

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 111

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И СИЛ ТРЕНИЯ В ОПОРЕ МАХОВОГО КОЛЕСА

#### *1. Цель работы*

Экспериментальное исследование вращения твердого тела относительно неподвижной оси на примере махового колеса. Определение момента инерции махового колеса и силы трения в его опоре.

#### *2. Теоретические сведения.*

Основной закон динамики вращательного движения связывает момент сил, действующих на тело  $M$ , с приобретаемым телом угловым ускорением  $\beta$ :

$$M = J\beta$$

где  $J$  – момент инерции тела относительно оси вращения.

Момент инерции тела  $J$  относительно данной оси вращения определяется как сумма произведения масс всех его точек на квадраты расстояний до оси вращения:

$$J = \sum m_i r_i^2.$$

Как следует из этого определения, момент инерции зависит не только от массы тела, но и от ее распределения относительно оси вращения.

Для некоторых тел простейшей формы с симметричным распределением массы момент инерции может быть рассчитан теоретически.

Используемый в данной работе маховик можно приближенно считать диском, момент инерции которого

$$J = \frac{1}{2}Mr^2.$$

Выразим массу диска  $M$  через его плотность  $\rho$ , радиус  $R$  и толщину  $L$ :

$$M = \rho\pi R^2 L.$$

Следовательно, момент инерции диска равен

$$J = \frac{1}{2}\pi R^4 \rho L. \quad (1)$$

#### *3. Экспериментальная установка и вывод формулы для обработки результатов измерений.*

Для экспериментального определения момента инерции и силы трения в опоре маховика на его шкив наматывают нить с прикрепленным грузом, который движется под действием силы тяжести и заставляет маховик вращаться.

Если самое нижнее положение груза принять за начало отчета высоты, то соответствующая ему потенциальная энергия груза равна 0 ( $U = 0$ ). В самом верхнем положении  $U_1 = mgh_1$ . При движении груза эта потенциальная энергия расходуется на работу против сил трения в опоре махового колеса  $F_{\text{тр}}h_1$ , на увеличение кинетической энергии поступательного движения груза  $\frac{1}{2}mv^2$  и кинетической энергии вращательного движения махового колеса  $T_{\text{вр}}$ , которая равна:

$$T_{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения колеса.

На основании закона сохранения энергии можно написать:

$$mgh_1 = F_{\text{тр}}h_1 + \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (2)$$

Силу трения в опоре махового колеса  $F_{\text{тр}}$  можно определить следующим образом. При полном сматывании нити маховое колесо, продолжая вращаться по инерции, начнет поднимать груз. Если бы не было бы трения, то высота подъема  $h_2$  равнялась бы первоначальной высоте, и потенциальная энергия системы в этом крайнем положении  $U_2 = mgh_2$  равнялась бы исходной  $U_1$ . Однако, при наличии трения  $h_2 < h_1$  и  $U_2 < U_1$ .

Убыль потенциальной энергии равна работе по преодолению сил трения:

$$mgh_1 - mgh_2 = F_{\text{тр}}(h_1 + h_2).$$

Отсюда имеем:

$$F_{\text{тр}} = mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}. \quad (3)$$

Определим момент инерции махового колеса  $J$ . Поскольку движение груза равноускоренное, то, обозначив его ускорение буквой  $a$ , можно написать соответствующие уравнения:

$$h_1 = \frac{at^2}{2}, \quad v = at.$$

Из этих соотношений следует:

$$v = \frac{2h_1}{t}, \quad a = \frac{v}{t} = \frac{2h_1}{t^2}. \quad (4)$$

Учтем, что

$$v = \omega r, \quad (5)$$

где  $r$  – радиус шкива.

Подставляя выражения (3), (4) и (5) в уравнение (2) и решая его относительно момента инерции  $J$ , окончательно получаем:

$$J = mr^2 \left[ gt^2 \frac{h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (6)$$

Таким образом, для определения момента инерции  $J$  необходимо измерить расстояние  $h_1$ , проходимое грузом при полном разматывании нити, время  $t$  прохождения этого расстояние, высоту подъема  $h_2$  и радиус шкива  $r$ .

### Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Маховое колесо 1 выполнено в виде диска из алюминия (или железа), насаженного на вал 2. Вал может свободно вращаться в подшипниках, закрепленных в кронштейне 3. Момент сил, вызывающий вращение колеса, создается натяжением нити, намотанной на шкив 4, к концу которой прикрепляют груз 5. Для определения положения груза по высоте служит отсчетная линейка 6. Под действием силы тяжести  $mg$  груз движется вниз, разматывая нить, и раскручивает маховик.

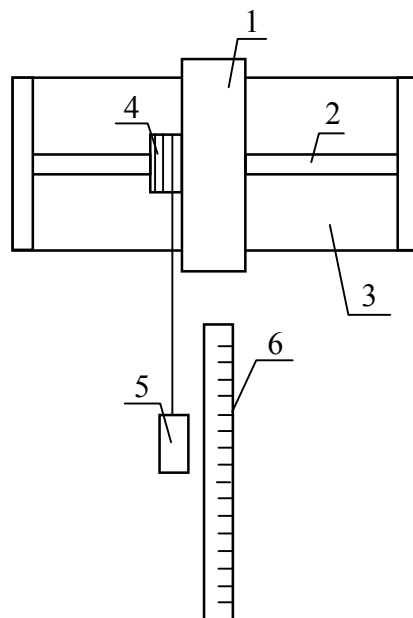


Рис.1

### Проведение измерений и запись результатов.

1. Прикрепите к концу нити груз массой  $m_1$  и определите по линейке положение нижнего основания груза  $y_1$  при полной длине нити. Затем, вращая рукой махового колесо, равномерно в один ряд намотайте нить на шкив. По линейке определите положение нижнего основания груза  $y_0$ , поднятого вверх. Расстояние, пройденное грузом, равно разности отчетов начального и конечного положений груза:

$$h_1 = |y_1 - y_0|.$$

2. Отпустив маховое колесо, включите секундомер и в момент полного сматывания нити зафиксируйте время  $t$ .

3. После того, как маховое колесо, продолжая вращаться, поднимет груз вверх, зафиксируйте по шкале отчетности линейки положение груза в момент его полной остановки  $y_2$ . Высота подъема груза  $h_2$  равна разности величин  $y_2$  и  $y_1$ :

$$h_2 = |y_2 - y_1|.$$

4. Штангенциркулем измерьте диаметр шкива и вычислите его радиус  $r$ .

5. Опыт проведите три раза, устанавливая каждый раз одинаковое первоначальное положение груза  $y_0$ . Результаты запишите в таблицу 1.

6. Проведите измерения по пп.1-3 с грузами  $m_2$  и  $m_3$  и результаты измерений запишите в таблицы, аналогичные первой.

$m_1 =$							Таблица 1
№ опыта	$y_0,(\text{м})$	$y_1,(\text{м})$	$h_1,(\text{м})$	$y_2,(\text{м})$	$h_2,(\text{м})$	$t,(\text{с})$	
1							
2							
3							
Среднее значение				$\langle y_2 \rangle =$	$\langle h_2 \rangle =$	$\langle t \rangle =$	

### Обработка результатов

1. Вычислите момент инерции  $J$  махового колеса по формуле (6) для первой, второй и третьей серии опытов. Найдите средние значения  $\langle J \rangle$ .

2. Оцените погрешности определения момента инерции по результатам трех серий измерений:

$$\Delta J = t_N(\alpha) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (J_i - \langle J \rangle)^2}{N(N-1)}},$$

где  $t_N(\alpha)$  – коэффициент Стьюдента,  $J_i$  – значение момента инерции в  $i$ -м опыте,  $N=3$  – число опытов. Погрешность силы трения находится аналогично.

3. Рассчитайте момент инерции махового колеса по формуле (1). Для этого необходимо измерить радиус  $R$  и толщину диска  $L$  махового колеса. Плотность материала следует принять равной плотности алюминия (или железа.) Сравните расчетное значение момента инерции с экспериментальным.

4. Вычислите силу трения  $F_{\text{от}}$  для 1-ой, 2-ой и 3-ей серии. Постройте график зависимости силы трения от массы груза.

### Контрольные вопросы и задания

1. Что такое момент инерции тела?
2. Что такое момент силы?
3. Запишите основной закон динамики вращательного движения
4. Как в данной работе определяется сила трения?

### *Литература*

1. Курс физики: Учебник для вузов. Т.1./Под ред. В.Н. Лозовского. – СПб.: Издательство «Лань», 2000.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т.1. М.,1989.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 5-е изд., 1998.