

РАБОТА 1.03

ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

Задача

1. Измерить собственные частоты колебаний поршня в трубке при условиях, когда возвращающая сила создается:
 - а) магнитным полем;
 - б) магнитным полем и адиабатически сжимаемым газом.
2. По собственным частотам вычислить показатель адиабаты газа.
3. В режиме «б» получить резонансную кривую.

Введение

В этой работе исследуют колебания поршня в вертикальной трубке (рис.1). В нижний торец поршня 6 заделан постоянный магнит 5. Другой постоянный магнит - кольцевой 3 - помещен снаружи трубки. Одинаковые полюсы магнитов обращены друг к другу. При равновесии сила отталкивания магнитов уравнивает силу тяжести поршня $F_m = -mg$ (рис.1а), m - масса поршня, g - ускорение свободного падения. Если сместить поршень из положения равновесия, равенство этих сил нарушится. На рис.1б, например, показано смещение поршня вниз на некоторое расстояние x . При этом магниты сблизилась, сила их отталкивания увеличилась и превзошла силу тяжести. На поршень теперь действует результирующая сила $F_1 = F_m - mg$, направленная против смещения (в нашем примере - вверх). При малых смещениях поршня силу F_1 можно в первом приближении считать пропорциональной смещению:

$$F_1 = -K_1 x \quad (1)$$

Когда нижний конец трубки закрыт, на поршень, кроме уже названных, действует сила, обусловленная разностью давлений по разные стороны поршня:

$$F_a = S(P - P_0) = -K_a x \quad (2)$$

Здесь $S = \pi D^2/4$ - площадь поперечного сечения поршня, D - его диаметр.

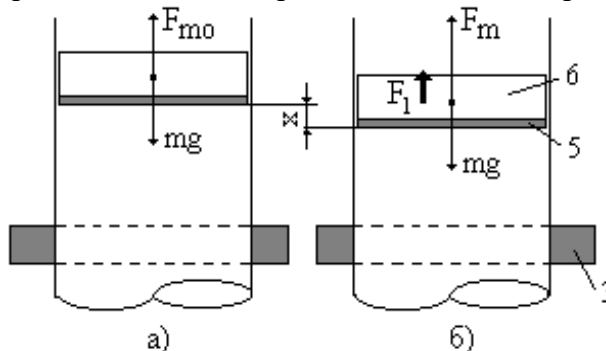


Рис.1

P и P_0 - давления в закрытой и открытой камерах трубки. В этом случае результирующая сила, возвращающая поршень в положение равновесия

$$F_2 = F_1 + F_a = -K_2 x \quad (3)$$

где $K_2 = K_1 + K_a$.

Коэффициенты K_1 , K_2 и K_a характеризуют упругие свойства соответствующих механических систем и носят название коэффициентов жесткостей. Они определяются через первые производные той или иной силы по координате x . Производные должны вычисляться при $x=0$, то есть в положении равновесия поршня:

$$K_1 = -\left. \frac{dF_1}{dx} \right|_{x=0}; \quad K_2 = -\left. \frac{dF_2}{dx} \right|_{x=0}; \quad K_a = -\left. \frac{dF_a}{dx} \right|_{x=0} \quad (4)$$

Предметом изучения в этой работе служат упругие свойства воздуха, поэтому нужно вычислить жесткость:

$$K_a = -S \left. \frac{dP}{dx} \right|_{x=0} = -S^2 \left. \frac{dP}{dV} \right|_{V=V_0} \quad (5)$$

Здесь V - объем закрытой (нижней) камеры, поэтому V_0 - объем V при равновесии поршня.

При быстрых процессах воздух в камере не успевает заметно обмениваться теплом со стенками. Такие процессы можно считать адиабатическими. Уравнение адиабаты идеального газа

$$PV^\gamma = \text{const} \quad (6)$$

Здесь $\gamma = C_p/C_v$ - показатель адиабаты, C_p и C_v - теплоемкости газа (воздуха) при постоянном давлении и объеме соответственно. Дифференцирование (6) по объему дает

$$V^\gamma \frac{dP}{dV} + P\gamma V^{\gamma-1} = 0$$

Следовательно,

$$\left. \frac{dP}{dV} \right|_{V=V_0} = -\gamma \frac{P_0}{V_0} \quad (7)$$

Учитывая (2) и (5), получаем:

$$K_a = \gamma \frac{P_0}{V_0} S^2 = \gamma \frac{P_0}{V_0} \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)^2 \quad (8)$$

Если поршень вывести из положения равновесия и отпустить, он будет совершать свободные колебания с собственной частотой:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (9)$$

Если действует еще и внешняя гармоническая сила

$$F = F_0 \cos(2\pi f t) \quad (10),$$

то установятся вынужденные колебания поршня с частотой вынуждающей силы f . Их амплитуда зависит от этой частоты. При частотах f , близких к собственной частоте f_0 , амплитуда колебаний сильно возрастает. Это явление называют резонансом, а частоту, при которой амплитуда максимальна - резонансной частотой, зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты называют резонансной кривой.

Если трение мало, резонансная частота практически совпадает с собственной. Поэтому, измерив две резонансные частоты: при трубке, открытой с обоих торцов

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1}{m}} \quad (11)$$

и при трубке, закрытой с одного торца

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{m}} \quad (12)$$

можно вычислить

$$K_a = 4\pi^2 (f_{02}^2 - f_{01}^2) m \quad (13)$$

(получено исключением K_2 из формул (11) и (12)). Приравняв правые части (8) и (13), выражаем показатель адиабаты через измеряемые в опыте величины:

$$\gamma = \frac{64mV}{\rho D^4} (f_{02}^2 - f_{01}^2) \quad (14)$$

Установка

Схема установки показана на рис.2.

Стеклянная трубка укреплена на штативе. Нижний конец трубки открывается и закрывается при помощи пробки. Над кольцевым постоянным магнитом расположена возбуждающая колебания поршня катушка возбуждения. Она запитывается от генератора синусоидального напряжения. Переменное магнитное поле этой катушки воздействует на постоянный магнит в основании поршня; так создается вынуждающая сила регулируемой частоты ($F=F_0 \cos(2\pi f \cdot t)$). Собственные частоты колебаний поршня не превышают 20 Гц.

Измерение показателя адиабаты воздуха резонансным методом

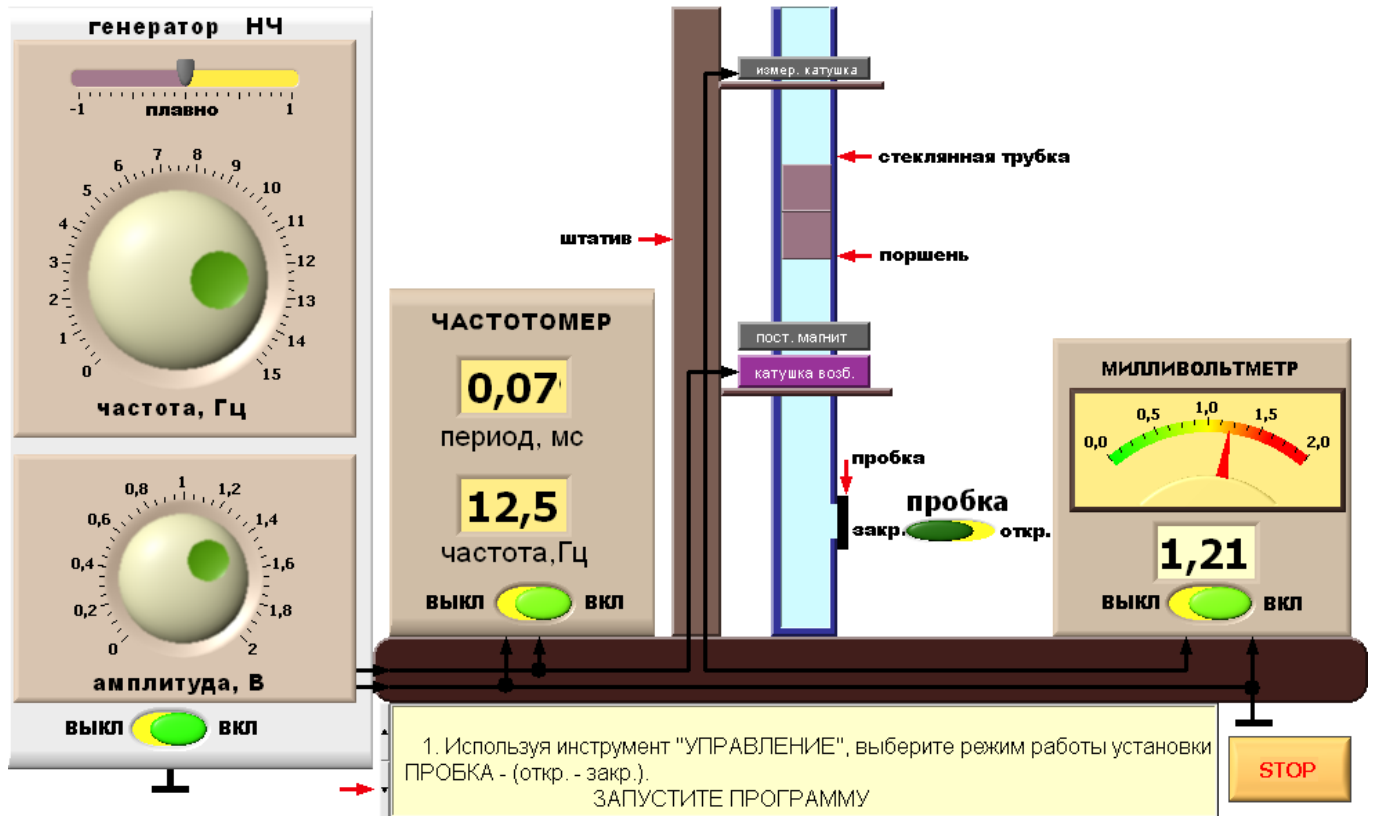


Рис.2

При колебаниях поршня постоянный магнит в верхней части поршня индуцирует в измерительной катушке ЭДС, пропорциональную амплитуде колебаний поршня. ЭДС измеряют милливольтметром. Для того, чтобы уменьшить прямую магнитную связь между катушкой возбуждения и измерительной катушкой, магниты в торцах поршня разнесены на значительное расстояние друг от друга.

Измерения и обработка результатов

1. Исходные данные: масса поршня m , его диаметр D , объем нижней камеры V_0 , атмосферное давление и их погрешности указаны в порядке выполнения работы.
2. Перед началом выполнения работы с помощью инструмента «УПРАВЛЕНИЕ» установите режим работы (открытая или закрытая трубка), амплитуду выходного напряжения в пределах (1 - 2) В, а частоту - в пределах (1 - 4) Гц. Запустите программу.
3. При открытой нижней камере проведите многократные (5 - 10 раз) измерения частоты резонансных колебаний f_{01} . Результаты заносите в таблицу 1.

Таблица 1

m =		V =		D =		p =	
№	f_{01} , Гц	$f_{01} - \langle f_{01} \rangle$, Гц	$(f_{01} - \langle f_{01} \rangle)^2$, Гц ²	f_{02} , Гц	$(f_{02} - \langle f_{02} \rangle)$, Гц	$(f_{02} - \langle f_{02} \rangle)^2$, Гц ²	
1							
2							
...							
n							
$\langle f_{01} \rangle =$		$\sum (f_{01} - \langle f_{01} \rangle)^2 =$		$\langle f_{02} \rangle =$		$\sum (f_{02} - \langle f_{02} \rangle)^2 =$	

4. Закройте пробкой нижнюю камеру и вновь проделайте операции, указанные в п.3. Результаты также заносите в таблицу 1.

5. Вычислите среднее значение резонансных частот f_i по формуле

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i$$

6. Вычислите среднеквадратичное отклонение от среднего по формуле

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (f_i - \langle f \rangle)^2}$$

7. Вычислите показатель адиабаты воздуха (расчеты проводите в системе СИ):

$$\gamma = \frac{64mV}{pD^4} (f_{02}^2 - f_{01}^2)$$

8. Оцените относительную погрешность измерения показателя адиабаты:

$$\delta\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \sqrt{(\delta m)^2 + (\delta V_0)^2 + (\delta P_0)^2 + (4\delta D)^2 + (\delta(f_{02}^2 - f_{01}^2))^2}. \quad (*)$$

Здесь δ означает относительную погрешность (например $\delta m = \Delta m/m$). Последнее слагаемое в (*) вычисляйте по формуле

$$\delta(f_{02}^2 - f_{01}^2) = \frac{\sqrt{(2f_{02}\Delta f_{02})^2 + (2f_{01}\Delta f_{01})^2}}{f_{02}^2 - f_{01}^2}.$$

Прежде, чем производить вычисления по (*), сопоставьте относительные погрешности отдельных величин и отбросьте малые.

9. Вычислите абсолютную погрешность показателя адиабаты $\Delta\gamma$.

10. Для закрытой нижней камеры вновь установите режим резонанса. Плавно изменяя частоту, снимите зависимость показаний милливольтметра от частоты. Частоту регулируйте как в сторону увеличения (от резонансной), так и в сторону уменьшения. Старайтесь, чтобы по каждую сторону от резонансной частоты было получено 5 - 6 точек, а амплитуда колебаний уменьшилась в несколько раз. (При этих измерениях не регулируйте выходной сигнал генератора). Результаты заносите в таблицу 2.

Таблица 2

Номер опыта	$f_0 =$, Гц	$U_m =$, В	
	f, Гц	U, мВ	U/U _m
1			
2			
.			
n			

11. Заполните полностью таблицу 2: вычислите для каждого измерения отношение показания милливольтметра к максимальному из них (резонансному U_m). Постройте резонансную кривую - зависимость U/U_m от f.

12. Запишите окончательные результаты измерений в виде

$$f_{01} = \langle f_{01} \rangle \pm \sigma_x$$

$$f_{02} = \langle f_{02} \rangle \pm \sigma_x$$

$$\gamma = \langle \gamma \rangle \pm \Delta\gamma$$

13. Сделайте выводы по работе.

Литература

1. Механика и молекулярная физика (учебно-методическое пособие). СПбГТУ, 1998
2. Обработка экспериментальных результатов (методические указания к лабораторным работам). СПбГТУ, 1998.