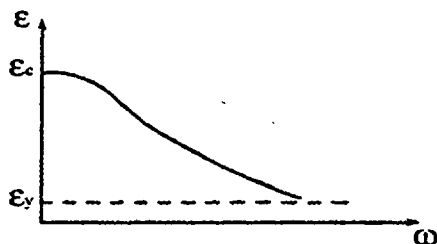


Рис.4.3. Дисперсионная кривая $\epsilon(\omega)$

Для экспериментальной оценки времени релаксации τ достаточно найти примерное положение точки перегиба на дисперсионной кривой $\epsilon(\omega)$. Но прежде нужно убедиться в том, что теоретическая зависимость (4.15) согласуется с экспериментом. Для этой цели линеаризуем формулу (4.15), преобразуя ее к виду:

$$\left(\frac{\varepsilon_{\varepsilon} - \varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_y}\right)^{1/2} = \omega \tau. \quad (4.16)$$

В экспериментах частота изменяется на несколько порядков, поэтому при построении графика удобно использовать вместо частоты ее логарифмы. Учитывая также, что измеряемая линейная частота $f = \omega/2\pi$, преобразуем (4.16) следующим образом:

$$\frac{1}{2} \lg \left(\frac{\varepsilon_{\varepsilon} - \varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_y} \right) = \lg(2\pi \tau) + \lg f. \quad (4.17)$$

Откладывая по оси ординат значения $y = 1/2 \lg[(\varepsilon_{\varepsilon} - \varepsilon)/(\varepsilon - \varepsilon_y)]$, а по оси абсцисс - значения $x = \lg f$, мы должны получить прямую $y = \lg(2\pi \tau) + \lg f$, которая пересекает ось абсцисс ($y = 0$) в точке $x_0 = \lg f_0$, и этой точке соответствует искомое значение

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_0}. \quad (4.18)$$

Экспериментальная установка

В качестве исследуемого диэлектрика в работе используется лед 4 (рис. 4.4), образующийся при кристаллизации дистиллированной воды, заполняющей рабочий объем микрохолодильника. Охлаждение микрохолодильника осуществляется полупроводниковой термоэлектрической батареей, принцип действия которой основан на эффекте Пельтье (охлаждение контакта двух полупроводников при протекании через него тока определенного направления от выпрямителя UZ). Измерение температуры в рабочем объеме микрохолодильника производится с помощью терморезистора 5, сопротивление которого измеряют омметром PR . Градуировочный график зависимости сопротивления терморезистора от его температуры имеется на лабораторной установке. В рабочий объем микрохолодильника помещен плоский конденсатор 3, пространство между пластинами которого заполнено льдом. На рис. 4.4 показаны также гнезда 1 для подключения измерительной схемы и теплоизоляция 2.

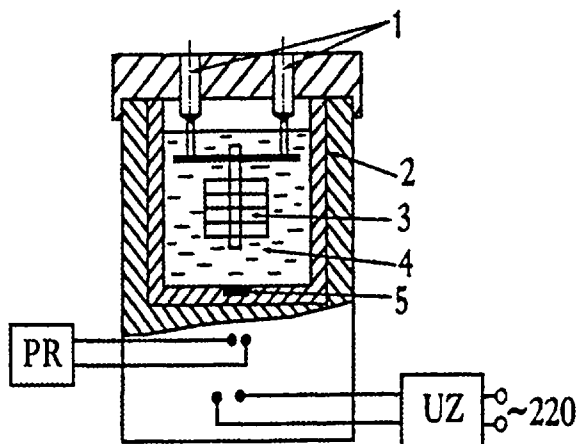


Рис. 4.4. Микрохолодильник со льдом

Конденсатор с диэлектриком, имеющим конечную проводимость, может быть представлен в виде эквивалентной схемы, состоящей из параллельно включенных емкости C_d и сопротивления R_d . Диэлектрическая проницаемость связана с C_d простым соотношением:

$$\varepsilon = \frac{1}{C_0} C_d, \quad (4.19)$$

где C_0 - емкость "пустого" конденсатора измеренная заранее и указанная на установке.

Для измерения C_d и R_d используют мост переменного тока, схема которого приведена на рис. 4.5. Участки цепи ac , ad , cd , bd , образующие мост, называют плечами моста. Одно из плеч (ad) образует исследуемый конденсатор с диэлектриком, обозначенный на схеме эквивалентным параллельным соединением конденсатора C_d и резистора R_d . В другое плечо (ac) включены переменный конденсатор C и резистор R . Плечи cd и bd образованы резисторами R_1 и R_2 . В процессе измерения необходимо, изменяя емкость C и сопротивление R , добиться равенства нулю напряжения (разности потенциалов) между точками c и d . В случае переменного напряжения, питающего мост, этот результат будет достигнут, если потенциалы точек c и d изменяются синфазно и с одинаковой амплитудой.

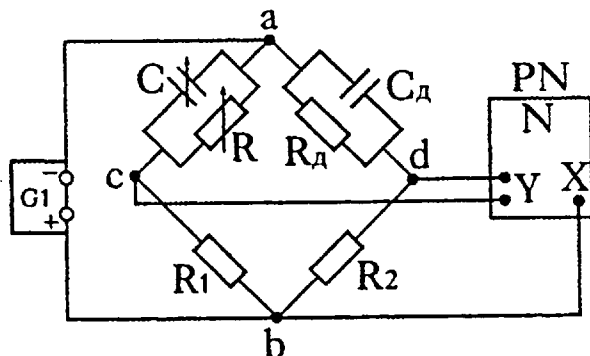


Рис. 4.5. Схема моста переменного тока.

Процесс выравнивания напряжения между точками c и d называют балансировкой моста.

Схема моста переменного тока для измерения эквивалентных емкости C_d и сопротивления R_d исследуемого конденсатора с диэлектриком приведена на рис. 4.5. Воспользуемся тем, что основные соотношения (закон Ома, правила Кирхгофа) для цепей постоянного и переменного тока формально совпадают, если в случае переменного тока использовать комплексные величины, в частности проводимость Y ([3], 48).

Известно, что условием баланса моста постоянного тока является равенство произведений сопротивлений (или проводимостей) противоположных плеч моста. Переходя к комплексным проводимостям, имеем:

$$Y_{ac} Y_{bd} = Y_{ad} Y_{cb}$$

или, раскрывая величины проводимости плеч:

$$\left(\frac{1}{R} + i\omega C \right) \frac{1}{R_2} = \left(\frac{1}{R_d} + i\omega C_d \right) \frac{1}{R_1}. \quad (4.20)$$

Приравнявая вещественные и мнимые слагаемые в левой и правой частях формулы (4.20), получим что для сбалансированного моста справедливы соотношения:

$$R_d = R \frac{R_2}{R_1}, \quad (4.21)$$

$$C_d = C \frac{R_1}{R_2}. \quad (4.22)$$

Источником переменного напряжения, питающего мост, является звуковой генератор G . В качестве нуля прибора, регистрирующего баланс моста, используют осциллограф PN , на вход Y которого подается напряжение между точками c и d моста. Развертку луча осциллографа осуществляют подаваемым на вход X напряжением со звукового генератора. В этом случае индикацией баланса моста является горизонтальная прямая линия на экране осциллографа. Если баланс отсутствует, а потенциалы точек c и d изменяются в фазе, на экране осциллографа наблюдается наклонная прямая. Если же потенциалы точек c и d изменяются с каким-то сдвигом фазы, на экране осциллографа возникает эллипс.

Балансировку моста (получение горизонтальной линии на экране осциллографа) осуществляют изменением R и C , т.е. вращением ручек магазинов сопротивлений и емкостей. Балансировку удобно начинать на малой чувствительности моста (небольшое значение выходного напряжения генератора и малое усиление вертикального отклонения луча осциллографа). После балансировки моста на небольшой чувствительности последнюю можно увеличить и продолжить балансировку моста. Процесс увеличения чувствительности можно закончить, когда становятся заметными изменения осциллограмм при изменении частоты переменного напряжения звукового генератора. Следует иметь в виду, что не всегда удастся полностью сбалансировать мост; в этом случае можно ограничиться получением на экране осциллографа сильно вытянутого по горизонтали эллипса.

Проведение эксперимента

Включение и установка требуемого режима работы микрохолодильника производится обслуживающим персоналом лаборатории.

1. Ознакомьтесь с правилами техники безопасности. Выполните указанные в них рекомендации.
2. Проверьте правильность сбора моста переменного тока и подключения его к звуковому генератору и осциллографу в соответствии со схемой на рис. 4.5. Включите генератор и осциллограф и подготовьте их к работе.
3. Измерьте сопротивление терморезистора и по градуировочному графику найдите температуру рабочего тела. Измерения на установке должны производиться после установления в микрохолодильнике температуры от -15 до -25°C .

4. Проведите пробную балансировку моста при одной из низких частот порядка 100 Гц. Подберите оптимальную чувствительность моста. Следите за изменением осциллограммы, вращая ручки магазинов сопротивлений и емкостей. Начинайте с наибольших разрядов, предварительно установив все ручки в нулевое положение. Обычно достаточно использовать два-три разряда, т.е. ограничиться точностью в две-три значащие цифры. Закончив балансировку моста, запишите в табл. 4.1 установленные значения R и C , а также частоту f . Результат согласуйте с преподавателем.
5. Дальнейшие измерения производят, сначала слегка разбалансировав мост изменением частоты (т.е. получив на экране осциллографа наклонный эллипс), а затем снова балансируя его подбором новых значений R и C . Сначала пройдите в область низких частот - вплоть до самой низкой, на которой вам удастся произвести балансировку моста. Затем - область высоких частот вплоть до значений, при которых частота практически перестает влиять на баланс моста. Шаг изменения частоты будет, естественно, переменным - от десятков герц в области низких частот до десятков килогерц при высоких частотах. После каждой балансировки записывайте в табл. 4.1 соответствующие значения f, R, C .
6. Проведите контрольное измерение температуры в конце эксперимента.

Таблица 4.1. Результаты измерений зависимости $\varepsilon(f)$ льда при $T = \dots$

№ опыта	$f, \text{Гц}$	$\lg f$	$R, \text{кОм}$	$C, \text{мкФ}$	$R_d, \text{кОм}$	$C_d, \text{нФ}$	ε	γ

Обработка результатов

1. По формулам (4.19, 4.21-4.22) вычислите и запишите в табл. 4.1 значения R_d, C_d и ε . Вычислите также логарифмы частот.
2. Постройте график зависимости диэлектрической проницаемости ε от $\lg f$. Из графика найдите значения статистической ε_c и упругой ε_y диэлектрической проницаемости льда как предельные значения ε при низких и высоких частотах соответственно.
3. Вычислите значения $\gamma = 1/2 \lg \left[(\varepsilon_c - \varepsilon) / (\varepsilon - \varepsilon_y) \right]$ для всех частот, исключая самые низкие и самые высокие, где значения ε слишком близки к ε_c и ε_y , и

поэтому даже малые погрешности ε приводят к большим погрешностям y . Постройте график зависимости y от $\lg f$ и проанализируйте его. Согласно теории, он должен представлять собой прямую - с учетом случайного разброса экспериментальных точек. Выделив такой линейный участок, проведите прямую; точка пересечения ее с осью абсцисс ($y = 0$) дает $\lg f_0$. По формуле (4.18) вычислите время релаксации τ льда при температуре эксперимента.

4. Постройте график зависимости R_d от $\lg f$ и дайте интерпретацию полученной зависимости.

Контрольные вопросы

1. Какие молекулярные механизмы обуславливают поляризацию диэлектрика, состоящего из полярных молекул? Как проявляются эти механизмы, если диэлектрик находится в переменном электрическом поле?
2. Что такое диэлектрическая проницаемость ε ? Нарисуйте и объясните зависимость диэлектрической проницаемости от частоты для полярного диэлектрика.
3. В чем заключается мостовой метод измерения емкости и сопротивления плоского конденсатора, заполненного диэлектриком?
4. Опишите процедуру балансировки моста переменного тока.