

РАБОТА 1.02 ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В ЖИДКОСТИ

Задача

1. Измерить длину звуковой волны в жидкости.
2. По результатам п.1 и частоте колебаний вычислить фазовую скорость звуковой волны в жидкости.
3. Вычислить коэффициент адиабатической сжимаемости жидкости.

Введение

Скорость распространения упругих волн в жидкости зависит от ее свойств;

$$V = \sqrt{\frac{1}{\rho\beta}} \quad (1)$$

Здесь ρ - плотность жидкости, β - коэффициент сжимаемости жидкости, который определяется следующим образом (P - давление):

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}$$

Упругая волна в жидкости состоит из чередующихся сжатий и разрежений. Быстрое сжатие жидкости сопровождается ее нагревом, а быстрое разрежение - охлаждением. При достаточно больших частотах сжатия и разрежения следуют друг за другом настолько быстро, что соседние участки жидкости не успевают обмениваться теплом. Поэтому процесс распространения упругих волн в жидкости можно считать адиабатическим, то есть протекающим без теплообмена, а сжимаемость жидкости, найденную из (1)

$$\beta = \frac{1}{V^2 \rho} \quad (2)$$

можно назвать адиабатической сжимаемостью. Частицы жидкости (не молекулы, а малые объемы), в которой движется волна, совершают колебания вблизи положения равновесия. Расстояние λ , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц жидкости, называют длиной волны. Следовательно,

$$\lambda = VT = \frac{V}{f} \quad (3)$$

В зависимости от частоты $f=1/T$, с которой происходят колебания частиц в волне, волны делятся на звуковые ($f = 20 \text{ Гц} \div 20 \text{ кГц}$), инфразвуковые ($f < 20 \text{ Гц}$) и ультразвуковые ($f > 20 \text{ кГц}$).

Множество точек, до которых доходят колебания к моменту времени t , называют фронтом волны. Во многих случаях к достаточно точным результатам приводит модель плоской волны, фронт которой рассматривается как плоскость. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси X , имеет вид

$$S = A \cos \left[2\pi \left(f_t - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] \quad (4)$$

Здесь S - смещение частицы из положения равновесия вдоль оси X в момент времени t , A - амплитуда смещения, выражение в квадратных скобках - фаза, φ_0 - начальная фаза. Если в жидкости распространяются две бегущие волны, рожденные одним источником, то возникает явление интерференции: в одних точках колебания усиливают, а в других ослабляют друг друга.

Важный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных плоских волн одинаковой амплитуды. Возникающий в результате колебательный процесс называют стоячей волной. Ее уравнение при $\varphi_0=0$ записывают в виде:

$$S = 2A \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos (2\pi ft) \quad (5)$$

Видно, что в каждой точке стоячей волны происходят колебания той же частоты f , что и у встречающихся волн. Амплитуда колебаний частиц жидкости зависит от координаты X :

$$\text{амплитуда} = 2A \cos (2\pi x / \lambda)$$

В точках, координаты которых удовлетворяют условию

$$2\pi x / \lambda = \pm n\pi, \quad (n=0,1,2,3,\dots)$$

амплитуда достигает максимального значения ($2A$). Эти точки называют пучностями стоячей волны. Их координаты

$$x_n = \pm n\pi / 2, \quad (n=0,1,2,3,\dots) \quad (6)$$

В точках, для которых

$$2\pi x / \lambda = \pm (n + 1/2) \pi, \quad (n=0,1,2,3,\dots)$$

амплитуда обращается в нуль. Эти точки называют узлами стоячих волн. Координаты узлов определяют как

$$x_n = \pm (n + 1/2) \lambda / 2 \quad (n=0,1,2,3,\dots) \quad (7)$$

Из формул (6) и (7) следует, что расстояние между соседними пучностями или соседними узлами равно $\lambda/2$. Это дает возможность измерить длину волны: надо создать в жидкости режим стоячих волн и измерить координаты двух ближайших пучностей или узлов (x_1 и x_0). Тогда, на основании формул (6) и (7), длина волны определяется так:

$$\lambda = 2 (x_1 - x_0)$$

Однако, если необходимо уменьшить погрешность измерения, следует находить λ по координатам (x_0 и x_n), между которыми заключено n полувольт:

$$\lambda = (2/n)(x_n - x_0) \quad (8)$$

При этом погрешность измерения λ вычисляют по формуле

$$\Delta\lambda = \frac{2}{n} \sqrt{(\Delta x_0)^2 + (\Delta x_n)^2} \quad (9)$$

и она окажется в n раз меньше, чем в первом случае. Кроме того, с целью дополнительного снижения погрешности $\Delta\lambda$ можно рекомендовать многократные измерения координат x_0 и x_n , что может привести к уменьшению погрешности Δx_0 и Δx_n .

Измерив λ , нетрудно найти скорость V из формулы (3). По значению скорости V и известной плотности жидкости ρ можно вычислить по формуле (2) адиабатическую сжимаемость β .

Установка

Установка представляет собой ультразвуковой интерферометр. В нем упругая волна создается за счет пьезоэлектрического эффекта. Этот эффект заключается в том, что при подаче на пьезокристалл электрического напряжения он деформируется (обратный пьезоэффект), и наоборот - при действии механических нагрузок на кристалл на его гранях возникает разность потенциалов (прямой пьезоэффект).

В интерферометре, схема которого приведена на рис. 1, колебания возникают при подаче на пьезокристалл электрического гармонического сигнала ультразвуковой частоты от генератора через резистор R .

Кристалл закреплен на металлическом дне стеклянного стакана с жидкостью. Пьезокристалл заставляет колебаться дно стакана и частицы жидкости, то есть возбуждает в жидкости ультразвуковую волну. В верхней части стакана в жидкости помещается отражатель в виде массивного металлического диска. Он может перемещаться. Волна, идущая от дна стакана, после отражения меняет свое направление на обратное. В результате интерференции прямой и обратной волн в пространстве между дном стакана и отражателем устанавливается стоячая волна. Частицы жидкости, непосредственно контактирующие с отражателем, не могут смещаться и поэтому на отражателе всегда находится узел стоячей волны. Амплитуда колебаний частиц у излучателя всегда максимальна.

Пьезокристалл характеризуется собственной (резонансной) частотой механических колебаний f_p и некоторой емкостью C . Вместе с катушкой индуктивности L он образует колебательный контур. Индуктивность катушки подобрана так, чтобы собственная частота этого контура совпала с f_p . При этом эффективность преобразования электрических колебаний в механические будет наибольшей.

Мощность, поглощаемая излучателем от генератора будет максимальной, если число полувольт в стоячей волне будет нечетным (рис. 2). В этом случае в системе "пьезокристалл + интерферометр" будет наблюдаться резонанс.

Исследование упругих волн в жидкости

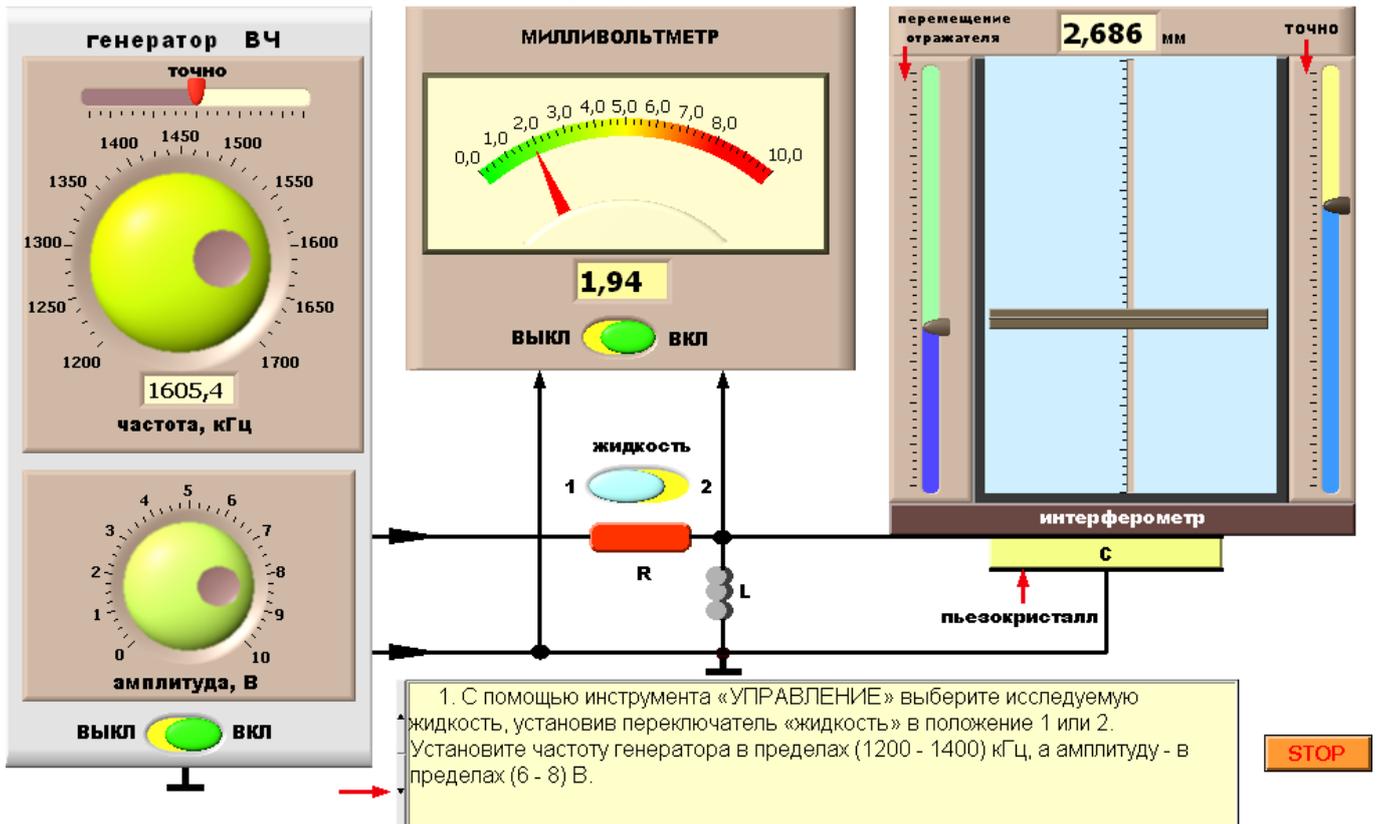


Рис.1

Таким образом, изменяя расстояние между излучателем и отражателем, можно настроиться на резонансы, которые отличаются числом полуволн.

$$h = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}; \quad n = 2$$

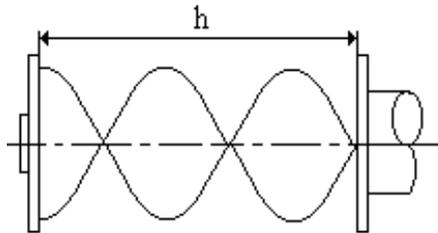


Рис.2

Поглощаемая в интерферометре мощность пропорциональна квадрату напряжения на пьезопреобразователе. Поскольку напряжение на выходе генератора не зависит от сопротивления нагрузки, последовательно с пьезопреобразователем для наблюдения резонанса включено сопротивление R.

Таким образом, интерферометр позволяет найти такие координаты отражателя, при которых между ним и пьезокристаллом укладывается целое число полуволн.

Измерения и обработка результатов

1. Перед началом выполнения работы с помощью инструмента «Управление» выберите исследуемую жидкость, установив переключатель «жидкость» в положение 1 или 2. Установите частоту генератора в пределах (1000 - 1200) кГц, а амплитуду - в пределах (2 - 4) В.
2. Запустив программу, изменяя частоту генератора добейтесь резонансных условий электрической колебательной системы (по максимальному отклонению стрелки милливольтметра).
3. Перемещая отражатель в интерферометре с помощью инструмента «Управление», убедитесь, что стрелка милливольтметра периодически изменяет положение между максимальным и минимальным значениями напряжений.
4. Установите отражатель с помощью инструмента «Управление» в положение, соответствующее одному из первых максимумов. Сделайте начальный отсчет x_0 в мм и результат запишите в таблицу 1.

Таблица 1

I	Координата x_i , мм	$(x_i - x_{i-1})$, мм	f, кГц
0			
1			
.			
.			
n			

С целью последующей оценки случайной погрешности выполните многократные измерения координаты x_0 . Для этого измените положение отражателя так, чтобы стрелка милливольтметра сначала слегка сместилась из положения максимума, а затем снова вернулась к тому же положению максимального отклонения. Результаты повторных отсчетов (примерно 5 раз) записывайте в ту же строку таблицы 1.

- Медленно поднимайте отражатель, наблюдая за стрелкой милливольтметра. Записывайте в таблицу 1 отсчеты координаты отражателя при каждом последовательном максимуме напряжения; x_1, x_2, \dots, x_{n-1} . Положение, соответствующее последнему n-му максимуму, измерьте многократно (примерно 5 раз) аналогично измерению начального максимума, описанному в п.4. Для контроля правильности выполнения отсчетов рекомендуется в процессе измерений вычислять разности между двумя ближайшими координатами x_i и x_{i-1} . Эти разности должны быть примерно равными.
- Значения резонансной частоты также занесите в таблицу 1.
- По данным таблицы 1 вычислите средние значения координат начального x_0 и конечного x_n положений отражателя. Вычислите погрешность измерений указанных величин по правилам оценки погрешности прямых измерений.
- Вычислите длину волны λ , скорость V , адиабатическую сжимаемость жидкости β и погрешность $\Delta\lambda$ по формулам:

$$\beta = \frac{1}{V^2 \rho}$$

$$\lambda = VT = \frac{V}{f}$$

$$\lambda = (2/n)(x_n - x_0)$$

$$\Delta\lambda = \frac{2}{n} \sqrt{(\Delta x_0)^2 + (\Delta x_n)^2}$$

- При расчете абсолютной погрешности скорости звука в жидкости воспользуйтесь формулой :

$$\Delta V = V \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2}$$

- При расчете абсолютной погрешности адиабатической сжимаемости жидкости воспользуйтесь формулой :

$$\Delta\beta = \beta \sqrt{\left(2 \frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2}$$

- Окончательный результат для длины волны λ , скорости звука в жидкости V и адиабатической сжимаемости жидкости β запишите в виде:

$$\lambda = \langle\lambda\rangle \pm \Delta\lambda; \quad V = \langle V\rangle \pm \Delta V; \quad \beta = \langle\beta\rangle \pm \Delta\beta$$

- Сделайте выводы по проделанной работе.

Литература

- Механика и молекулярная физика (учебно-методическое пособие). СПбГТУ, 1998
- Обработка экспериментальных результатов (методические указания к лабораторным работам). СПбГТУ, 1998.