

# Работа 2.11

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ LC-КОНТУРЕ

### Задача

Для параллельного LC колебательного контура измерить и вычислить следующие величины:

- 1) логарифмический декремент затухания, добротность в режиме свободных затухающих колебаний;
- 2) резонансную частоту, ширину полосы пропускания, добротность в режиме вынужденных колебаний;
- 3) сравнить значения добротности, полученные в п. 1) и п. 2); исследовать зависимость названных величин от параметров контура.

### **Введение**

Свободные колебания в идеальном контуре [4. с.259-262]. Электрические колебания могут возникать в цепи, составленной из конденсатора ёмкостью  $C$  и катушки индуктивностью  $L$ . Такую цепь называют колебательным контуром. В процессе колебаний периодически изменяются заряд  $q$  и напряжение на обкладках конденсатора  $U_C$  сила тока  $i = dq / dt$ , текущего через катушку ( $t$  - время), и напряжение на ней  $U_L$ . Колебания представляют собой взаимные превращения энергии из электрической в магнитную.

Для мысленной модели параллельного контура (рис. 1) напряжения на конденсаторе  $U_C = q / C$  и на индуктивности

$$U_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2} \text{ в сумме равны нулю :}$$

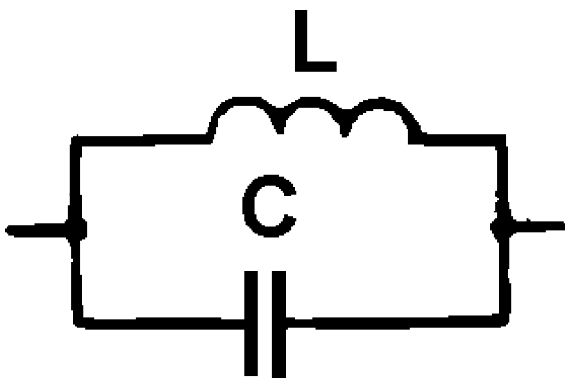


Рис. 1.

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0. \quad (1)$$

Решение этого уравнения )

$$q = q_m \cos \omega_0 t, \quad (2)$$

где  $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$  )

собственная частота контура;  $q_m$  - амплитуда колебаний. Период колебаний связан с частотой соотношением

$T = 1/f = 2\pi/\omega$  . Следовательно,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (3)$$

Ввиду того что напряжение на конденсаторе  $U_C = q/C$  , имеем

$$U_C = \frac{q_m}{C} \cos \omega_0 t = U_m \cos \omega_0 t . \quad (4)$$

Таким образом, в мысленной модели контура (рис. 1) заряд конденсатора, напряжение на его обкладках, а также ток через катушку индуктивности и напряжение на ней изменяются со временем по гармоническому закону. Такие колебания называются незатухающими.

Свободные затухающие колебания [4, с.262-265].

В реальном контуре не вся энергия испытывает взаимные превращения из электрической в магнитную форму. Часть ее расходуется на нагревание деталей контура током и на излучение электромагнитных волн, поэтому свободные колебания затухают со временем.

Для учета этих потерь в мысленную модель контура вводят резистивный элемент **R** (рис. 2). В случае не слишком высоких частот, когда мощность излучения электромагнитных волн ничтожно мала, энергия теряется в проводах катушки и контура. В реальной цепи последовательно с **L** можно включить резистор, тем самым искусственно увеличивая сопротивление **R**.

Если такой контур на короткое время подключить к источнику напряжения, то конденсатор **C** зарядится, и после отключения источника в контуре возникнут затухающие колебания. Их уравнение можно получить исходя из того, что сумма напряжений на конденсаторе, индуктивности и сопротивлении равна нулю (внешнее напряжение не приложено, источник отключен). Для этого достаточно добавить в уравнение (1) значение падения напряжения на омическом

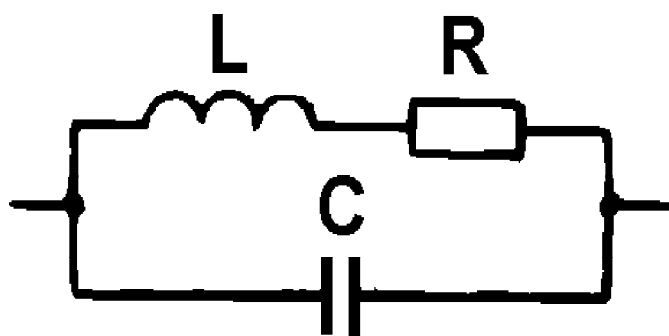


Рис. 2.

сопротивлении  $U_R = R \cdot i = R \frac{dq}{dt}$  :

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 . \quad (5)$$

Решив это уравнение и перейдя от заряда конденсатора к напряжению на нем, как это было сделано выше в уравнении (4), получим для случая  $R^2/4L^2 < 1/LC$

$$u_C = U_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega t + \alpha) . \quad (6)$$

Такие колебания называют затухающими. Здесь введены следующие обозначения:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} ; \quad (7)$$

$\omega$  - частота затухающих колебаний , меньше собственной частоты  $\omega_0$ ;

$$\beta = \frac{R}{2L} ; \quad (8)$$

$\beta$  - коэффициент затухания.

Зависимость напряжения конденсатора от времени для такого случая показана на рис. 3. Если затухание велико, т.е.  $R^2/4L^2 > 1/LC$  , свободные колебания в контуре не возникают; имеет место так называемый апериодический разряд конденсатора.

Величину, обратную коэффициенту затухания,  $\tau = 1/\beta$  называют постоянной времени затухания (или просто временем затухания).

Принято также характеризовать затухание колебаний логарифмическим декрементом затухания, который определяется формулой

$$\lambda = \ln \frac{U_1(t)}{U_2(t+T)} = \beta \cdot T . \quad (9)$$

При вычислении  $\lambda$  удобно выбирать напряжения  $U_1(t)$  и  $U_2(t+T)$  как два последовательных максимальных значения, отстоящие друг от друга на время  $T$  . Колебательный контур часто характеризуют его добротностью  $Q$  - безразмерной величиной, которая определяется отношением значения энергии, запасенной в контуре, к значению энергии, рассеянной за период.

Практически удобно для вычисления добротности использовать формулы

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{2\beta} \quad (10)$$

(в соответствии с формулой (9)  $\lambda = \beta T$ ). Если затухание мало ( $\beta \ll \omega_0$ ), можно положить  $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , тогда

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (11)$$

Вынужденные колебания в контуре возникают, если к контуру подключают источник периодических колебаний. Когда частота такого внешнего воздействия приближается к частоте  $\omega_0$ , наступает резонанс.

В этой работе изучается резонанс в параллельном контуре, через который пропускается гармонический ток  $i$  неизменной амплитуды, но регулируемой частоты (контур, подключенный к генератору тока). Постоянство амплитуды тока достигается последовательным включением резистора большого сопротивления, или, как это показано на рис. 4, конденсатора малой ёмкости  $C1$ .

Качественно легко предсказать, как зависит напряжение на контуре от частоты. При очень малых частотах оно равно  $R \cdot i$ , так как конденсатор не проводит постоянного тока, а индуктивность не препятствует его прохождению. При достаточно больших частотах падение напряжения на контуре тоже невелико, так как в этом случае не препятствует прохождению тока конденсатор. Поэтому зависимость напряжения на контуре от частоты имеет вид, примерно изображенный на рис. 5. Такую кривую называют резонансной кривой. В соответствии с традицией по вертикали отложено не само напряжение, а отношение напряжения к его максимальному (резонансному) значению  $U/U_p$ .

Резонансная частота оказывается несколько меньшей собственной частоты  $\omega_0$ , но очень близкой к ней. В первом приближении

$$\omega_p \approx \omega_0 \left( 1 - \frac{1}{32Q^4} \right) \approx \omega_0. \quad (12)$$

В условиях резонанса токи  $i_L$  и  $i_C$  оказываются близкими по амплитуде, а ток  $i$ , текущий от генератора, значительно меньше контурного. Говорят, в этом случае имеет место резонанс токов.

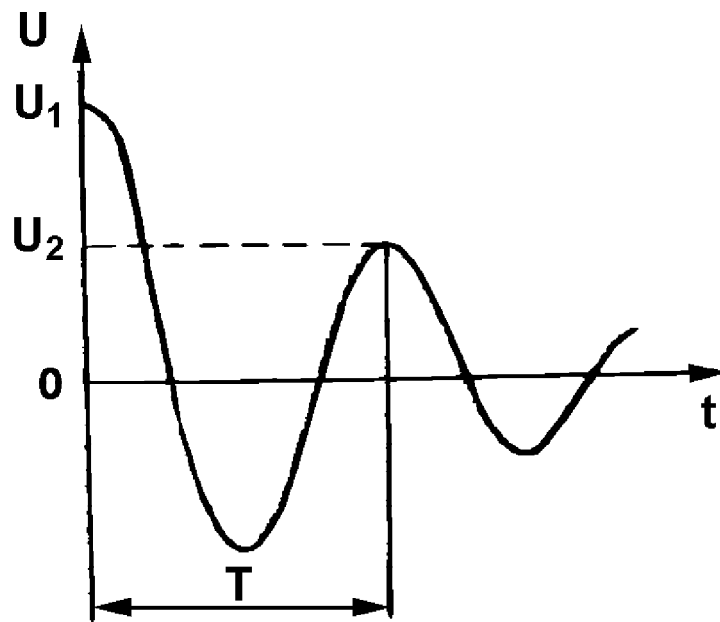


Рис. 3

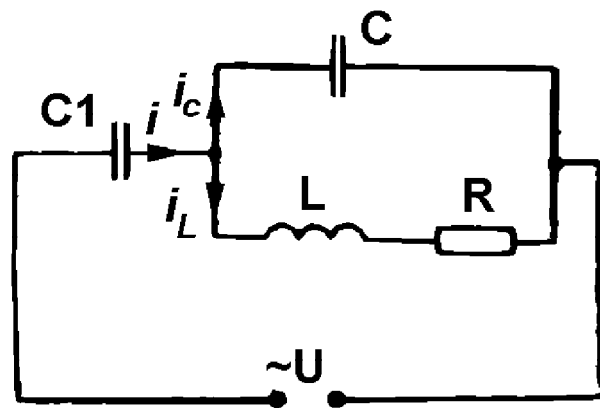


Рис. 4

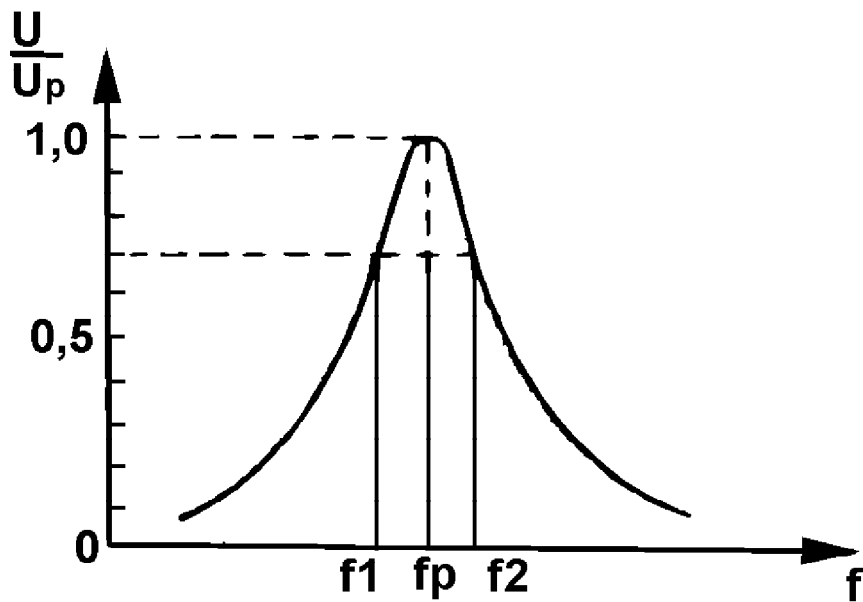


Рис. 5

“Остроту” резонансной кривой описывают шириной полосы пропускания контура  $\Delta f = f_2 - f_1$ , (рис. 5). Под  $f_1$  и  $f_2$  понимают частоты, для которых напряжение на конденсаторе составляет 0,7 резонансного  $(U_m/U_p)^2 = 1/2$ . Относительная ширина полосы пропускания при малых затуханиях оказывается величиной, обратной добротности контура,

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q} . \quad (13)$$

#### Установка

Установка состоит из платы, выполненной методом печатного монтажа, и комплекта приборов, источников питания и деталей, необходимых для выполнения работы. Схема платы и соединений приведена на рис. 6.

В комплект входят детали для сборки колебательного контура: катушка индуктивности  $L$ , конденсатор  $C$ , резистор  $R$  и заменяющая его перемычка. Таким образом, предусмотрены два варианта контура: **LCR** (с резистором) и **LC** (с перемычкой). Значения индуктивности (в мкГн), емкости и сопротивления указаны на соответствующих элементах.

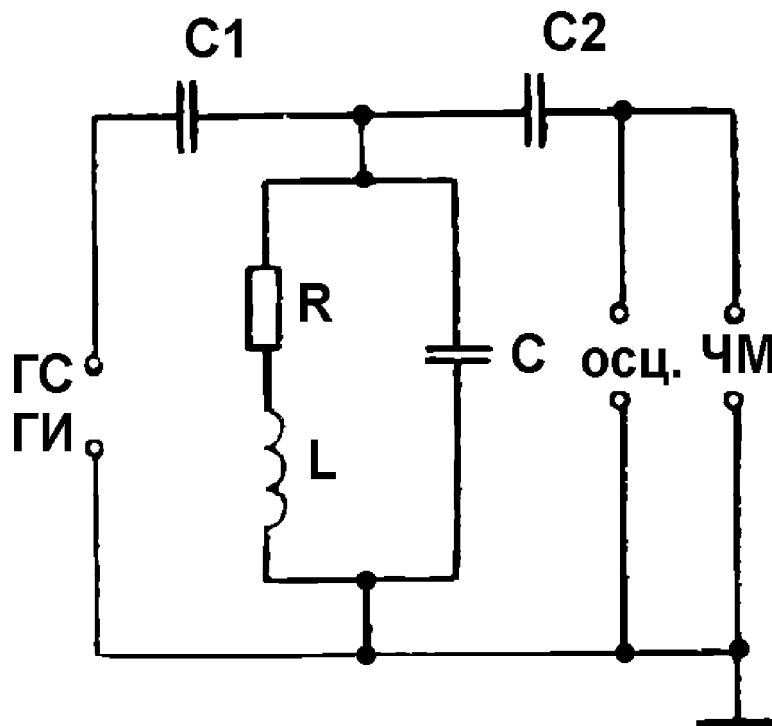


Рис. 6.

Источниками питания служат: генератор прямоугольных импульсов (ГИ) с достаточно большим периодом следования коротких импульсов при изучении свободных колебаний; генератор синусоидального (гармонического) напряжения (ГС) при изучении вынужденных колебаний.

Измерение частоты производится электронным частотомером, наблюдение формы и измерение амплитуды напряжения на контуре - осциллографом.

В комплект входят конденсатор **C1** (резистор **R**), определяющий амплитуду тока через контур, и разделительный конденсатор **C2**.

### Измерения и обработка результатов

Внимание! Убедитесь в том, что корпуса генератора, частотомера и осциллографа надежно заземлены.

#### Измерения в режиме свободных затухающих колебаний:

1. Соберите на плате **LCR** контур; занесите в табл. 1 значения **L, C, R**. Входные гнезда платы соедините с выходными гнездами генератора прямоугольных импульсов ГИ [1, с.78-82]; в качестве последнего можно использовать напряжение с выхода ГИ частотомера Ф-5080 [1, с.29-32]. К выходным гнездам платы подключите вход **Y** осциллографа. Следите за тем, чтобы заземленные концы приборных кабелей были соединены с “нижней” (на схеме) шиной монтажной платы.
2. Манипулируя ручками на передней панели осциллографа, получите устойчивую картину, сходную с рис. 3 и занимающую большую часть экрана. Зарисуйте ее от руки, отразив число максимумов и примерно - их соотношение по высоте.
3. Занесите в табл. 1 вертикальную  $Y \sim U$  и горизонтальную  $X \sim t$  координаты каждого из максимумов; отсчет ведите в больших делениях шкалы осциллографа. По шкале переключателя “Время/дел” найдите и запишите в табл. 1 масштаб времени на оси **X** в мкс/дел (микросекунд в одном большом делении).
4. Соберите контур **LC** (замените резистор **R** перемычкой) и повторите операции п. 2, 3. Выключите генератор и отсоедините его от платы.
5. По данным табл. 1 постройте кривые затухания для **LCR** и **LC** контуров:  $U/U_1 = Y/Y_1 = f(t)$  (индекс 1 - первый максимум).
6. Для каждого из контуров вычислите период колебаний **T** по расстоянию между двумя любыми соседними максимумами.
7. Для каждого из контуров, пользуясь формулой (9) и текстом к ней, вычислите логарифмический декремент затухания  $\lambda$ , коэффициент  $\beta$  и время  $\tau$  - затухания. Оцените погрешности каждой из этих величин.
8. Вычислите добротность **Q** контура (формула (10)).

Таблица 1

R = 0			X = мкс/дел		R ≠ 0		X = мкс/дел	
Номер измерения	Y , дел.	Y / Y <sub>1</sub>	X , дел.	t , мкс	Y , дел.	Y / Y <sub>1</sub>	X , дел.	t , мкс
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

Таблица 2

L = ; C = ; R =				L = ; C = ; R =			
Номер измерения	<i>f</i>	<i>U<sub>m</sub></i>	$\frac{U_m}{U_p}$	Номер измерения	<i>f</i>	<i>U<sub>m</sub></i>	$\frac{U_m}{U_p}$
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
·				·			
20				20			



### Измерения в режиме вынужденных колебаний:

1. К входным гнездам платы вместо генератора ГИ присоедините генератор ГС [1, с.70-72]. К выходным гнездам кроме осциллографа подключите частотомер. Вновь убедитесь, что все соединительные шланги обеспечивают соединение корпуса каждого прибора с “нижней” шиной платы.
2. Убедитесь в работоспособности установки: подайте на вход напряжение несколько вольт частоты 50 - 120 кГц и , манипулируя ручками на панели осциллографа, получите устойчивую синусоиду на его экране. Регулировкой частоты добейтесь максимальной амплитуды колебаний (установите резонансную частоту). Регулировкой выходного напряжения генератора добейтесь осциллограммы, занимающей почти весь экран.
3. Уменьшайте частоту колебаний (амплитуда будет падать) до тех пор, пока частотомер не перестанет показывать частоту. Прделайте аналогичную операцию, увеличивая частоту.
4. В пределах частот, где надежно работает частотомер, задавайте частоту и измеряйте амплитуду с таким расчетом, чтобы получить на резонансной кривой примерно 20 точек. Вблизи резонансной частоты выбирайте наименьший шаг по частоте. Результаты заносите в табл. 2.
5. Замените переключку резистором **R** (соберите **LCR** контур). Прделайте с ним операции, перечисленные в п. 2,3,4.
6. По данным табл. 2 постройте резонансные кривые для **LC** и **LCR** контуров (см. рис. 5). Графики рекомендуется выполнить на отдельных листах с разным масштабом оси частот.
7. По резонансным кривым для каждого из контуров найдите резонансную частоту  $f_p$  , ширину полосы пропускания  $\Delta f$  , добротность **Q** . Оцените погрешности измеренных величин. Запишите результаты. Сравните это значение добротности с тем, которое получено методом затухающих колебаний.

### Контрольные вопросы

1. Какова задача этой работы? Какими двумя методами предстоит измерить характеристики контура?

2. Как измеряются время затухания и добротность в режиме свободных колебаний?
3. Как связаны между собою ширина полосы пропускания и добротность контура?
4. Почему вообще затухают колебания в контуре, где вместо резистора поставлена перемычка ?