

# **Работа 3.05**

## **Формулы Френеля - Теория отражения**

*O.C. Вавилова  
Ю.П. Яшин*

### **Цель работы:**

Изучить теорию Френеля для отражения и преломления света на границе двух диэлектриков, исследовать энергетические соотношения при отражении и преломлении и проверить изменение поляризации волны.

### **Задача:**

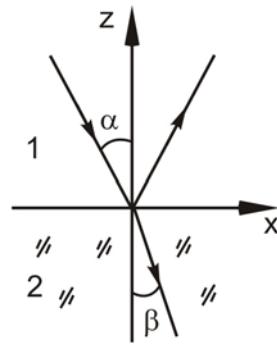
1. Получить на опыте зависимость коэффициентов отражения от угла падения для двух случаев поляризации падающей волны (параллельно и перпендикулярно плоскости падения).
2. Рассчитать зависимость коэффициентов отражения от угла падения по формулам Френеля и сравнить с опытом.
3. Определить угол полной поляризации (угол Брюстера).
4. Изучить экспериментально зависимость угла поворота плоскости поляризации при отражении.

## **Введение**

### **1. Формулы Френеля**

Когда свет достигает границы раздела двух сред с разными показателями преломления, он частично проходит во вторую среду и частично возвращается обратно (рис. 1). Направления отраженного и преломленного света описываются известными законами отражения и преломления. Однако эти законы ничего не говорят об интенсивности и поляризации отраженной и преломленной волн. Эта задача решается на основе электромагнитной теории света. Появление отраженной и преломленной волн объясняется тем, что электрическое поле падающей волны “раскачивает” входящие в состав вещества заряженные частицы, которые становятся источником вторичных волн. Френель получил формулы, устанавливающие связь между амплитудами и фазами падающей, отраженной и преломленной волн. Степень поляризации отраженных и преломленных лучей при различных углах падения получается из решения уравнений Максвелла с учетом условий на границе диэлектриков. К числу этих условий принадлежат:

1. Равенство тангенциальных составляющих векторов  $E$  и  $H$  по обе стороны границы раздела (с одной стороны нужно брать сумму соответствующих векторов для падающей и отраженной волны, а с другой – вектор для преломленной волны).
2. Равенство нормальных составляющих векторов  $D$  и  $B$ .

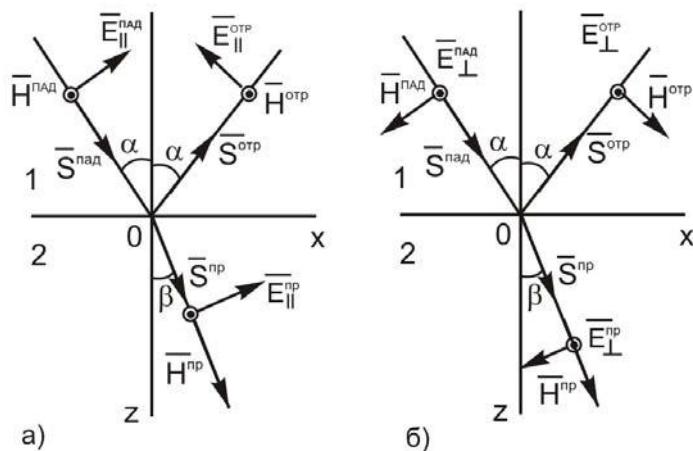


*Rис. 1.* Направления падающей, отраженной и преломленной волн.

Формулы получены для двух предельных случаев поляризации волны, падающей на прозрачную границу:

- электрическое поле волны параллельно плоскости падения (рис.2а);
- электрическое поле волны перпендикулярно плоскости падения (рис.2б).

На рис.2 изображены векторы  $\mathbf{S}^{\text{пад}}$ ,  $\mathbf{S}^{\text{отр}}$ ,  $\mathbf{S}^{\text{пр}}$ , а также направления колебаний вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  и вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  для этих случаев.



*Rис. 2.* Схемы расположения волновых векторов и напряженностей в падающей, отраженной и преломленной волнах.

При выводе формул Френеля принято, что  $\sin \alpha < n_2 / n_1$ , то есть не рассматривается полное внутреннее отражение.

Формулы Френеля имеют вид:

$$E_{m||}^{\text{omp}} = E_{m||}^{\text{пад}} \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}, \quad (1)$$

$$E_{m\perp}^{\text{omp}} = -E_{m\perp}^{\text{пад}} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (2)$$

$$E_{m\parallel}^{np} = E_{m\parallel}^{na\partial} \frac{2\sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}, \quad (3)$$

$$E_{m\perp}^{np} = E_{m\perp}^{na\partial} \frac{2\sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (4)$$

Используя закон преломления, формулы Френеля можно записать в другом виде:

$$E_{m\parallel}^{omp} = E_{m\parallel}^{na\partial} \frac{n_2 \cdot \cos\alpha - n_1 \cdot \cos\beta}{n_2 \cdot \cos\alpha + n_1 \cdot \cos\beta}, \quad (5)$$

$$E_{m\perp}^{omp} = -E_{m\perp}^{na\partial} \frac{n_1 \cdot \cos\alpha - n_2 \cdot \cos\beta}{n_1 \cdot \cos\alpha + n_2 \cdot \cos\beta}, \quad (6)$$

$$E_{m\parallel}^{np} = E_{m\parallel}^{na\partial} \frac{2n_1 \cdot \cos\alpha}{n_2 \cdot \cos\alpha + n_1 \cdot \cos\beta}, \quad (7)$$

$$E_{m\perp}^{np} = E_{m\perp}^{na\partial} \frac{2n_1 \cdot \cos\alpha}{n_1 \cdot \cos\alpha + n_2 \cdot \cos\beta}. \quad (8)$$

Как видно из формул (1) – (8), амплитуды колебаний в отраженной и преломленной волнах являются вещественными числами. Следовательно фазы отраженной, преломленной и падающей волн либо совпадают, либо отличаются на  $\pi$ .

## 2. Коэффициент отражения

Коэффициентом отражения называют отношение интенсивности отраженной волны к интенсивности падающей волны:

$$R = \frac{I^{omp}}{I^{na\partial}}. \quad (9)$$

Формулы (1) и (2) свидетельствуют о том, что коэффициент отражения зависит от направления поляризации волны по отношению к плоскости падения.

Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды ( $I \sim E_m^2$ ), то из формулы (1) Френеля получаем для коэффициента отражения волны, поляризованной в плоскости падения, выражение:

$$R_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}. \quad (10)$$

Для волны, поляризованной перпендикулярно плоскости падения, формула (2) дает:

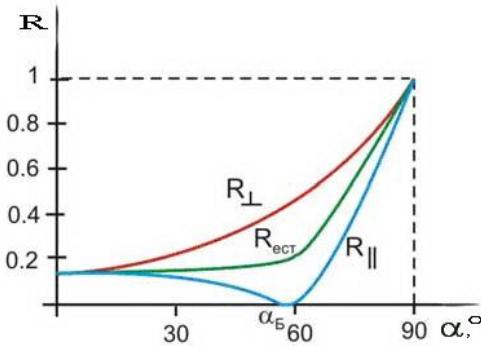
$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}. \quad (11)$$

При нормальном падении света на вещество ( $\alpha = 0$ ) формулы (1) - (8) дают

значение:

$$R_{\perp} = R_{\parallel} = \frac{(n_2 - n_1)^2}{(n_2 + n_1)^2}. \quad (12)$$

При падении света под углом  $\pi/2$  получаем:  $R_{\perp} = R_{\parallel} = 1$ .



*Рис. 3. Зависимости коэффициентов отражения от угла падения для границы раздела воздух-стекло.*

На рис.3 изображены зависимости коэффициента отражения от угла падения для границы раздела воздух-стекло. Обратите внимание, что при некотором угле падения  $\alpha_B$ , для которого  $(\alpha_B + \beta) = \pi/2$ , коэффициент  $R_{\parallel} = 0$ . Это условие выполняется при угле падения  $\alpha_B$ :

$$\alpha_B = \arctg \frac{n_2}{n_1}. \quad (13)$$

Обращение в нуль коэффициента отражения  $R_{\parallel}$  называется законом Брюстера, а угол  $\alpha_B$  – углом Брюстера.

В естественном (неполяризованном) свете все направления колебаний электрического поля равновероятны. Естественный свет можно представить как сумму двух линейно поляризованных волн равной интенсивности, в которых колебания происходят соответственно параллельно и перпендикулярно плоскости падения. Коэффициент отражения естественного света:

$$R_{ecl} = \frac{1}{2}(R_{\perp} + R_{\parallel}). \quad (14)$$

На рис.3 средняя кривая соответствует зависимости коэффициента отражения естественного света ( $R_{ecl}$ ) от угла падения  $\alpha$ .

### 3. Поляризация при отражении и преломлении

**I.** Рассмотрим прохождение через границу двух диэлектриков неполяризованного (естественного) света. Различие в зависимости  $R_{\parallel}$  и  $R_{\perp}$  от угла падения приводит к тому, что при наклонном падении отраженный и преломленный свет в общем случае оказывается частично поляризованным. Так как  $R_{\perp} > R_{\parallel}$  (рис. 3), то в отраженном свете

преимущество имеет направление электрического поля, перпендикулярное плоскости падения, а в преломленном свете – параллельное плоскости падения. Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь естественного с линейно поляризованным. Для его характеристики вводят понятие степени поляризации Р:

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}. \quad (15)$$

Для естественного света  $I_{\perp} = I_{\parallel}$  и  $P = 0$ . Свет, отраженный под углом Брюстера, имеет  $I_{\parallel}^{omp} = 0$  и для него  $P = 1$ , то есть он полностью поляризован перпендикулярно плоскости падения (рис.4).

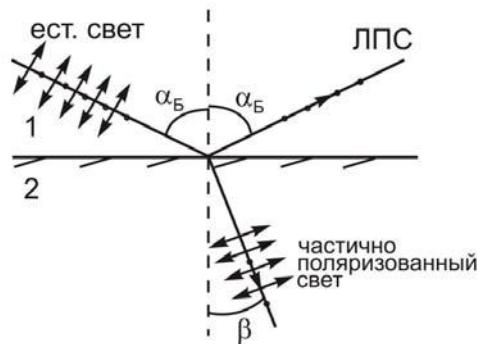


Рис.4. Поляризация при отражении и преломлении :  $\alpha_B + \beta = \pi/2$ .

**II.** Рассмотрим прохождение через границу линейно поляризованной волны, в которой электрическое поле совершает колебания под произвольным углом  $\delta$  к плоскости падения. Угол  $\delta$  называется азимутом колебания падающей волны. Для анализа отражения вектор амплитуды  $\bar{E}^{pad}$  надо разложить на две компоненты, для которых справедливы формулы Френеля (рис. 5). Очевидно, что:

$$\bar{E}_{\parallel}^{pad} = E^{pad} \cdot \cos \delta; \quad \bar{E}_{\perp}^{pad} = E \cdot \sin \delta. \quad (16)$$

Так как каждая из компонент имеет свой коэффициент отражения, то азимут колебания в отраженной волне будет другим (рис. 5).

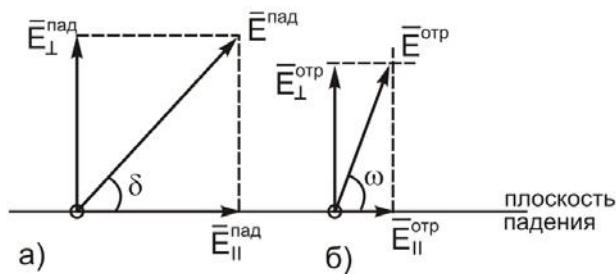


Рис. 5. Направление колебаний электрического поля в падающей (а) и отраженной (б) волнах.

Так как  $R_{\perp} > R_{\parallel}$  для всех углов падения, кроме 0 и  $\pi/2$ , то  $\omega > \delta$ . Плоскость колебания линейно поляризованной волны повернулась при отражении на угол:

$$\Psi = \omega - \delta. \quad (17)$$

Из рисунка 5<sup>6</sup> следует, что:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{E_{\perp}^{omp}}{E_{\parallel}^{omp}}. \quad (18)$$

С учетом (1), (2), (16), (18) получим для азимута отраженной волны:

$$\operatorname{tg} \omega = -\operatorname{tg} \delta \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}. \quad (19)$$

**III.** Рассмотрим частный случай. Установим азимут колебаний электрического поля в падающей волне  $\delta = \pi/4$ . Тогда:

$$\operatorname{tg} \Psi = \operatorname{tg}(\omega - \frac{\pi}{4}) = \frac{1 - \operatorname{tg} \omega}{1 + \operatorname{tg} \omega}. \quad (20)$$

Из (19) и (20) после преобразований следует, что:

$$\operatorname{tg} \Psi = -\frac{\cos \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}. \quad (21)$$

Заменяя в (21)  $\sin \beta$  по закону преломления, получим для *угла поворота плоскости поляризации при отражении*  $\Psi$  выражение:

$$\Psi = \operatorname{arctg} \left( \frac{\cos \alpha \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin^2 \alpha} \right). \quad (22)$$

Анализируя (22), можно заметить, что при падении света с азимутом колебаний  $\delta = \pi/4$  на границу диэлектриков под углом полной поляризации  $\alpha_B$ , плоскость колебаний поворачивается на угол  $\Psi = \pi/4$ .

## Методика эксперимента

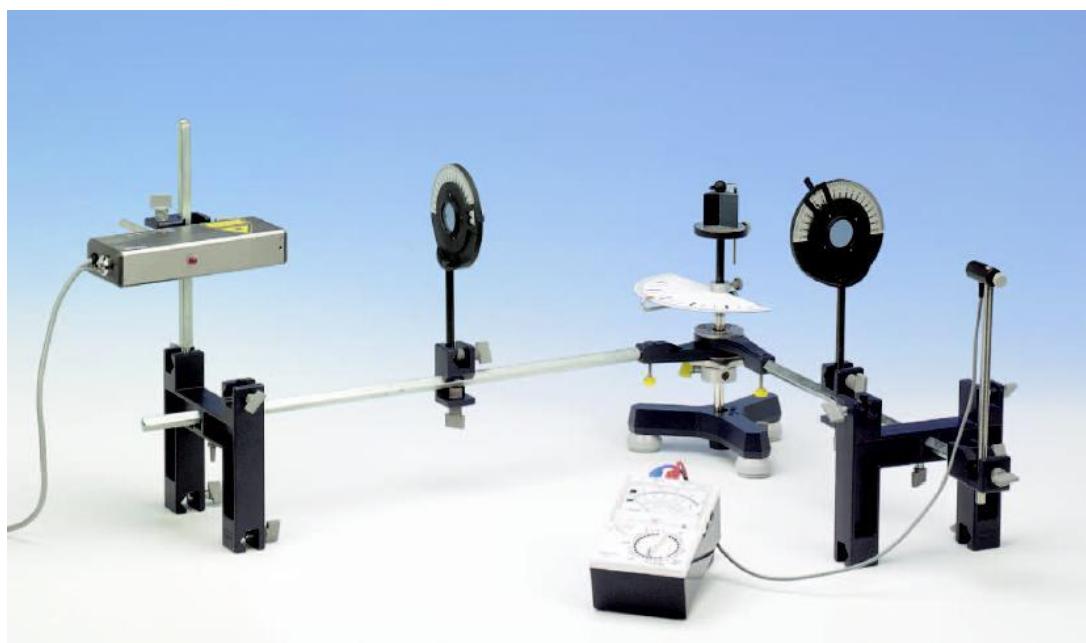
В работе изучается отражение лазерного излучения от поверхности призмы из флинтгласса. Подбирая положение лазера и поляроида, устанавливается определенное направление колебаний электрического поля по отношению к плоскости падения. Экспериментально исследуются зависимости коэффициентов отражения  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  от угла падения. Экспериментальные зависимости сравниваются с теоретическими, рассчитанными по формулам (10) и (11). Опытные данные позволяют определить угол полной поляризации  $\alpha_B$  и рассчитать показатель преломления флинтгласса.

Для более глубокого изучения теории отражения предлагается исследовать изменение направления поляризации при отражении под разными углами. Направление колебаний электрического поля в отраженной волне определяется с помощью поляроидоанализатора. В результате строится экспериментальная зависимость угла поворота  $\psi$  от угла падения  $\alpha$ . Экспериментальная кривая сравнивается с теоретической, вычисленной

по формуле (22). По экспериментальной зависимости  $\Psi(\alpha)$  можно еще раз оценить угол Брюстера и сравнить с результатом, полученным по зависимости коэффициента отражения  $R_{\parallel}$  от угла падения.

### Экспериментальная установка

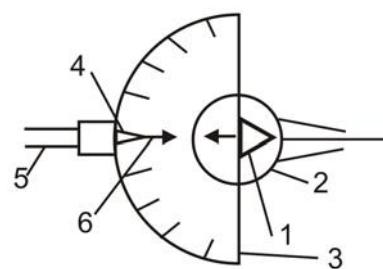
Общий вид установки представлен на рис.6. Установка включает в себя лазер, фотоприемник, измерительный прибор, поляризатор, анализатор, пластинку  $\lambda/2$ , столик с призмой из флинтгласса ( $n = 1.63$ , преломляющий угол  $60^\circ$ ), поворотное радиальное устройство.



*Рис. 6. Экспериментальная установка.*

Поворотное радиальное устройство состоит из треножника, в котором закрепляется штативные стержни, столика с призмой, транспортира со стрелкой. Оно позволяет установить любой угол падения луча на призму и направить отраженный лазерный луч на фотоприемник.

На рис. 7 дана схема установки призмы, транспортира и лазерного луча при угле падения  $\alpha = 0$ .



*Рис.7. Установка призмы при угле падения  $\alpha = 0$ .*

На рис 7. 1 – затемненная сторона призмы, 2 – столик, 3 – транспортир, 4 – стрелка-указатель, 5 – штативный стержень, 6 – лазерный луч.

## **Измерения и обработка результатов**

### **Изучение зависимости коэффициентов отражения от угла падения при параллельной и перпендикулярной поляризации**

1. Включите лазер и прогрейте его в течение 10 минут.
2. Поляризатор установите так, чтобы плоскость колебаний электрического поля волны совпадала с плоскостью падения ( $90^\circ$  по шкале поляроида). Анализатора перед фотоприемником не должно быть.
3. Положение лазера подберите так, чтобы луч распространялся параллельно стержню и проходил через центр столика для призмы. Транспортир установите в положение «нуль».
4. Разверните штативный стержень с фотоэлементом, установив его вдоль нулевого деления транспортира. Измерьте начальную интенсивность луча  $I_o^{\parallel}$ , поляризованного параллельно плоскости падения, в микроамперах.
5. Поместите призму на столик, отражающей поверхностью в центре (рис.7). Падающий луч должен отражаться строго в обратном направлении. Это соответствует углу падения  $\alpha=0$ , то есть нормальному падению лазерного излучения на рабочую поверхность призмы. Кроме того, этот луч должен проходить перпендикулярно через ось вращения призмы.
6. Поворачивая столик, изменяйте угол падения лазерного луча на призму в пределах от  $10^\circ$  до  $85^\circ$  с шагом  $5^\circ$ . При этом необходимо поворачивать и стержень с фотоприемником, добиваясь каждый раз максимального тока. Для каждого угла падения следует измерять силу фототока ( $I^{\text{opt}}$ ), которая пропорциональна интенсивности отраженного света, поляризованного в плоскости падения.
7. Вычислите по формуле (9) для каждого угла падения коэффициент отражения  $R_{\parallel}$  и постройте график зависимости  $R_{\parallel}(\alpha)$ .
8. Установите перед поляризатором пластинку  $\lambda/2$ . Поверните поляризатор на  $0^\circ$  по шкале поляроида. Теперь колебания электрического поля в волне происходят перпендикулярно плоскости падения.
9. Измерьте начальную интенсивность  $I_o^{\perp}$ , как в п.4.
10. Проведите измерения интенсивности отраженного света ( $I_{\perp}^{\text{opt}}$ ), поляризованного перпендикулярно плоскости падения, как в п. 6.
11. Вычислите по формуле (9) для каждого угла падения коэффициент отражения  $R_{\perp}$  и постройте график зависимости  $R_{\perp}(\alpha)$ .
12. По экспериментальной зависимости  $R_{\parallel}(\alpha)$  определите величину угла Брюстера. Сравните полученное значение с теоретическим.

### **Исследование изменения направления поляризации при отражении**

1. Уберите перед поляризатором пластинку  $\lambda/2$ . Поляризатор установите на  $45^\circ$  по шкале поляроида. Теперь колебания электрического поля в волне происходят под углом  $45^\circ$  к плоскости падения, т. е. азимут колебания падающей волны  $\delta = \pi/4$ .
2. Поворачивая столик с призмой, изменяйте угол падения  $\alpha$  от  $20^\circ$  до  $80^\circ$  с шагом  $10^\circ$ . При этом поверните штативный стержень с фотоэлементом, установив его на максимальный фототок.
3. Вращая анализатор, установленный в отраженном пучке, найдите для каждого угла падения направление колебаний в отраженной волне ( $\omega$ ). Оно соответствует максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором. Угол поворота

плоскости поляризации при отражении  $\psi = \delta - \omega = \pi / 4 - \omega$ . Постройте график зависимости  $\psi(\alpha)$ .

4. По формуле (22) рассчитайте значения  $\psi$ , соответствующие разным углам падения ( $20^\circ \div 80^\circ$ ) и постройте теоретическую зависимость  $\psi(\alpha)$ .

5. Сравните экспериментальную и теоретическую зависимости. Определите угол Брюстера  $\alpha_B$ , зная, что при угле падения, равном  $\alpha_B$ , плоскость колебаний при отражении поворачивается на  $\pi/4$ .

## Контрольные вопросы

1. Запишите формулы Френеля. Какие величины они связывают?  
Для какого света применимы?
2. Что называется коэффициентом отражения? От чего зависит его величина?
3. Как рассчитать коэффициент отражения при нормальном падении света на границу двух диэлектриков, а также при произвольном угле падения?
4. Какой свет называется естественным? Линейно поляризованным? Частично поляризованным?
5. В чем заключается закон Брюстера?
6. Что такое степень поляризации?
7. Что называется азимутом колебания электрического поля волны?
8. Если на границу двух диэлектриков падает под углом Брюстера естественный свет, то каким будет состояние поляризации отраженного света? Преломленного света?
9. Почему при отражении линейно поляризованной волны происходит поворот плоскости поляризации?
10. Начертите график зависимости коэффициента отражения от угла падения для волны:
  - а) поляризованной в плоскости падения;
  - б) поляризованной перпендикулярно плоскости падения;
  - в) неполяризованной.
11. Объясните существование угла полной поляризации, исходя из особенностей излучения атомного диполя.

## Литература

1. *Ландсберг Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг.* М.: Физматгиз, 2003.– Гл. XVI.
2. *Матвеев А. Н. Оптика / А. Н. Матвеев.* М.: Высшая школа, 1985. – §§ 16, 17, 18.
3. *Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев.* М.: Наука, 1989. – Т. II. – §§ 134, 135.
4. *Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика / Д. В. Сивухин.* М.:Наука, 1980. – Т. IV, гл V. – §§ 62, 65.
5. *Бутиков Е. И. Оптика / Е. И. Бутиков.* С-Пб.: Невский диалект,2003. – Гл. 3.
6. *Иродов И. Е. Волновые процессы Основные законы / И. Е. Иродов.* М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – Гл. 6. – §§6.1, 6.2.