

## 1.4. Закон сохранения импульса. Сохранение массы.

### 1.4.1. Импульс (количество движения).

Импульс частицы массы  $m$  определяется:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1.4.1)$$

где  $\vec{v}$  – скорость частицы. Импульс системы материальных точек равен сумме импульсов каждой из точек:

$$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots = \sum_i \vec{p}_i \quad (1.4.2)$$

Для дальнейшего введем понятие замкнутой системы. *Замкнутая система* – совокупность материальных точек (или тел), взаимодействующих друг с другом, но не взаимодействующих с другими (внешними) телами. Понятие замкнутой (иначе изолированной) системы справедливо только в ИСО, иначе в другой, неинерциальной системе возникают дополнительные силы.

Важнейший экспериментальный закон – *закон сохранения полного импульса* замкнутой системы во времени:

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = const, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad (1.4.3)$$

Или иначе в проекциях имеем:

$$p_x = const, \quad p_y = const, \quad p_z = const \quad (1.4.4)$$

Закон сохранения импульса – следствие *однородности пространства*. Иначе, если замкнутую систему перенести из одного места пространства в другое, поставив при этом все тела в ней в те же условия, в каких они находились в прежнем положении, то это не отразится на ходе последующих явлений.

### 1.4.2. Столкновение двух частиц.

Пусть замкнутая система состоит из двух материальных точек, которые сталкиваются друг с другом. В любой момент времени импульс системы сохраняется:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (1.4.5)$$

Это уравнение верно для упругих и неупругих ударов. Для абсолютно неупругих ударов массы сталкивающихся тел объединяются, поэтому в правой части уравнения (1.4.5) можно записать импульс объединенного тела  $(m_1 + m_2)\vec{v}'$ . Введем изменение скоростей  $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}'_1 - \vec{v}_1$ ,  $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}'_2 - \vec{v}_2$  за промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ :

$$m_1\Delta\vec{v}_1 + m_2\Delta\vec{v}_2 = 0 \quad (1.4.6)$$

или по модулю

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Изменение скоростей обратно пропорционально массам. Рассмотрим изменение скоростей частиц  $\Delta\vec{v}_1$  и  $\Delta\vec{v}_2$  за малый промежуток времени  $\Delta t$ . Делим обе части уравнения (1.4.6) на малый промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ :

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2 \quad (1.4.7)$$

Из уравнения (1.4.6) видно, что сообщить одно и то же ускорение большому телу значительно труднее, чем маленькому. Отсюда получаем известное определение *массы как меры инертности тела*. С другой стороны, равенство (1.4.7) определяет третий закон Ньютона.

### 1.4.3. Сохранение массы в процессах столкновения.

В релятивистской механике масса связана с энергией:

$$E = mc^2$$

где  $c$  – скорость света (об этом соотношении подробнее будем говорить далее в Главе 2), и, в принципе, получаем, что масса системы частиц зависит от энергии столкновения. Так, масса составной частицы может оказаться меньше массы отдельных частиц, наблюдается, так называемый, дефект масс.

Однако в классической механике подобной связи энергии и массы нет, поскольку масса взаимодействующих частиц сохраняется в процессах столкновения и взаимодействия. Это обстоятельство

можно доказать, исходя из принципа относительности Галилея и закона сохранения импульса (кстати, уже ранее в первом пункте §1.4. мы воспользовались тем, что масса постоянна).

Рассмотрим *абсолютно неупругое столкновение* двух частиц в ИСО. Именно неупругое взаимодействие сопровождается наибольшим изменением энергии движения, и оно, скорее всего, должно приводить к изменениям массы. Итак, в системе  $K$  записываем закон сохранения импульса до столкновения 2-х частиц массами  $m_1$  и  $m_2$  и имеющих скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  и после столкновения:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m \vec{v} \quad (1.4.8)$$

где  $m$  – масса составной частицы,  $\vec{v}$  – ее скорость. В системе  $K'$ , которая движется со скоростью  $\vec{V}_0$  относительно системы  $K$ , закон сохранения импульса имеет вид:

$$m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 = m \vec{v}' \quad (1.4.9)$$

Запишем преобразования скорости при переходе из  $K$ - системы в  $K'$ - систему:

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{V}_0, \quad \vec{v}'_2 = \vec{v}_2 - \vec{V}_0, \quad \vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_0, \quad (1.4.10)$$

Далее подставляя (1.4.10) в (1.4.9) и учитывая (1.4.8), получаем:

$$m_1 \vec{V}_0 + m_2 \vec{V}_0 = m \vec{V}_0$$

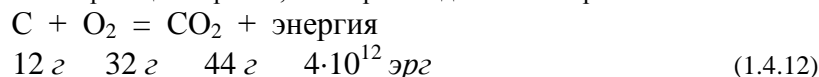
Сокращая на скорость  $\vec{V}_0$  системы  $K'$ , имеем:

$$m_1 + m_2 = m \quad (1.4.11)$$

Это уравнение дает условия аддитивности массы и ее сохранения. *Аддитивность и закон сохранения массы* верны лишь приближенно, в меру справедливости преобразования Галилея.

С другой стороны в силу релятивистского соотношения, связывающего энергию и массу  $E = mc^2$ , всякие неупругие процессы в системе частиц должны приводить к изменению ее массы. Рассмотрим, с какой точностью можно считать справедливым закон сохранения массы в других процессах, в которых выделяется или поглощается энергия.

*Химические реакции.* М.В. Ломоносов провозгласил: сумма масс вещества до реакции равна сумме масс после реакции. Проверим, насколько верно это утверждение, ведь в химических реакциях выделяется энергия, следовательно, в силу взаимосвязи энергии и массы это сохранение массы приближенное. Рассмотрим конкретный пример химической реакции горения, в которой выделяется энергия:



Тогда при таких количествах вещества изменение массы составляет:

$$\Delta m = E/c^2 = 4 \cdot 10^{12} / 9 \cdot 10^{20} \approx 0.45 \cdot 10^{-8} \text{ г}$$

Итак, относительное изменение массы продуктов до и после реакции равно:

$$\frac{\Delta m}{m} \leq 10^{-10} \quad (1.4.13)$$

Это маленькая величина, т.е. с очень большой точностью масса в химических реакциях сохраняется.

*Ядерные реакции.* В ядерной физике происходят реакции с очень большим энерговыделением, при этом относительное изменение массы  $\Delta m/m$  – заметная величина. Это явление приводит к, так называемому, дефекту масс в атомных ядрах и элементарных частицах. Рассмотрим это явление подробнее в Главе 2.

---

*Примечание 1.* Михаил Васильевич Ломоносов, 1711–1765, русский учёный-естествоиспытатель, профессор химии (1745), действительный член Санкт-Петербургской Императорской академии наук (1745) и почётный член Королевской Шведской и Болонской академий наук.

---