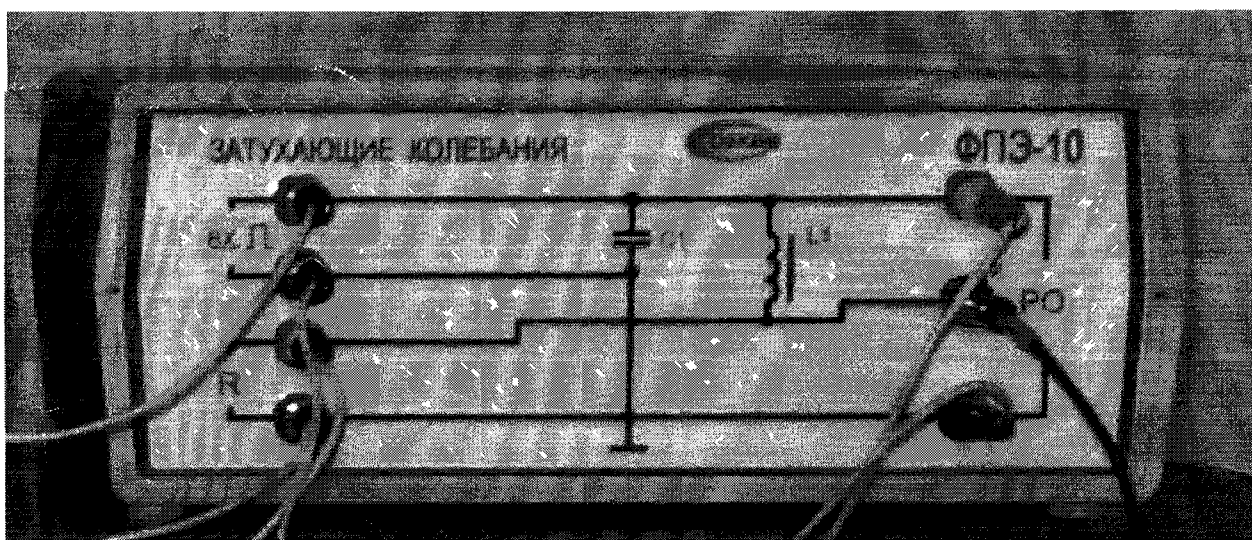


Лабораторная работа 2.07а

Исследование затухающих колебаний в колебательном контуре



Работа ФЭ-10. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ
В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель работы: изучение параметров и характеристик колебательно-го контура.

ВВЕДЕНИЕ

Если зарядить конденсатор от батареи до напряжения U_0 (рис. 10.1), а затем повернуть переключатель К, то конденсатор начнет разряжаться через катушку и в контуре возникнут электромагнитные колебания. Рассмотрим, как происходят эти колебания в кон-

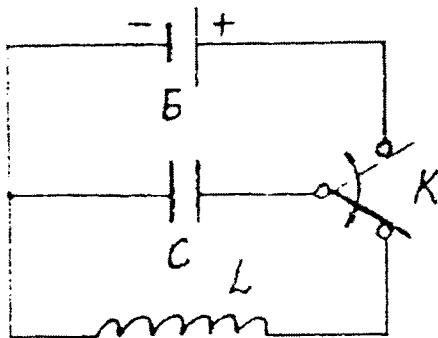


Рис. 10.1

туре, сопротивление которого $R = 0$. При замыкании контура в нем появляется ток I , создавший магнитное поле. Изменение магнитного поля тока приводит к возникновению в цепи электродвижущей силы самоиндукции \mathcal{E}_i , замедляющей быстроту разряда. При уменьшении тока возникает электродвижущая сила, направленная в ту же сторону, что и вызвавший ее появление ток. Это прив-

водит к тому, что после разряда конденсатора ток не прекращается сразу, а в течение некоторого времени продолжает течь в том же направлении и перезаряжает обкладки конденсатора. Затем процесс разряда начинается снова, но протекает теперь в обратном направлении. В результате вторичного перезарядки конденсатора система возвращается в исходное состояние, после чего происходит повторение тех же процессов. Время, в течение которого конденсатор заряжается и разряжается, называется периодом собственных колебаний.

В начальный момент, когда конденсатор полностью заряжен, в нем накоплена электрическая энергия: $W_E = \frac{C U_0^2}{2}$. Во время разряда конденсатора электрическая энергия превращается в энергию магнитного поля катушки и, когда конденсатор полностью разряжен, вся электрическая энергия переходит в магнитную:

$$W_M = \frac{L I_0^2}{2},$$

где I_0 — наибольшая величина тока в контуре.

При перезарядке конденсатора энергия магнитного поля снова превращается в энергию электрического поля. В контуре возникает незатухающие электромагнитные колебания.

Проводники контура всегда обладают электрическим сопротивлением, поэтому часть энергии в процессе колебаний расходуется на

нагрев проводников. Вследствие этого амплитуда электромагнитных колебаний в контуре постепенно уменьшается и в нем происходят затухающие колебания (рис. 10.2). При достаточно большом сопротивлении контура или малой индуктивности колебания в нем вообще не возникают, а происходит так называемый апериодический разряд конденсатора (рис. 10.3).

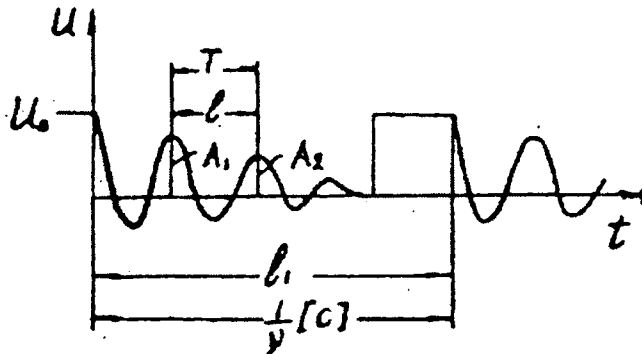


Рис. 10.2

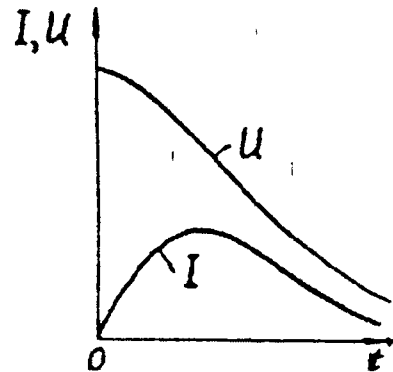


Рис. 10.3

По второму закону Кирхгофа можно записать:

$$U + IR = E_i ; \quad (10.1)$$

$$E_i = -L \frac{dI}{dt} , \quad (10.2)$$

где

$$I = \frac{dq}{dt} . \quad (10.3)$$

Так как $q = CU$, то из (10.2) и (10.3) получаем:

$$I = C \frac{dU}{dt} ; \quad E_i = -LC \frac{d^2U}{dt^2} .$$

Подставив последние выражения в (10.1), получим

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0 . \quad (10.4)$$

Как известно, дифференциальное уравнение (10.4) описывает затухающие колебания. Его решение имеет вид:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t , \quad (10.5)$$

где β - коэффициент затухания,

$$\beta = \frac{R}{2L} ; \quad (10.6)$$

ω - циклическая частота затухающих колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} , \quad (10.7)$$

при этом

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{1/LC - (R/2L)^2}} . \quad (10.7')$$

Если (10.1) записать в виде $\frac{q}{C} + IR = L \frac{dI}{dt}$ и продифференцировать по времени, то получим уравнение того же типа, что и уравнение (10.4) $\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0$, из чего следует, что ток в контуре также совершает затухающие колебания, для которых значения β , ω и T определяются по формулам (10.6), (10.7) и (10.7').

Из формул (10.7) и (10.7') следует, что в контуре возможны затухающие колебания лишь в том случае, если $\frac{4}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ (частота и период — действительные величины) или $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Если $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то частота и период — мнимые, колебаний нет и происходит апериодический разряд конденсатора (см. рис. 10.3).

Сопротивление

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (10.8)$$

называется критическим.

Для характеристики степени затухания колебаний, кроме коэффициента затухания β , используется еще логарифмический декремент затухания.

Логарифмическим декрементом затухания колебаний называется натуральный логарифм отношения двух значений напряжения, разделенных интервалом времени, равным периоду колебаний:

$$\lambda = \ln \frac{U_{10}}{U_{20}} = \ln \frac{U_{10}(t_1)}{U_{20}(t_1 + T)} \quad (10.9)$$

или

$$\lambda = 2,3 \lg \frac{U_{10}}{U_{20}} \quad (10.9')$$

Подставим в (10.9) значения $U_{10}(t_1) = U_0 e^{-\beta t_1}$ и $U_{20}(t_1 + T) = U_0 e^{-\beta(t_1 + T)}$, получим

$$\lambda = \beta T \quad (10.10)$$

или согласно (10.6)

$$\lambda = \frac{R}{2L} T \quad (10.10')$$

В ряде случаев удобно изучать колебательный процесс в системе координат I и U , т.е. откладывать по оси абсцисс величину тока в контуре в заданный момент времени, а по оси ординат — напряжение на конденсаторе в тот же момент времени. Плоскость $U-I$ носит название плоскости состояний или фазовой плоскости, а кривая, изображающая зависимость напряжения от тока, называется фазовой кривой (рис. 10.4).

Найдем фазовую кривую для контура, сопротивление которого $R = 0$. В этом случае $\beta = \frac{R}{2L} = 0$ и из (10.5), (10.7) и (10.7') имеем

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{и} \quad T = 2\pi\sqrt{LC}; \quad (10.11)$$

$$V = U_0 \cos \omega t; \quad I = C \frac{dV}{dt} = -CU_0 \omega \sin \omega t. \quad (10.12)$$

Уравнения (10.12) описывают незатухающие колебания. Исключив из них время t , получим уравнение фазовой кривой:

$$\left(\frac{V}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{I}{CU_0\omega}\right)^2 = 1.$$

Это уравнение эллипса. Эллипс получается в результате сложения двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний (10.12), сдвинутых по фазе на четверть периода. В контуре, сопротивление которого $R > 0$, происходят затухающие колебания напряжения (10.5) и тока:

$$I = C \frac{dV}{dt} = -U_0 C e^{-\beta t} (\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t). \quad (10.13)$$

В этом случае амплитуды напряжения и тока в контуре непрерывно убывают, не повторяясь через период времени, и фазовая кривая получается незамкнутой (рис. 10.4).

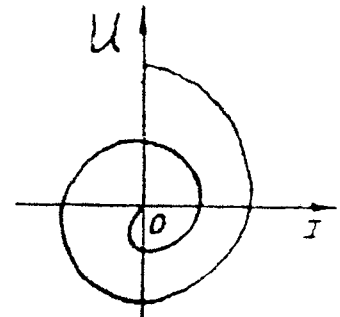


Рис. 10.4

Экспериментальная часть работы

Приборы и оборудование:

PQ – генератор звуковых сигналов,
 PO – осциллограф; ФПЗ-10 – модуль с колебательным контуром; ФПЗ-08 – преобразователь импульсов; ИП – источник питания; МС – магазин сопротивлений.

Принципиальная схема экспериментальной установки изображена на рис. 10.5.

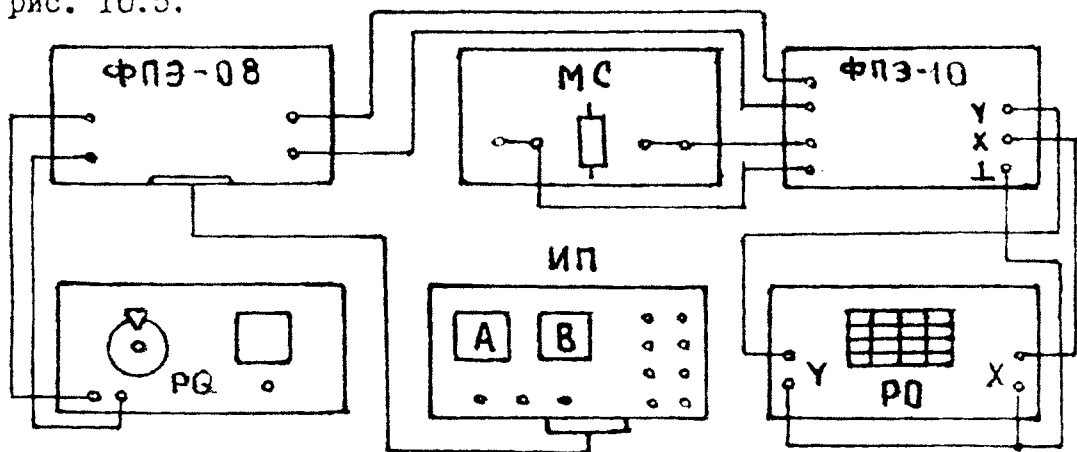


Рис. 10.5

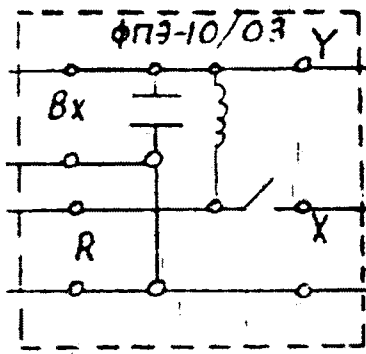


Рис. 10.6

В работе для получения колебаний в контуре используется модуль ФПЭ-10 с контуром, изображенным на рис. 10.6.

Происходящие в контуре затухающие колебания (см. рис. 10.2) наблюдаются на экране осциллографа. Цикл заряжения и разряжения осциллографа длится $1/\nu$ с, где ν — частота, задаваемая звуковым генератором. На экране осциллографа ему соответствует отрезок l_1 . Это позволяет определить период T затухающих колебаний, которому на рис. 10.2 соответствует отрезок l . Из пропорции $\frac{l}{T} = l_1 \nu$ получаем

$$T = \frac{l}{l_1 \nu} \quad (10.14)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание I. Измерение периода, логарифмического декремента и параметров L , C , R колебательного контура

1. Ознакомиться с работой звукового генератора и электронного осциллографа в режиме измерения амплитуды синусоидального напряжения и получения фигур Лиссажу.

2. Подготовить приборы к работе:

а) установить следующие параметры выходного напряжения звукового генератора: частота 250 Гц, напряжение 2–3 В;

б) на преобразователе импульсов ФПЭ-08 нажать клавишу "Л" и правую клавишу "скважность грубо";

в) ручку магазина сопротивлений поставить в положение "I" и нажать клавишу " $\times 10^2$ ".

3. Включить лабораторный стенд и приборы.

4. Получить на экране осциллографа устойчивую картину колебаний (см. рис. 10.2).

5. Измерить расстояния l , l_1 и вычислить период колебаний по (10.14).

6. Измерить амплитуду колебаний U_{10} , U_{20} , U_{30} и, комбинируя их попарно, вычислить по (10.9) логарифмический декремент затухания λ . По формуле (10.10) определить коэффициент затухания β . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 10.1.

7. Выполнить измерения (пункты 5, 6), включив в магазине сопротивлений 100, 300, 500, 600 Ом.

Т а б л и ц а 10.1

R_m	U_{10}	U_{20}	U_{30}	λ	β	L	C	R_k	R

8. Построить график зависимости логарифмического декремента затухания λ от сопротивления R_m магазина (рис. 10.7), откладывая значения R_m по оси абсцисс от произвольной точки 0 и экстраполируя график к $\lambda = 0$. Полное сопротивление контура R складывается из сопротивления R_k катушке самодуки и сопротивления магазина R_m : $R = R_k + R_m$. Поэтому согласно (10.10)

$$\lambda = \frac{R_k + R_m}{2L} T \quad (10.15)$$

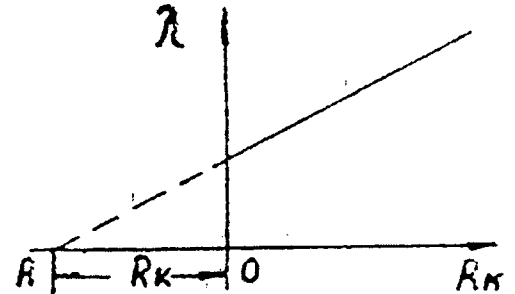


Рис. 10.7

в сопротивление R_k , очевидно, измеряется отрезком (см. рис. 10.7).

9. Используя найденное значение R_k и значение периода T , найденное ранее по формуле (10.14), вычислить индуктивность по формуле (10.15), а затем емкость C — по формуле (10.11).

10. Подобрать сопротивление магазина сопротивлений R_{mk} , при котором наблюдается апериодический разряд конденсатора. Согласно (10.8) должно быть $R_k + R_{mk} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Проверить расчетом это соотношение.

Задание 2. Исследование фазовых кривых

Для наблюдения на экране фазовой кривой на вертикально отклоняющие пластины осциллографа подать напряжение с обкладок конденсатора, а на горизонтально отклоняющие пластины — напряжение U_R с клемм магазина сопротивлений R_m , пропорциональное току $U_R = IR_m$. Таким образом, на экране осциллографа изображается зависимость напряжения U на обкладках конденсатора от тока I в контуре.

1. Включить осциллограф. Получить на экране фазовую кривую (см. рис. 10.4).

2. Установить картину в центре экрана.

3. ~~Вращая ручку магазина сопротивлений, получить фазовые кривые при различных сопротивлениях.~~

4. Измерить значения напряжения, разделенные периодом времени, т.е. расстояния от центра фазовой кривой до точки пересечения веток спирали с осью напряжения U и вычислить логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = 2,317 \frac{U_{10}}{U_{20}}$$

Аналогичным образом вычислить логарифмический декремент по значениям тока I , разделенные периодом времени:

$$\lambda = 2,317 \frac{I_{10}}{I_{20}}$$

Измерения выполнить по всем виткам фазовой кривой. Результаты занести в табл. 10.2.

Т а б л и ц а 10.2

R_m	$R = R_k + R_m$	U_{10}	U_{20}	U_{30}	λ	I_{10}	I_{20}	I_{30}	λ

5. Повторить измерения п.4 при значениях сопротивления магн. вна 100, 200, 300, 400, 500, 600 Ом. 700; 800 Ом

6. Зарисовать фазовую кривую при апериодическом разряде конденсатора.

7. Рассчитать погрешность определения λ :

$$\Delta \lambda = \sqrt{[(\ln U_{10})']^2 \Delta U_{10}^2 + [(\ln U_{20})']^2 \Delta U_{20}^2} ;$$

$$\Delta \lambda = \sqrt{(\Delta U_{10}/U_{10})^2 + (\Delta U_{20}/U_{20})^2} ,$$

где ΔU - погрешность измерения U на экране.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое колебательный контур и как в нем возникает колебания?

2. Что такое логарифмический декремент затухания?

3. Что представляет собой апериодический разряд в контуре и при каких условиях он происходит?

4. Что такое фазовая плоскость и фазовая кривая?

5. Какова форма фазовой кривой: а) при незатухающих колебаниях; б) при затухающих колебаниях; в) при апериодическом разряде?

Литература: [2]; [1], гл. XIII.