МЕХАНИКА

Глава 3. Классическая механика. Неинерциальные системы отсчета.

3.1. Силы инерции

3.1.1. Неинерциальные системы отсчета

До сих пор мы рассматривали физические явления и законы в инерциальных системах отсчета. Однако, ИСО – это идеализация и в реальности наши системы отсчета являются неинерциальными.

Определение: *Неинерциальной системой отсчета (НСО) называется система, движущаяся ускоренно относительно инерциальной (ИСО).*

Простейшие НСО – это системы, движущиеся ускоренно прямолинейно, и системы вращающиеся. Задача состоит в том, чтобы найти уравнения движения в НСО, эта задача сводится к установлению законов преобразования сил и ускорений при переходе от ИСО к НСО. Поскольку анализ этого перехода в релятивистской механике сложен, ограничимся в этом разделе малыми скоростями (по сравнению со скоростью света), то есть классической механикой.

Введем некоторые определения:

1) Условимся считать произвольно выбранную ИСО неподвижной, а движение относительно нее *абсолютным*. Это условно!
2) Если тело неподвижно в системе отсчета, которая движется относительно выбранной ИСО, то такое движение тела назовем *переносным*.
3) Движение тела относительно движущейся системы отсчета назовем *относительным*.

Итак, абсолютное движение тела складывается из его относительного и переносного движения. Наша цель – изучить относительное движение. Если движущаяся система отсчета (СО) инерциальная, то уравнения динамики – это обычные уравнения Ньютона, которые были рассмотрены в предыдущих главах. Здесь рассмотрим СО, движущиеся ускоренно относительно неподвижной ИСО.

3.1.2. Поступательно движущиеся НСО.

Имеем две системы отсчета: абсолютную СО K_1, неподвижную с центром O_1, и систему K с началом O, движущуюся поступательно относительно K_1 системы. Пусть $\vec{R}_0$ – радиус-вектор между центрами систем отсчета O_1 и O (рис.1.1). Рассматриваем материальную точку M, координаты которой будем определять векторами в каждой системе отсчета так, как нарисовано на рисунке 1.1: вектор $\vec{R}$ определяет координаты точки в неподвижной системе отсчета K_1, вектор $\vec{r}$ определяет положение точки относительно движущейся системы K. Таким образом, можно записать:

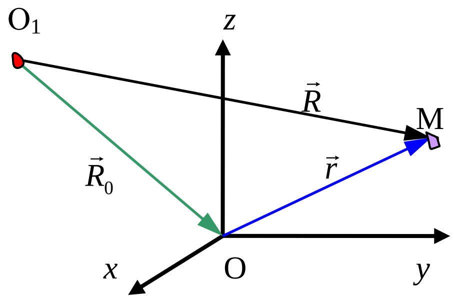

Рис. 1.1.

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r} \qquad (3.1.1)$$

Продифференцируем по времени и введем обозначения для всех первых производных по времени, т.е. скоростей, $\frac{d\vec{R}}{dt} \equiv \dot{\vec{R}}$. Тогда имеем:

$$\dot{\vec{R}} = \dot{\vec{R}}_0 + \dot{\vec{r}} \qquad (3.1.2)$$

Дифференцируем по времени второй раз и введем соответствующие обозначения для ускорений:

$$\ddot{\vec{R}} = \ddot{\vec{R}}_0 + \ddot{\vec{r}} \qquad (3.1.3)$$

Следует отметить, что такая запись для сложения скоростей и ускорений справедлива только в частном случае, когда система с центром O движется поступательно относительно системы отсчета с центром O_1. Тогда в соответствии с определениями в пункте 3.1.1 получаем:

$\vec{v}_{абс} = \dot{\vec{R}}$ – *абсолютная* скорость точки M;

$\dot{\vec{R}}_0 = \vec{v}_{пер}$ – *переносная* скорость, т.е. скорость точки O относительно O_1 и при поступательном движении есть скорость всех точек системы O;

$\dot{\vec{r}} = \vec{v}_{отн}$ – *относительная* скорость точки М, т.е. ее значение в системе с центром О.

Соответственно, то же получаем для ускорений:

$$\ddot{\vec{R}} = \vec{a}_{абс}, \quad \ddot{\vec{R}}_0 = \vec{a}_{пер}, \quad \ddot{\vec{r}} = \vec{a}_{отн} \tag{3.1.4}$$

Таким образом, уравнения (3.1.2) и (3.1.3) записываются:

$$\begin{gathered} \vec{v}_{абс} = \vec{v}_{пер} + \vec{v}_{отн} \\ \vec{a}_{абс} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{отн} \end{gathered} \tag{3.1.5}$$

В системе $К_1$ с центром $О_1$ можно записать 2-ой закон Ньютона:

$$m\vec{a}_{абс} = \vec{F} \tag{3.1.6}$$

И тогда подставляя абсолютное ускорение из (3.1.5), имеем:

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} - m\vec{a}_{пер} \tag{3.1.7}$$

Это и есть *уравнение относительного движения* материальной точки, описывающее ее движение в К системе. Формально можно считать, что справа в (3.1.7) стоит просто некая сила, действующая на точку М в движущейся системе отсчета. Сила состоит из двух слагаемых:

1) $\vec{F}$ – “настоящая” (Ньютонова) сила, то есть результат взаимодействия тел, которая зависит от разностей координат и разностей скоростей взаимодействующих точек. В нерелятивистской механике эти разности $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ и $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ не меняются при переходе от одной СО к другой, поэтому $\vec{F}$ не меняется. То есть сила инвариантна относительно преобразований Галилея и при переходе в другие, даже неинерциальные, системы отсчета.
2) другая сила “$-m\vec{a}_{пер} \equiv -m\vec{a}_0$” – возникает не из-за взаимодействия тел, а из-за ускоренного движения К системы отсчета. Она носит название *силы инерции*. В данном случае $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$ – поступательная сила инерции.

Итак, уравнение относительного движения записывается:

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + \vec{F}_{in} \tag{3.1.8}$$

Каковы особенности сил инерции?

1) Силы инерции не инвариантны относительно перехода из одной СО в другую.
2) Силы инерции не подчиняются закону равенства действия и противодействия (3-ий закон Ньютона): если на какое тело действует сила инерции, то не существует противодействующей силы, приложенной к другому телу. Просто нет другого тела, создающего эти силы. То есть движение тел под действием сил инерции аналогично движению тел во внешних полях. Силы инерции всегда являются внешними по отношению к любой движущейся системе материальных тел.

Реальны или фиктивны силы инерции? Это зависит от того, какой смысл в них вкладывать.

1) Если считать, что все силы должны быть результатом взаимодействия тел (Ньютоновская механика), то силы инерции фиктивны, они исчезают в ИСО.
2) Однако есть и другая точка зрения. Все взаимодействия осуществляются посредством силовых полей и передаются с конечными скоростями. И на силы инерции можно смотреть как на воздействие на рассматриваемое тело со стороны каких-то реальных полей. Правда, эти поля определенным образом преобразуются при переходе от рассматриваемой системы отсчета к другой, движущейся ускоренно. Но это не дает оснований считать их фиктивными. Так электрические и магнитные силы также преобразуются при переходе от одной СО к другой (даже инерциальной).

Многие явления интерпретируются как проявление сил инерции. Рассмотрим некоторые примеры их проявлений.

1) Движение поезда с ускорением (ракеты). Груз, подвешенный на нити в вагоне поезда, отклоняется при ускоренном движении поезда (рис. 1.2). Это движение груза можно рассматривать в ИСО, где нет сил инерции, и тогда уравнение движения запишется:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \tag{3.1.9}$$

Из этого уравнения, в частности, можно найти угол отклонения нити. Рассматривая в системе отсчета, связанной с вагоном, имеем: груз покоится

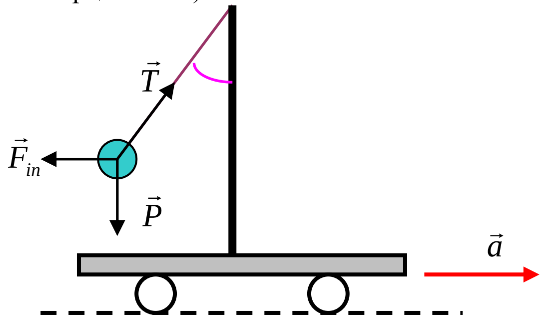

Рис. 1.2.

относительно вагона, и тогда уравнение (3.1.8) запишется (при учете $\vec{a}_{отн} = 0$):

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{in} = 0 \ , \qquad (3.1.10)$$

где $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}$. Во многих случаях бывает проще рассматривать явление непосредственно в движущейся СО, не переходя к инерциальной СО. Кроме того, иногда трудно разделить полную силу, действующую в неинерциальной СО на ”реальную” и “фиктивную”.

2) Свободно падающий маятник. Этот пример является эффективной демонстрацией движения тел в неинерциальных системах отсчета. Маятник находится на подвесе, который практически без трения может двигаться по направляющим и падать вниз (рис. 1.3). Когда подвес закреплен, маятник испытывает обычные колебания около положения равновесия, которые описываются уравнением:

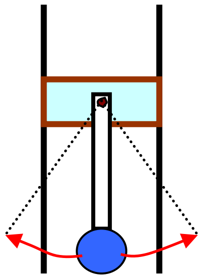

Рис. 1.3.

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \, , \qquad (3.1.11)$$

где $\vec{T}$ сила натяжения подвеса (см рис. 1.4, подробнее о колебаниях в следующей главе Механики). Движение маятника при свободном падении подвеса зависит от фазы колебания в момент, когда началось падение.

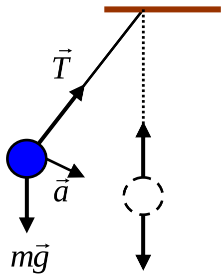

Рис. 1.4.

Если скорость маятника в момент начала свободного падения не равна нулю $\vec{v} \neq 0$, то в неинерциальной системе отсчета имеем уравнение, описывающее движения маятника (рис. 1.5):

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{in} = m\, d\vec{v}/dt \qquad (3.1.12)$$

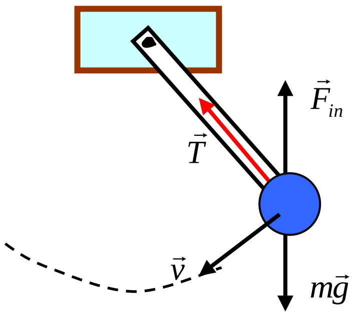

Рис. 1.5.

Поскольку сила инерции равна $\vec{F}_{in} = -m\vec{g}$, то уравнение приобретает вид (рис. 1.5):

$$\vec{T} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (3.1.13)$$

Однако, скорость движения подвеса всегда перпендикулярна к силе натяжения $\vec{T}$, и, следовательно, сила натяжения не может изменить эту скорость по модулю, а меняет только ее направление. Таким образом, маятник будет двигаться с постоянной скоростью по окружности вокруг точки подвеса. Естественно, что этот же результат можно получить в ИСО, записывая соответствующее уравнение Ньютона без сил инерции:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_{абс} = m\vec{a}_{отн} + m\vec{a}_{пер} \qquad (3.1.14)$$

Поскольку переносное ускорение равно ускорению силы тяжести $m\vec{a}_{пер} = m\vec{g}$, то мы снова получаем уравнение (3.1.13).

Если в момент начала падения скорость маятника равнялась нулю, т.е. он был в крайнем левом или правом положении, то в дальнейшем при падении он так и останется в этом положении без движения в НСО, поскольку сила натяжения также равна нулю (см уравнение (3.1.13)).

3). Вода в движущемся контейнере. При ускоренном движении контейнера уровень воды установится под некоторым углом α к горизонту. Причем этот угол наклона определяется силой инерции $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}$, т.е. зависит от величины ускорения a контейнера:

$$tg\alpha = \frac{a}{g} \qquad (3.1.15)$$

Естественно, что угол наклона уровня воды устанавливается так, чтобы поверхность была перпендикулярна направлению равнодействующей силы $\vec{F} = m\vec{g} - m\vec{a}$.

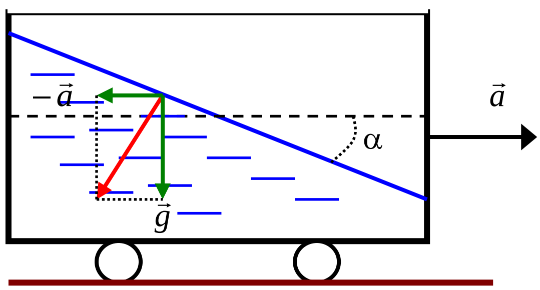

Рис. 1.6.