МЕХАНИКА

Глава 1. Классическая механика. Инерциальные системы отсчета.

1.1. Введение.

1.1.1. О механике. Границы применимости классической механики.

1) *Механика* – раздел физики, в котором изучается простейшая форма движения материи – перемещение тел в пространстве и времени. Основные принципы (законы) механики были сформулированы Ньютоном.

В принципе ранее считалось, что все в мире может быть описано этими законами. На этих законах построена классическая механика. Однако опыт показал, что законы Ньютона справедливы не всегда, поэтому классическая механика имеет определенные границы применимости. Далее в курсе физики мы взглянем на классическую механику немного с другой стороны, исходя из законов сохранения, которые являются в некотором смысле более общими, чем законы Ньютона.

Первое ограничение классической механики связано со скоростями рассматриваемых объектов. Опыт показал, что законы Ньютона справедливы при не слишком больших скоростях материальных тел

$$v << c \qquad \left(\frac{v^2}{c^2} << 1\right),$$

где c – скорость света (c = $2.9979\cdot10^{10}$ *см/с*). При этих скоростях линейные масштабы и промежутки времени не изменяются при переходе от одной системы отсчета к другой (подробнее системы отсчета рассмотрим в следующем параграфе). Пространство и время *абсолютны* в классической механике.

Итак, классическая механика описывает движение с малыми относительными скоростями, т.е. классическая механика – *нерелятивистская физика*. Это является первым ограничением применимости классической механики Ньютона – ограничение со стороны больших скоростей.

Опыт также показал, что применение законов Ньютоновой механики неправомерно к микрообъектам, таким как молекулы, атомы, ядро, электроны и т.д. При описании поведения микрообъектов, начиная с размеров

$$R \le 10^{-8}\ см = 10^{-10}\ м \approx 1\ Ангстрем,$$

справедливы другие законы – *квантовые*. Их необходимо учитывать, когда одна из характерных величин размерности $кг\cdot м^2/с = Дж\cdot с$ (это размерность момента импульса) имеет порядок величины $\hbar$ – постоянной Планка

$$1.05459\cdot10^{-27}\ эрг\cdot с = 1.05459\cdot10^{-34}\ Дж\cdot с.$$

Скажем, для электрона, находящегося в атоме, имеем следующие величины, характеризующие его движение:

масса электрона $m_e \sim 10^{-30}$ *кг*;

его скорость $v_e \sim 10^{-2}\cdot c$ *м/с*;

радиус орбиты $r \sim 10^{-10}$ *м*.

Тогда величина, имеющая размер момента импульса, равна: $m_e v_e r \sim 10^{-34} \sim \hbar$. Таким образом, движение электрона в атоме не может быть описано в рамках классической механики, а описывается квантовой теорией.

При столкновении частиц высоких энергий, т.е. больших скоростей и явлений, происходящих на малых расстояниях, необходимо учитывать и релятивистские и квантовые эффекты одновременно. Этим занимается релятивистская квантовая механика.

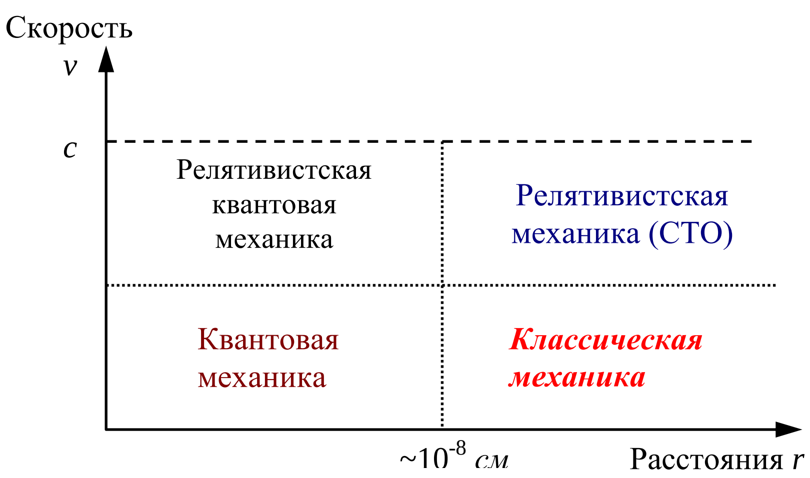

Рис. 1.1.

Таким образом, на рис. 1.1 схематически показано положение классической механики относительно других теорий: релятивистской механики (СТО), квантовой механики и релятивистской квантовой механики.

Примечание 1. *Исаак Ньютон, великий английский ученый, создатель классической физики, 1643–1727*

1.1.2. Системы координат. Система отсчета.

Любое физическое явление – *последовательность событий*. *Событием* называется то, что происходит в данной точке пространства в данный момент времени. Для описания событий необходимо провести разметку пространства и времени. Последняя осуществляется путем введения отсчетных и реперных (масштабных) тел и связанной с ними системой координат.

В механике, и в физике вообще, в разных задачах удобно пользоваться различными системами координат. Рассмотрим наиболее употребляемые системы координат.

1) *Декартова система координат*: вводится тело отсчета и три взаимно перпендикулярных оси с масштабами по всем трем осям (линейки, см рис. 1.2). Пределы изменения этих координат от $-\infty$ до $+\infty$. При этом координаты точки (материальной точки) определяются вектором (или *радиус-вектором*):

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z\,. \tag{1.1.1}$$

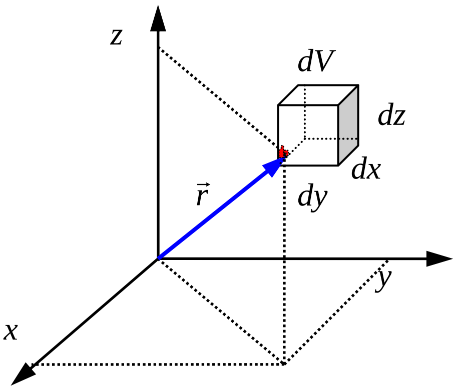

Рис. 1.2.

где x, y, z – проекции вектора на три взаимно перпендикулярные оси или иначе координаты точки, $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – единичные вектора вдоль осей x,y,z, соответственно.

$$|\vec{e}_x| = |\vec{e}_y| = |\vec{e}_z| = 1\,. \tag{1.1.2}$$

Малый элемент объема в такой системе определяется через малые интервалы координат как их произведение (объем параллелепипеда, см рис. 1.2):

$$\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z \tag{1.1.3}$$

Или бесконечно малый объем записывается через бесконечно малые приращения:

$$d^3V = dxdydz \tag{1.1.4}$$

2) *Цилиндрическая система координат*: в качестве осей в цилиндрической системе выбираются: расстояние до оси z – ρ, угол поворота от оси x – φ (по правилу правого винта) и высота вдоль оси z от тела отсчета. Радиус-вектор определяется:

$$\vec{r} = \vec{\rho}(\rho,\varphi) + z\vec{e}_z \tag{1.1.5}$$

где $\vec{\rho}$ вектор в плоскости, перпендикулярной оси z. Пределы изменения координат:

$$\begin{gathered} 0 \le \rho < \infty \\ 0 \le \varphi \le 2\pi \\ -\infty < z < \infty \end{gathered} \tag{1.1.6}$$

При этом декартовы координаты точки выражаются через координаты цилиндрической системы отсчета

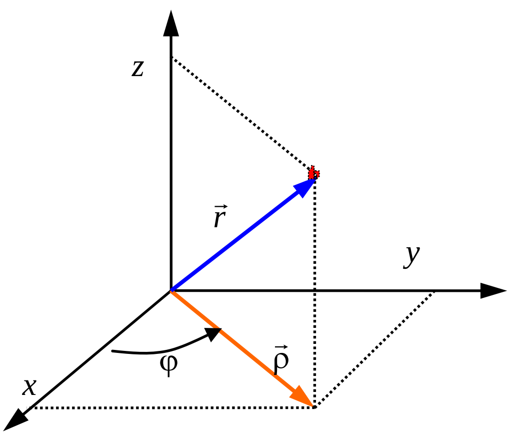

Рис. 1.3а.

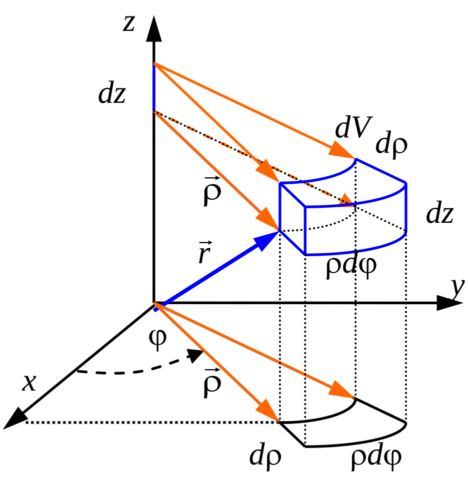

Рис. 1.3б.

следующим образом (см рис. 1.3а):

$$x = \rho Cos\varphi, \quad y = \rho Sin\varphi \tag{1.1.7}$$

Бесконечно малый элемент объема равен произведению ребер малого кубика или параллелепипеда, образованного малыми изменениями координат – ρ, φ, z (см рис. 1.3б):

$$d^3V = \rho d\rho \cdot d\varphi \cdot dz \tag{1.1.8}$$

3) *Сферическая система координат*: вводится расстояние от тела отсчета до материальной точки r и углы поворота от осей x и z – θ, φ. Радиус-вектор есть функция этих координат: $\vec{r} = \vec{r}(r, \theta, \varphi)$, а координаты имеют следующие пределы изменения (см рис. 1.4):

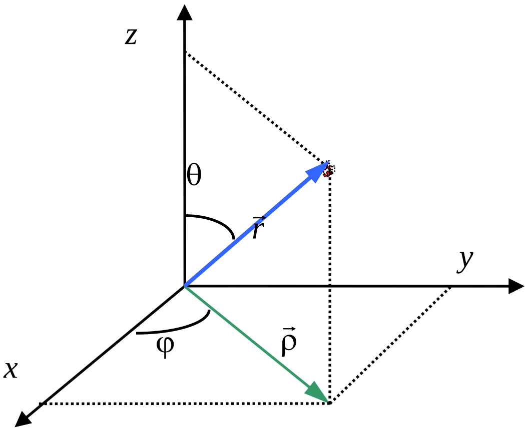

Рис. 1.4.

$$0 \le r \le \infty$$
$$0 \le \theta \le \pi \tag{1.1.9}$$
$$0 \le \varphi \le 2\pi$$

При этом декартовы координаты определяются через координаты сферической системы следующим образом:

$$x = rSin\theta Cos\varphi$$
$$y = rSin\theta Sin\varphi \tag{1.1.10}$$
$$z = rCos\theta$$

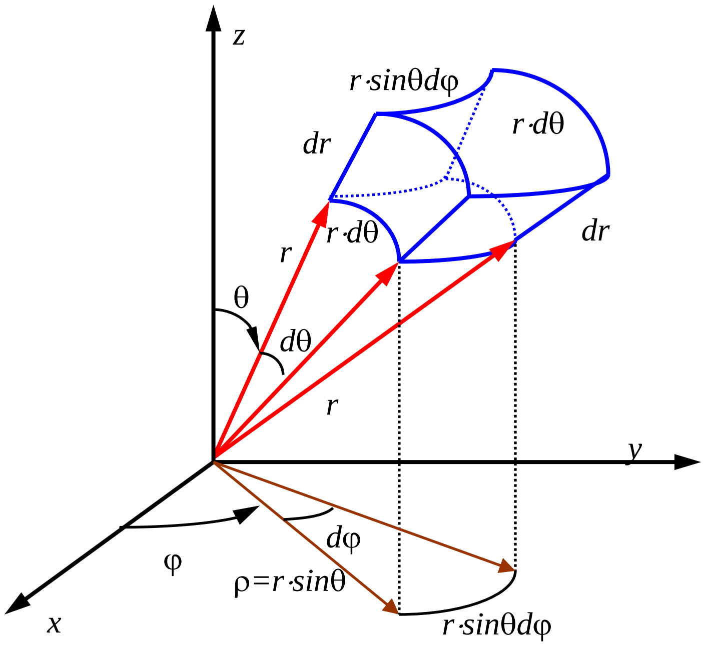

Рис. 1.5.

Бесконечно малый элемент объема в сферической системе координат равен как обычно произведению трех ребер криволинейного кубика или параллелепипеда (см рис. 1.5, криволинейностью кубика можно пренебречь в пределе малых размеров):

$$d^3V = dr \cdot rd\theta \cdot r\sin\theta d\varphi$$
$$d^3V = r^2 dr Sin\theta d\theta d\varphi \tag{1.1.11}$$

<u>Система Отсчета</u>. Система координат дополняется *часами*. Часы находятся в различных точках пространства, поэтому их нужно синхронизовать. Синхронизация часов производится с помощью сигналов. Пусть время распространения сигнала из точки, где произошло событие, до точки наблюдения равно τ. Тогда наши часы должны показывать время $t = t' + \tau$, если часы в точке события в момент его появления показывают время t'. Такие часы будем считать синхронизированными.

В классической механике считаем, что скорость сигнала (скорость света) $c = \infty$. Тогда можно ввести одни часы во всем пространстве.

Совокупность Системы Координат и множества синхронизированных между собой часов в каждой точке пространства образуют *Систему Отсчета* (СО). Имеется бесконечное множество систем отсчета. Опыт дает, что пока скорости невелики по сравнению со скоростью света $v^2/c^2 << 1$, то линейные масштабы и промежутки времени не изменяются при переходе от одной СО к другой. Иначе говоря, *пространство и время абсолютны в классической механике*.

Если $v^2/c^2 \le 1$, то масштабы и интервалы времени зависят от выбора СО, т.е. пространство и время становятся понятиями относительными. Это область *релятивистской механики*.

1.1.3. Основные кинематические характеристики движения.

Рассмотрим для простоты материальную точку в декартовой системе отсчета. *Материальная точка* – это физическое тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи. Отметим, что понятие «материальная точка» – это чисто модельное рассмотрение положения реального тела, идеализация реальной ситуации. Положение материальной точки определяется радиус-вектором $\vec{r}$, или тремя координатами $x, y, z.$ При этом *радиус-вектор* определяется (1.1.1)

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

При перемещении материальной точки координаты $x(t), y(t), z(t),$ и, соответственно радиус-вектор $\vec{r}(t)$, являются функциями времени t. Начало вектора находится в точке отсчета (0), а конец вектора определяет траекторию движения тела.

Скорость материальной точки при этом определяется как производная по времени от радиуса-вектора

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z \qquad (1.1.12)$$

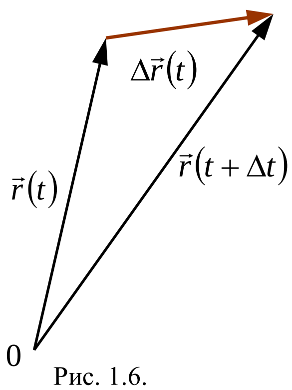

Рис. 1.6.

Здесь вектор элементарного перемещения равен $\Delta\vec{r}(t) = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$ (см рис. 1.6), а $d\vec{r}$ – бесконечно маленькое приращение радиус-вектора. Иначе вектор скорости записывается:

$$\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z \qquad (1.1.13)$$

где компоненты вектора скорости (скорости распространения вдоль координатных осей) равны:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \qquad (1.1.14)$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории движения точки.

Ускорение материальной точки определяется производной скорости по времени (см рис. 1.7):

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{e}_x + \frac{dv_y}{dt}\vec{e}_y + \frac{dv_z}{dt}\vec{e}_z \qquad (1.1.15)$$

Или как вторая производная от радиус-вектора.

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

При этом вектор ускорения может быть записан в обычной декартовой системе координат

$$\vec{a}(t) = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z \qquad (1.1.16)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

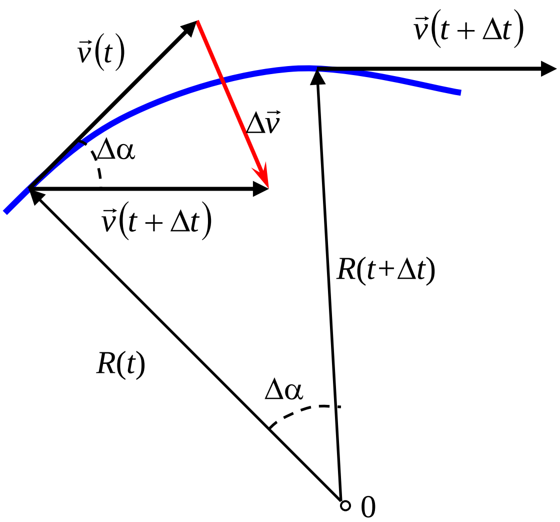

Рис. 1.7.

Вектор ускорения в общем случае движения не совпадает с направлением скорости. Поэтому при рассмотрении многих задач о движении тел удобно раскладывать вектор ускорения на 2 составляющих: *тангенциальную* составляющую $\vec{a}_\tau$, направленную параллельно скорости движения, и *нормальную* $\vec{a}_n$, направленную перпендикулярно вектору скорости (траектории).

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \qquad (1.1.17)$$

Тангенциальное ускорение определяет численное изменение скорости:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \qquad (1.1.18)$$

Нормально ускорение или иначе центростремительное ускорение отвечает за изменение направления скорости материальной точки:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \qquad (1.1.19)$$

где R – радиус кривизны траектории.

Иногда удобно ввести понятия угловой скорости и углового ускорения:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \qquad (1.1.20)$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

Более подробно криволинейное движение рассмотрим ниже.

1.1.4. Системы единиц.

В этом курсе физики мы будем использовать обе системы единиц: СГС (сантиметр, грамм, секунда) и СИ (метр, килограмм, секунда).

	Основные единицы			Производные единицы			
Система единиц	Линейные размеры	Время	Масса	Линейная скорость	Ускорение	Угловая скорость	Угловое ускорение
СГС	*см*	*с*	*г*	*см/с*	*см/с*^{2}	*рад/с*	*рад/с*^{2}
СИ	*м*	*с*	*кг*	*м/с*	*м/с*^{2}	*рад/с*	*рад/с*^{2}
	1 *м* = 10^2 *см*		1 *кг* = 10^3 *г*				

Напоминаем, что радиан (*рад*) – это безразмерная единица угла и равна отношению длины дуги, описывающей угол, к ее радиусу.