

РАБОТА 2.08

Вакуумный диод в магнитном поле

Цель работы

1. Измерить зависимость анодного тока диода от магнитной индукции B .
2. По результатам п.1 определить удельный заряд электрона.

Введение

Удельным зарядом электрона (или другой заряженной частицы) называют отношение его заряда к массе e/m . Для измерения e/m методом магнетрона используют особенности движения электронов в скрещенных (взаимно-перпендикулярных) электрическом и магнитном полях. Действие полей на электрон описывается силой Лоренца:

$$\vec{F} = \vec{F}^* + \vec{F}^M = -e\vec{E} - e[\vec{v}, \vec{B}] \quad (8.1)$$

где \vec{E} - вектор напряженности электрического поля, \vec{v} - скорость электрона, $(-e)$ - его заряд, \vec{B} - вектор магнитной индукции. Электрическая часть силы Лоренца \vec{F}^* изменяет кинетическую энергию электрона, магнитная часть \vec{F}^M перпендикулярна направлению движения электрона и, не меняя модуля его скорости, изменяет только ее направление.

В данном случае движение электронов происходит в вакуумном диоде, в котором катод и анод представляют собой цилиндры с общей осью. Электрическое поле создается внешним источником, обеспечивающим разность потенциалов U между катодом и анодом, а магнитное поле - соленоидом, внутрь которого помещен диод. При этом вектор индукции магнитного поля направлен параллельно оси электродов диода. Такая конфигурация электродов и полей напоминает ситуацию в магнетронах - мощных генераторах СВЧ-колебаний, чем и объясняется название метода.

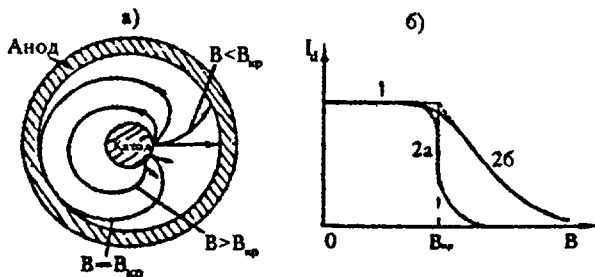


Рис 8.1. Траектории электронов (а) и зависимости $I(B)$ (б).

При малых значениях B магнитное поле слабо искривляет траектории электронов и практически не мешает им достигать анода. При больших магнитных полях искривление траектории настолько велико, что электроны не достигают анода (рис.8.1а). Значение магнитной индукции, при котором траектория электронов становится касательной к поверхности анода, называют критическим $-B_{кр}$.

Значение $B_{кр}$ можно связать с удельным зарядом электрона. При движении электрона от катода к аноду на него действует сила Лоренца (8.1). Для вычислений воспользуемся цилиндрической системой координат, т.е. будем характеризовать положение точки расстоянием r от оси цилиндра, полярным углом φ и смещением вдоль оси z (рис.8.2а). Спроецировав соотношение (8.1) на оси координат, получим:

$$F_r^e = eE, F_\varphi^e = F_z^e = 0, F_r^M = -ev_\varphi B, F_\varphi^M = ev_r B, F_z^M = 0 \quad (8.2)$$

Скорости электрона, электрическая и магнитная составляющие силы и их проекции показаны на рис.8.2б в плоскости, перпендикулярной оси z . Из (8.2) следует, что ни электрическая, ни магнитная силы не имеют составляющих по оси z . Движение электрона вдоль оси z является, таким образом, равномерным. Если начальной скоростью электрона пренебречь, то во всех точках траектории $v_z = 0$.

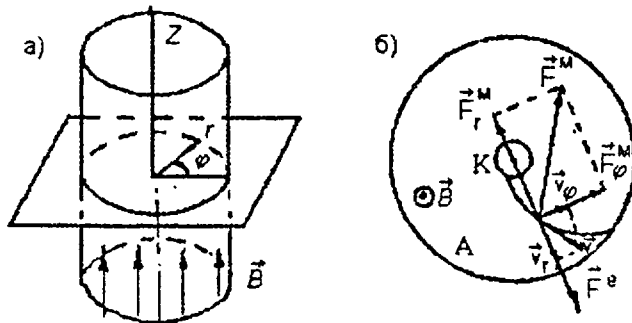


Рис.8.2. Цилиндрические координаты задачи (а) и проекции магнитной силы и скорости электрона в плоскости (б).

Магнитное поле никакой работы не производит, и кинетическую энергию электрон получает только от электрического поля. Если потенциал катода принять равным нулю и пренебречь начальной скоростью электронов, то в точке с потенциалом φ энергия электрона равна:

$$e\varphi = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_r^2 + v_\varphi^2). \quad (8.3)$$

Когда значение магнитной индукции достигает $B_{кр}$, траектория электрона становится касательной к поверхности анода, т.е. $v_r = 0$ и

$$eU = \frac{1}{2}mv_\varphi^2 \quad (8.4)$$

где U - потенциал анода относительно катода или анодное напряжение.

Компонента v_φ скорости электрона возникает за счет магнитного поля ($v_\varphi=0$ при $B = 0$). Для нахождения зависимости v_φ от B решим уравнение моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (8.5)$$

Здесь $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$ - момент импульса электрона, $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ - момент сил, действующих на него. Так как векторы $\vec{r}, \vec{p} = m\vec{v}, \vec{F}$ лежат в плоскости, перпендикулярной z , то их векторные произведения, т.е. вектора \vec{L} и \vec{M} , коллинеарны оси z . Переходя в (8.5) к проекциям на ось z и учитывая, что

$$L_z = mrv_\varphi, \quad M_z = rF_\varphi^M = eBrv, \quad v_r = dr/dt,$$

получим:

$$\frac{d}{dt}(mrv_\varphi) = eBr \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2}eB \frac{d(r^2)}{dt}.$$

Интегрируя по t , получим:

$$mrv_\varphi = \frac{1}{2}eBr^2 + A. \quad (8.6)$$

Постоянная A определяется из начальных условий. Если считать, что радиус катода мал по сравнению с расстоянием между катодом и анодом, что соответствует конструкции прибора, а движение электроны начинают со скоростей, близких к нулю, то из (8.6) следует, что постоянную A можно принять равной нулю, и

$$v_\varphi = \frac{eBr}{2m}.$$

Подставив этот результат в (8.4) и имея в виду, что соотношение (8.4) выполняется при $r = r_a$ (радиус анода) и $B = B_{кр}$, получим:

$$U = \frac{eB_{кр}^2 r_a^2}{8m},$$

что дает в итоге формулу:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{B_{кр}^2 r_a^2} \quad (8.7)$$

Для измерения $B_{кр}$ надо снять зависимость анодного тока диода I_d от магнитной индукции поля, в которое помещен диод. Из вышеприведенных рассуждений следует, что эта зависимость должна иметь вид ступеньки (рис 8.1б, штриховая линия), что означает, что при $B < B_{кр}$ все электроны, вылетевшие из катода, попадают на анод, а при $B > B_{кр}$ ток полностью прекращается.

На самом деле, такой строгой отсечки тока при $B = B_{кр}$ не наблюдается. Следует указать как минимум две физические причины "размытия" ступеньки. Первая - электроны, вылетая из катода, уже имеют отличную от нуля скорость теплового движения. Различие начальных скоростей электронов обуславливает различные значения $B_{кр}$ для каждого из них. Влияние этого фактора тем меньше, чем больше анодное напряжение и чем меньше радиус катода. Вторая причина заключается в том, что при вышеприведенном анализе поведения электронов в скрещенных полях при $B > B_{кр}$ мы не принимали в расчет судьбу электронов, не достигших анода. Эти электроны, накапливаясь в межэлектродном пространстве, создают облако пространственного заряда, проявляющее себя двояко. С одной стороны, оно отталкивает электроны, вылетающие из катода, и заставляет часть из них возвращаться на катод, с другой стороны, они выталкивают электроны из внешней части облака к аноду. Эти процессы совместно обуславливают некоторое ненулевое значение анодного тока при $B > B_{кр}$. При $B < B_{кр}$ пространственный заряд также существует, что приводит к уменьшению значений тока. Увеличение анодного напряжения или уменьшение температуры катода понижает плотность электронного облака и уменьшает его влияние.

Рассмотрим подробнее влияние пространственного заряда на форму зависимости тока диода I_d от магнитной индукции. Влияние объемного заряда электронов на распределение потенциала между катодом и анодом и на ВАХ вакуумного диода в отсутствие магнитного поля анализируется в приложении П.2. Это влияние особенно велико при малых анодных напряжениях (см. рис.П 2.2) и проявляется в возникновении дополнительного потенциального барьера $\Delta\phi^*$ для электронов, вылетающих с катода, на расстоянии x^* (в цилиндрической геометрии - r^*) от него. Если значение r^* не является

пренебрежимо малым, то константу A в формуле (8.6) уже нельзя считать равной нулю, причем

$$A = -(1/2) eBr^{*2}$$

и соответственно:

$$V_{кр}^* = \frac{2}{r_*} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \frac{1}{1 - (r^*/r_*)^2} \quad (8.8)$$

Нетрудно заметить, что при $r^* \ll r_*$ формула (8.8) становится идентичной формуле (8.7), а отличие $V_{кр}^*$ от $V_{кр}$ становится существенным (порядка 5%) при $r^* \geq 0,2 r_*$.

Отметим, что "прогиб" кривой распределения потенциала $\varphi(r)$, и, следовательно, высота барьера $\Delta\varphi^*$ зависят не только от анодного напряжения U , но и от эмиссионного тока электронов (т.е. тока насыщения или, иначе говоря, от температуры катода). Влияние температуры катода показано на рис.8.3. Кривым 1-3 соответствуют различные температуры катода, причем $T_3 > T_2 > T_1$. Температуре T_1 соответствует режим насыщения, а T_2 и T_3 - режим объемного заряда, причем роль потенциального барьера в случае 3 становится существенной.

Объемный заряд между катодом и анодом можно увеличить не только за счет увеличения эмиссии электронов (т.е. накала катода), но и задерживая, "заворачивая" электроны магнитным полем. В этом смысле кривые 2 и 3 на рис.8.3 можно трактовать как отвечающие условию $B_3 > B_2 > B_1$ (при фиксированных напряжении U и температуре катода T), а кривой 1 соответствует условие $B_1 < B_{кр}$.

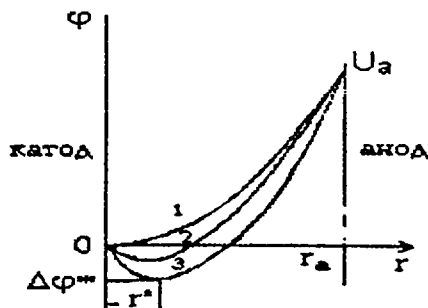


Рис.8.3. Распределение потенциала $\varphi(r)$ в диоде при разных температурах катода

Используем все эти соображения для объяснения характера зависимости $I_d(B)$ при разных режимах работы вакуумного диода.

Рассмотрим сначала случай режима насыщения. В отсутствие магнитного поля распределение потенциала $\varphi(r)$ не имеет минимума (кривая 1 на рис.8.3), а ток диода практически не зависит от напряжения U . При увеличении магнитной индукции до $B \approx B_{кр}$ объемный заряд между катодом и анодом увеличивается за счет электронов, не достигших анода, что приводит к "прогибанию" распределения $\varphi(r)$. Но барьер $\Delta\varphi^*$ появляется не сразу, а при некотором $B > B_{кр}$, когда количество электронов, "завернутых" полем, существенно возрастет. Кроме того, влияние появившегося барьера скажется опять-таки не сразу, а лишь при $r^* \approx 0,2r_a$. В результате размытие ступеньки на кривой $I_d(B)$ из-за объемного заряда скажется на "хвосте" характеристики $I_d(B)$, т.е. при больших значениях B , существенно превышающих $B_{кр}$. Ожидаемый вид кривой $I_d(B)$ при этом соответствует случаю "2а" на рис.8.16.

Благодаря более четкому спаду кривой $I_d(B)$ этот режим более подходит для достоверного нахождения $B_{кр}$. Но он, во-первых, требует либо больших напряжений U , а значит, и больших магнитных полей, либо малых эмиссионных токов, что создает определенные технические трудности. И, во-вторых, для работы в режиме насыщения необходимо снять семейство ВАХ диода для нахождения оптимальных условий эксперимента, что увеличивает объем производимых измерений.

В установке реализуется работа диода в режиме объемного (или пространственного) заряда. В этом случае даже при $B < B_{кр}$ уже существует потенциальный барьер $\Delta\varphi^*$, создаваемый объемным зарядом электронов (рис.8.4, кривая 1). При $B \geq B_{кр}$ увеличение объемного заряда приводит к увеличению как $\Delta\varphi^*$, так и r^* (кривые 2 и 3). В результате заметное "размывание" ступеньки начинается уже при $B \approx B_{кр}$. При дальнейшем увеличении магнитной индукции и соответствующем увеличении r^* в согласии с формулой (8.8) растет и критическое поле $B_{кр}$, кривая $I_d(B)$ из-за этого все больше отклоняется вправо, в сторону больших B и приобретает вид кривой "2б" на рис.8.16.

Проведенный анализ показывает, что заметное снижение тока I_d начинается, когда магнитная индукция достигает критического значения $B \approx B_{кр}$. Это оправдывает рекомендованную методнку нахождения $B_{кр}$ (вернее,

критического значения тока соленоида $(I_L)_{кр}$ по началу спада тока на кривой $I = f(I_L)$.

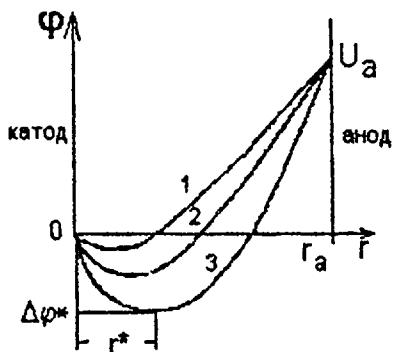


Рис.8.4. Изменение распределения потенциала $\varphi(r)$ с ростом величины магнитной индукции B (режим объемного заряда)

Указанные причины “размытия” ступеньки определяются физикой происходящих процессов и не могут быть полностью устранены. Кроме того, сильно влияют на форму зависимости $I_d(B)$ возможные отклонения от идеальности в геометрии прибора. Даже небольшая неточность в соосности катода и анода, их форме, в совпадении оси прибора с направлением магнитного поля приведет к существенному размытию ступеньки, поскольку электроны, вылетающие в разных направлениях, находятся не в равных условиях.

Все указанные причины приводят к тому, что реальная характеристика $I_d(B)$ имеет вид 2а или 2б (рис.8.1б), причем кривая 2б характерна для случая сильного влияния пространственного заряда. Как видно из рисунка, величину $V_{фр}$ можно найти по пересечению продолжения горизонтальной части характеристики 1 с прямой, проведенной через наиболее крутой участок спадающей части.

Экспериментальная установка

Схема электрической цепи установки приведена на рис. 8.5. Установка состоит из двухэлектродной лампы (вакуумный диод), соленоида, внутрь которого помещен диод, источников питания и измерительных приборов. Лампа и соленоид смонтированы на рабочей плате, к которой с помощью соединительных проводов со штекерами подключают источники питания и измерительные приборы.

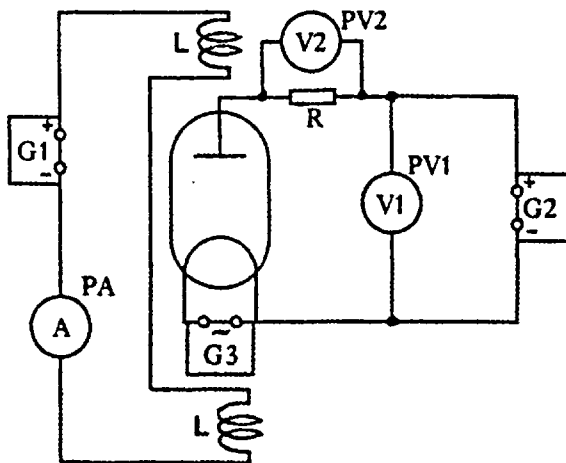


Рис. 8.5. Схема электрической цепи установки.

Изменение магнитного поля осуществляется путем изменения тока I_L , протекающего через обмотку соленоида. Значение тока устанавливают с помощью ручек регулирования источника тока и измеряют миллиамперметром PA. Магнитную индукцию внутри соленоида можно вычислить по формуле:

$$B = \mu_0 I_L \frac{N}{l}, \quad (8.9)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, N – число витков соленоида, l – его длина.

Источник переменного напряжения G3 (6,3 В) служит для накала катода.

Анодное напряжение устанавливают с помощью ручек регулирования источника питания G2 и измеряют вольтметром PV2.

Ток через диод измеряют по падению напряжения U_R (вольтметр PV1) на резисторе R с известным сопротивлением. Поскольку значения анодного тока I_d не используются в вычислениях, то расчет I_d по измеренным значениям U_R становится излишним.

Источники G1, G2 и G3 обычно совмещены в одном универсальном источнике питания УИП-2 (см. [1]), но могут представлять собой и отдельные блоки питания (см. схему цепи на установке).

Проведение эксперимента

1. Ознакомьтесь с правилами техники безопасности. Выполните указанные в них рекомендации.

2. Подготовьте установку к работе, проверив правильность подключения к плате источников питания и измерительных приборов. Найдите ручки регулирования, необходимые для установки заданных значений анодного напряжения и тока в обмотке соленоида. Включите в сеть измерительные приборы и накал катода, дайте прогреться 5-10 минут. Выведите ручки регулирования источников G1 и G2 на минимум выходного напряжения и включите их в сеть. Проверьте наличие анодного тока.

3. Установите первое из заданных преподавателем значений анодного напряжения (в диапазоне 2 - 10 В). При нулевом токе в соленоиде измерьте напряжение U_R , пропорциональное току через диод. Найдите значение тока в соленоиде I_{Lmax} , при котором напряжение U_R уменьшится примерно на порядок. Тем самым вы находите интервал изменения тока соленоида. Выберите шаг изменения I_L так, чтобы получить 15-20 экспериментальных точек на кривой зависимости $U_R(I_L)$.

4. Увеличивая ток в соленоиде от 0 до I_{Lmax} с выбранным шагом, одновременно измеряйте I_L и U_R . Результаты внесите в табл.8.1.

Таблица 8.1. Зависимость напряжения U_R от тока в соленоиде

№ опыта	Анодное напряжение				
	U=...В		...	U=...В	
	$I_L=...$ мА	$U_R=...$ мВ	...	$I_L=...$ мА	$U_R=...$ мВ
			...		
			...		

Следите за постоянством установленного значения анодного напряжения по прибору PV2 и при необходимости корректируйте его.

5. Уменьшив ток соленоида до нуля, установите новое значение анодного напряжения и повторите измерения по пунктам 3 и 4. Повторите эту процедуру для всех заданных значений U .

Обработка результатов

1. По данным табл. 8.1 постройте графики зависимостей $U_R(I_L)$ для всех значений анодного напряжения.

2. На каждом графике выделите участки 1 и 2 (см. рис 8.1б) и продолжите их до пересечения. Точке пересечения соответствует критическое значение тока в соленоиде $I_{кр}$.

3. По найденным значениям $I_{кр}$ и формуле (8.9) вычислите соответствующие значения $B_{кр}$.

4. По формуле (8.7) вычислите значения (e/m) для каждого значения U . Результаты, полученные в пунктах 2-4, запишите в нижней части табл.8.1.

5. Рассматривая найденные в п.4 значения (e/m) как результаты многократных наблюдений, найдите среднее значение и погрешность по рекомендациям [2].

6. Сравните результат измерения с табличным значением удельного заряда электрона. Проанализируйте причины возможных отклонений.

Контрольные вопросы

1. В чем проявляется влияние магнитного поля на движение электронов в вакуумном диоде?

2. Какие допущения положены в основу вывода теоретической формулы (8.7)?

3. В чем проявляется влияние пространственного заряда в промежутке катод – анод?

4. Как найти критическое значение магнитной индукции $B_{кр}$ в условиях размытого скачка в зависимости $I_d(B)$?

5. Укажите возможные источники погрешностей измерения (e/m) .