

2.3. Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля.

2.3.1. Длина волны электрона.

Все, о чем говорилось в предыдущем параграфе, остается только предположениями, поскольку доказательством существования таких волн может служить только эксперимент. Самые яркие явления, характеризующие существование и распространение волны, – это явления интерференции и дифракции, где наблюдаемой величиной по сути дела является длина волны λ . Впервые такие эксперименты по исследованию волновых свойств частиц были поставлены с электронами, а позже и для других, более тяжелых частиц.

Оценим возможные значения длины волн де Бройля в реальных условиях. Пусть электроны разгоняются в вакуумной трубке и проходят некоторую разность потенциалов U , причем ограничимся нерелятивистским случаем. Тогда кинетическая энергия электрона равна $E = eU = \frac{1}{2}mv^2$, а импульс – $p = \sqrt{2meU}$. Такой электрон обладает длиной волны де Бройля равной:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU}} \quad (2.3.1)$$

Если длину волны измерять в Ангстремах, а разность потенциалов в Вольтах, то формула (2.2.9) имеет вид:

$$\lambda = \frac{12.25}{\sqrt{U}} \quad (2.3.2)$$

Итак, если электрон прошел разность потенциалов $U = 10 \text{ В}$, то его длина волны $\lambda \approx 3.9 \text{ \AA}$. Если $U = 100 \text{ В}$, то $\lambda \approx 1.2 \text{ \AA}$, и если $U = 200 \text{ В}$, то $\lambda \approx 0.86 \text{ \AA}$. При таких условиях длины волн электронов примерно такие же как для рентгеновского излучения. Поэтому эксперимент по дифракции таких электронов можно ставить в тех же условиях, как для рентгеновских лучей, и использовать в качестве дифракционной решетки – кристалл.

Учитывать релятивистский характер движения электронов необходимо, начиная с разности потенциалов $U = 10^5 \div 10^6$ Вольт. В самом деле, при этом длина волны де Бройля определяется

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{m_0v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (2.3.3)$$

а кинетическая энергия электрона равна

$$eU = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = \left(\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 \right).$$

Из этих соотношений можно получить точную формулу для длины волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0eU \left(1 + eU/2m_0c^2 \right)}}, \quad (2.3.4)$$

а затем и приближенную формулу для определения длины волны (U в Вольтах, λ в Ангстремах):

$$\lambda = \frac{12.25}{\sqrt{U}} \left(1 - 0.489 \cdot 10^{-6} U \right)$$

В таблице сравниваются длины волн электрона, полученные в нерелятивистском и релятивистском приближениях для различных ускоряющих разностей потенциалов.

U (Вольт)	1	100	10^3	$4 \cdot 10^4$	10^5	10^6
λ (нерел.) (Å)	12.25	1.225	0.39	0.061	0.039	0.012
λ (рел.) (Å)			0.39	0.059	0.037	0.008

Из этой таблицы видно, при каких разностях потенциалов необходимо учитывать релятивистские эффекты.

2.3.2. Опыты Девиссона и Джермера по дифракции электронных волн.

Еще в 1921-23 гг. К. Дэвиссон наблюдал при рассеянии пучка электронов на различные углы явление похожее на дифракцию, но тогда эти особенности не получили должного внимания и объяснения. Позже К. Дэвиссон и Л. Джермер использовали метод Вульфа-Брэгга для исследования *дифракции электронов*.

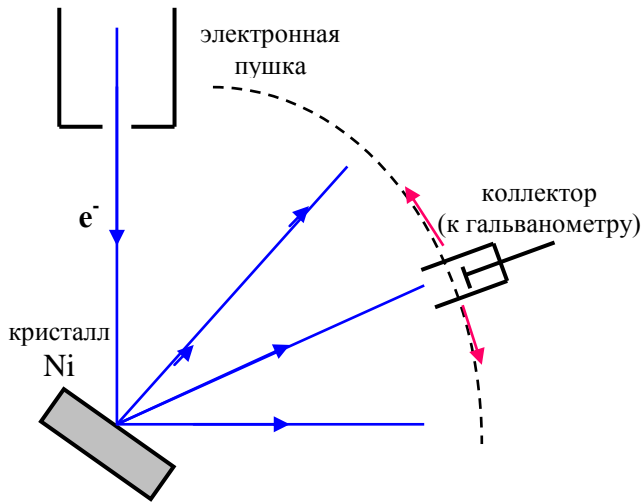


Рис. 3.1.

Примерная схема эксперимента изображена на рис. 3.1. Параллельный пучок электронов одинаковой скорости направлялся на монокристалл никеля Ni, а рассеянные электроны фиксировались коллектором (цилиндр Фарадея) под разными углами. Фиксировались в основном упруго отраженные электроны, неупруго рассеянные отсекались слабо отрицательным задерживающим потенциалом.

При разных ускоряющих потенциалах U были получены угловые зависимости – полярные диаграммы (см рис. 3.2). На этих диаграммах сила тока в гальванометре пропорциональна отрезку прямой, соединяющей в диаграмме начало координат и точку на измеренной кривой. Наблюдалось различное количество

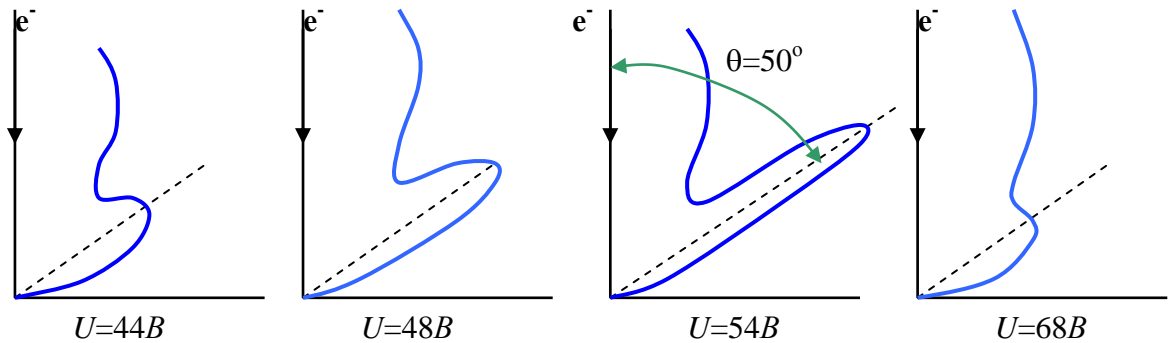


Рис. 3.2.

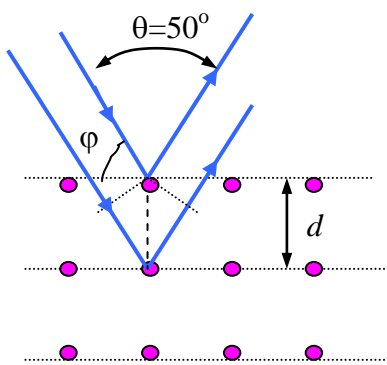


Рис. 3.3.

рассеянных электронов в зависимости от угла рассеяния θ и от ускоряющей разности потенциалов U . При этом при определенном угле появлялся максимум в угловом распределении, величина которого менялась с изменением U , т.е. с длиной волны де Бройля. Монокристалл никеля – это кристалл кубической системы, он был отшлифован вдоль плоскости с миллеровскими индексами (111). Пучок электронов падал перпендикулярно к этой плоскости, однако в методе Вульфа-Брэгга используется отражение от различных слоев кристалла. Так, в объеме кристалла никеля находились отражающие слои на расстоянии d ($=0.215$ нм) друг от друга (см рис. 3.3). Максимум отражения электронов наблюдался под углом 50° (наиболее сильно при $U = 54$ В). Условие появления этого максимума определяется формулой Вульфа-Брэгга:

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.3.5)$$

где φ – угол скольжения пучка. Так как длина волны де Бройля определяется из формулы (2.3.2), то, подставляя ее в (2.3.5), получаем соотношение (где d и λ в Ангстремах, U в Вольтах):

$$\sqrt{U} = m \frac{12.25}{2d \sin \varphi} \quad (2.3.6)$$

Из этого соотношения видно, что дифракцию электронов можно наблюдать двумя способами.

Способ (1): ускоряющую разность потенциалов U и длину волны λ держать постоянными, а менять угол φ , поворачивая кристалл или коллектор.

Способ (2): держать постоянным угол скольжения φ , а менять разность потенциалов U или, что то же, длину волны де Бройля λ .

Во втором случае полученные кривые имеют несколько максимумов, которые соответствуют различным значениям m в формуле Вульфа – Брэгга (см рис. 3.4). Теория дает равноотстоящие максимумы, что следует из формулы (2.3.6). Если на этом же рисунке 3.4 отложить вычисленные по формуле (2.3.6) значения числа m , то для малых величин m получаются систематические отклонения расчетных значений m от экспериментальных положений максимумов.

Причина этого отклонения была объяснена и затем устранена Г.Бете. Для согласования с экспериментом электронным волнам необходимо приписать показатель преломления, как и в интерференции световых волн:

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{v_\phi}{v'_\phi} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'} \quad (2.3.7)$$

где λ , λ' и v_ϕ , v'_ϕ – длины волн и фазовая скорость в вакууме и внутри

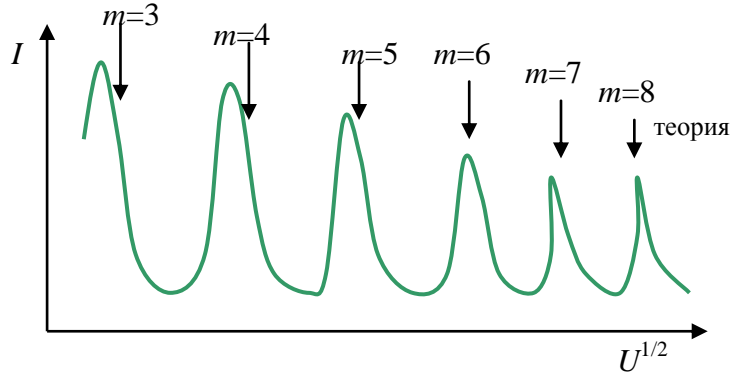


Рис. 3.4.

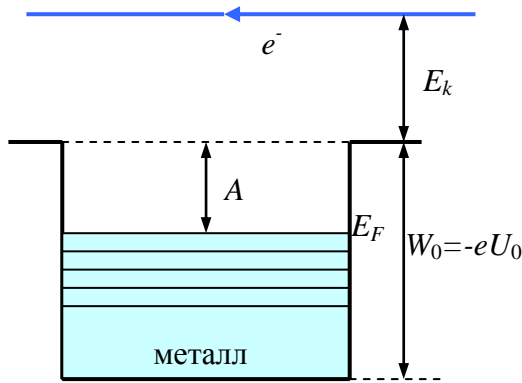


Рис. 3.5.

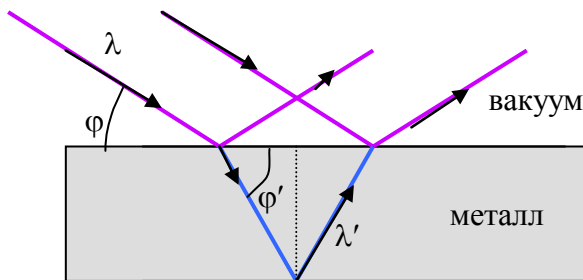


Рис. 3.6.

кристалла, соответственно. Фазовая скорость в вакууме определяется:

$$v_\phi = \frac{E}{p} = \frac{E}{\sqrt{2mE_k}} \quad (2.3.8)$$

Здесь рассматриваем нерелятивистский случай $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

Энергетическая диаграмма при прохождении электрона в металле представлена на рис. 3.5, где E_F – энергия Ферми, A – работа выхода, W_0 – глубина потенциальной ямы ($W_0 < 0$). Откуда фазовая скорость в металле определяется из соотношения:

$$v'_\phi = \frac{E}{\sqrt{2m(E_k - W_0)}}, \quad (2.3.9)$$

Тогда коэффициент преломления равен:

$$n = \frac{v_\phi}{v'_\phi} = \sqrt{1 - \frac{W_0}{E_k}} \quad (2.3.10)$$

Если ввести внутренний потенциал металла U_0 как

$$U_0 = -W_0/e,$$

а кинетическую энергию записать через ускоряющую разность потенциалов $E_k = eU$, то для

относительного показателя преломления получаем:

$$n = \sqrt{1 + \frac{U_0}{U}}, \quad (2.3.11)$$

Показатель больше единицы ($n > 1$). Тогда разность хода, определяемая условием Вульфа–Брэгга, становится аналогичной разности хода оптического луча для тонкой пленки $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = m\lambda$, где θ – угол падения луча (см рис. 3.6). В самом деле, подставляя угол скольжения, имеем:

$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \varphi} = m\lambda \quad (2.3.12)$$

После учета показателя преломления в среде для волн де Бройля было получено полное согласие с экспериментом. Из экспериментов по дифракции электронов можно получить внутренний потенциал металлов U_0 .

2.4.3. Опыты Д.П. Томсона и П.С. Тартаковского.

Начиная с 1928 года Д.П. Томсоном и независимо П.С. Тартаковским проводились измерения дифракции электронов методом Дебая - Шерера. Ранее П. Дебай и П. Шеррер разработали методику для получения дифракции рентгеновских лучей.

В методе Дебая - Шерера Томсон использовал поликристаллические пленки (толщиной $10^{-5} \div 10^{-6}$ см) или порошки. Монохроматический пучок электронов создавался при ускорении электростатическим потенциалом $U \sim 17.5 \div 56.5$ кВ, при этом соответствующие длины волн де Бройля находятся в диапазоне $\lambda \sim 0.092 \div 0.052$ нм. Электроны проходили через пленку, рассеивались и попадали на фотопластинку (рис. 3.7). Поликристалл – множество беспорядочно ориентированных кристалликов. При фиксированной

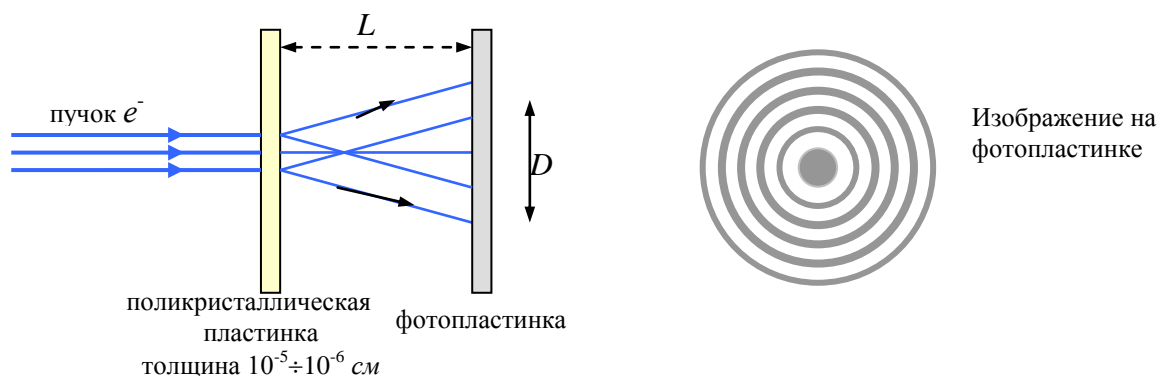


Рис. 3.7.

длине волны λ среди множества кристалликов находятся такие, при отражении от которых выполняется условие Вульфа-Брэгга

$$2d \sin \varphi = m\lambda .$$

Здесь, как и ранее, φ – угол скольжения пучка. Совокупность малых кристалликов с определенной ориентировкой симметрична относительно направления падающего пучка, вследствие этого на экране наблюдаются кольца. Зная диаметр колец D и расстояние до экрана L можно найти расстояние между слоями кристаллической решетки d :

$$d \cdot \frac{D}{2L} = m\lambda \quad (2.3.13)$$

Эксперимент показал ожидаемую дифракционную картину, что независимо подтвердило существование волновых свойств электрона.

Тартаковский рассматривал рассеяние более медленных электронов на алюминиевой фольге при постоянном угле рассеяния. Меняя скорость электронов, он получил ряд максимумов, появляющихся при выполнении условия Вульфа-Брэгга.

2.4.4. Дифракция атомов и молекул, нейтронов.

Частицы более тяжелые, чем электроны, также обладают волновыми свойствами, которые характеризуются определенными длинами волн де Бройля. Следовательно, можно попытаться наблюдать их дифракцию.

О. Штерн в 1930 году наблюдал *дифракцию легких атомов и молекул*, а именно He и H₂. Легкие атомы и молекулы нужны для того, чтобы их длина волны де Бройля была достаточно велика для наблюдения явления дифракции. Так при комнатной температуре длина волны атома гелия равна $\lambda_{He} \sim 0.1$ нм, т.е. порядка постоянной кристаллической решетки.

Схема опыта показана на рис. 3.8. Пучок атомов бросается на кристалл, и отраженные атомы фиксируются чувствительным манометром. Чтобы избавиться от теплового разброса скоростей используется селектор скоростей (зубчатое колесо, как в оптических экспериментах Физо).

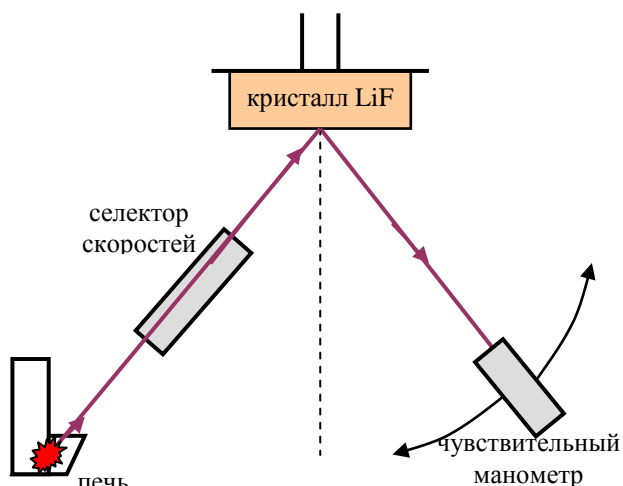


Рис. 3.8.

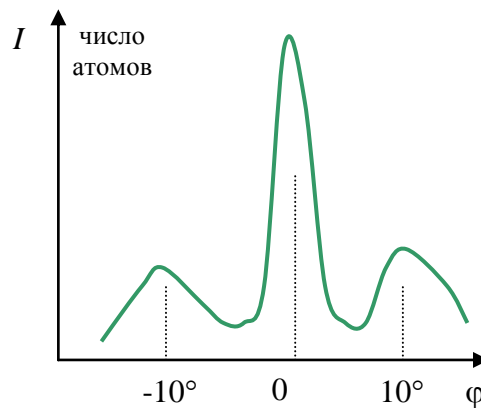


Рис. 3.9.

Кристалл действует на пучки атомов как плоская двумерная отражательная решетка. В картине углового распределения дифрагированных атомов наблюдается большой максимум под углом отражения, равным углу падения, а при других углах – вторичные максимумы (см рис. 3.9). Отметим, что положение вторичных максимумов меняется с температурой падающих атомов, т.е. с длиной волны λ .

Дифракция нейтронов в настоящее время используется для целей рентгеноструктурного анализа вещества. Для наблюдения дифракции нейтронов чаще всего используется метод М. Лауэ, хотя дифракция может наблюдаться и в методах Вульфа - Брэгга, Дебая – Шеррера.

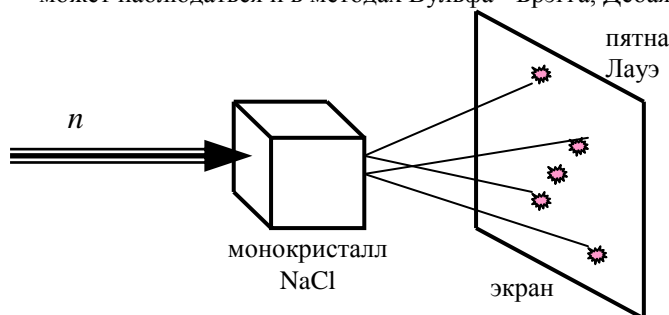


Рис. 3.10.

Для регистрации нейтронов используются ядерные реакции. В методе Лауэ в качестве налетающих частиц используется “белый” пучок тепловых нейтронов, который падает на монокристалл. На экране за монокристаллом (рис. 3.10) проявляются дифракционные максимумы в виде пятен Лауэ: центральное пятно и система симметричных пятен вокруг центрального.

Итак, можно сделать вывод, что явление дифракции имеет всеобщий характер, т.е. волновые свойства присущи всем материальным объектам.

Примечание 1. Клинтон Джозеф Дэвиссон, американский физик, 1881–1958, Нобелевская премия 1937 г. за экспериментальное подтверждение волновых свойств материи;

Лестер Халберт Джермер, американский физик, 1896–1971;

Георгий Викторович Вульф, русский-советский физик, 1863–1925;

Лоуренс Брэгг, английский физик, 1890–1971, Нобелевская премия 1915г.;

Ханс Альбрехт Бете, немецкий и американский физик-теоретик, 1906–2005, Нобелевская премия 1967г. за открытие циклов термоядерных реакций, являющихся источником энергии звезд;

Джордж Паджет Томсон, английский физик, 1892–1975, Нобелевская премия 1937г. за открытие волновой природы электрона;

Петер Йозеф Вильгельм Дебай, швейцарско-немецкий физик, 1884–1966, Нобелевская премия по химии 1936г.;

Пауль Шерер, швейцарский физик, 1890–1970;

Тартаковский Петр Саввич, советский физик 1895-1940, работал в ФТИ, в Томске, в ЛПИ;

Отто Штерн, немецкий физик, 1888–1969, Нобелевская премия 1943г. за развитие молекулярно-лучевого метода и открытие магнитного момента протона;

Макс Феликс Теодор фон Лауэ, немецкий физик-теоретик, 1879–1960, Нобелевская премия 1914г. за открытие дифракции рентгеновских лучей;
