

Глава 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ.

2.1. Интерференция когерентных волн.

2.1.1. Условия проявления интерференции.

Интерференция волн – сложение в пространстве двух или нескольких волн, при котором в разных точках пространства получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Сложение электромагнитных волн рассматривалось ранее в Главе 1 (§§1.4-1.5) как суперпозиция волн, распространяющихся в одном направлении (бежня, стоячие волны). Под интерференцией рассматривается исследование или наблюдение не по распределению амплитуды E , а по распределению энергии, причем усредненному по времени. Поэтому *под интерференцией света (или э/м волн) часто понимают пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении двух или нескольких волн*. В этой главе мы в основном будем касаться оптического диапазона электромагнитных волн, хотя общие соотношения справедливы для всего диапазона.

Электромагнитная энергия, приходящая на единичную площадку за единицу времени определяется вектором Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}].$$

С плотностью потока электромагнитной энергии связаны другие энергетические величины такие как *лучистый* и *световой поток*, *яркость*, *освещенность*, которые часто используются в фотометрии. Однако в этой части курса при описании явлений интерференции нас будет интересовать в основном относительное распределение (перераспределение) световой энергии W или плотности потока энергии \vec{S} , которое наблюдается при сложении электромагнитных волн.

В исследовании явления интерференции вводят энергетическую величину – *интенсивность* света или электромагнитных колебаний. Вводят ее по-разному: либо как среднее по времени от вектора плотности потока $\langle \vec{S} \rangle$, либо без всяких дополнительных коэффициентов как величину пропорциональную $\sim \langle E^2 \rangle$. Поскольку в этой главе нас интересуют относительные интенсивности света, то в настоящем рассмотрении коэффициентами можно пренебречь и положить, что интенсивность с точностью до постоянных просто равна среднему квадрату напряженности электромагнитного поля

$$I = \langle E^2 \rangle.$$

Пусть в некоторой точке одновременно возбуждаются 2 колебания от двух электромагнитных волн $E_1(\vec{r}, t)$ и $E_2(\vec{r}, t)$. Результирующее поле определяется как сумма напряженностей электрических полей, а интенсивность – как квадрат суммы:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad E^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1\vec{E}_2 \quad (2.1.1)$$

Усредним по времени, т.к. приборы обладают инерционностью и поэтому показывают картину, усредненную за время их инерционности, которое значительно больше времени атомных процессов:

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1\vec{E}_2 \rangle \quad (2.1.2)$$

Последнее слагаемое в этом выражении представляет собой усредненное по времени наблюдения скалярное произведение напряженностей складывающихся волн и называется обычно *интерференционным членом*. При усреднении по времени возможно 2 случая:

1. Интерференционный член $2\langle \vec{E}_1\vec{E}_2 \rangle$ обращается в нуль, при этом результирующая интенсивность равна сумме интенсивностей отдельных волн, иначе говоря, *интерференция отсутствует*:

$$I = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle = I_1 + I_2. \quad (2.1.3)$$

2. Если интерференционный член отличен от нуля $2\langle \vec{E}_1\vec{E}_2 \rangle \neq 0$, то *имеет место интерференция*. В этом случае полная интенсивность в точке наблюдения равна:

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad \text{где } I_{12} = 2\langle \vec{E}_1\vec{E}_2 \rangle. \quad (2.1.4)$$

Иначе говоря, наличие интерференционного члена приводит к перераспределению интенсивности электромагнитных волн (света) в наблюдаемом пространстве.

Примечание 1. Скалярное произведение $\vec{E}_1\vec{E}_2$ равно нулю, если складываемые волны линейно поляризованы в ортогональных направлениях. Отсутствие интерференции у волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, было обнаружено О. Френелем и Д. Араго в 1816 г. и интерпретировано в 1817 г. Т. Юнгом как доказательство поперечности электромагнитных волн

Огюстен Жан Френель, французский физик, 1788–1827;

Доменик Франсуа Араго, французский физик, 1786–1853;

Томас Юнг, английский физик, 1773–1829).

Рассмотрим случай, когда интерференция имеет место, т.е. интерференционный член не равен нулю. Пусть складываются 2 волны с одинаковым направлением колебаний вектора E и одинаковой частоты $\omega = const$, причем амплитуды E_0 и фазы φ зависят от времени (рассматриваем сложение волн в одной пространственной точке, поэтому можно не писать полностью бегущий множитель или положить $\vec{r} = 0$):

$$\begin{aligned} E_1(t) &= E_{10}(t) \cos(\omega t - \varphi_1(t)) \\ E_2(t) &= E_{20}(t) \cos(\omega t - \varphi_2(t)) \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

Сложим эти колебания в точке наблюдения (характеризуемой радиус-вектором \vec{r}). Тогда, как ранее рассматривали в §1.4, получаем гармоническое колебание той же частоты:

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_0(t) \cos(\omega t - \varphi_0(t)) \quad (2.1.6)$$

Выражение для амплитуды и для фазы можно получить, если разложить косинусы в формулах (2.1.5) и (2.1.6)

$$\begin{aligned} E_{10} \cos \omega t \cdot \cos \varphi_1 + E_{10} \sin \omega t \cdot \sin \varphi_1 + E_{20} \cos \omega t \cdot \cos \varphi_2 + E_{20} \sin \omega t \cdot \sin \varphi_2 = \\ = E_0 \cos \omega t \cdot \cos \varphi_0 + E_0 \sin \omega t \cdot \sin \varphi_0 \end{aligned}$$

Далее, в силу произвольности рассматриваемого времени t для выполнения последнего равенства необходимо приравнять отдельно слагаемые при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$. При этом получим систему двух уравнений, из которых находим амплитуду результирующих колебаний E_0 и фазу φ_0 .

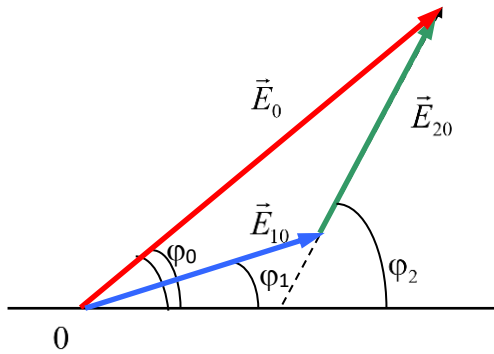


Рис. 1.1.

Однако амплитуду результирующего колебания проще всего найти, если воспользоваться векторной диаграммой (рис. 1.1), в которой угол между горизонтальной осью и вектором \vec{E} дает значение фазы колебаний в данный момент времени (аналогично диаграммам, рассмотренным в Главе 4 Колебания [1]). Из рисунка 1.1 получаем:

$$E_0^2(t) = E_{10}^2(t) + E_{20}^2(t) + 2E_{10}(t)E_{20}(t)\cos(\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) \quad (2.1.7a)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{E_{10}(t) \sin \varphi_1(t) + E_{20}(t) \sin \varphi_2(t)}{E_{10}(t) \cos \varphi_1(t) + E_{20}(t) \cos \varphi_2(t)} \quad (2.1.7b)$$

Если колебания случайно обрываются или происходит хаотическое изменение их фазы за время измерения (усреднения), то на эксперименте получим всегда сумму интенсивностей (2.1.3). В самом деле, даже если амплитуды складывающихся волн неизменны за время усреднения, то в результате усреднения имеем:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t E^2 dt = \langle E_{10}^2 \rangle + \langle E_{20}^2 \rangle + 2E_{10}E_{20} \frac{1}{t} \int_0^t \cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] dt \quad (2.1.8)$$

И при хаотическом изменении фаз $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ получаем, что:

$$\int_0^t \cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] dt = 0,$$

и тогда интерференция отсутствует.

Отсюда получаем *необходимое условие* существования (наблюдения) интерференции, а именно: за время усреднения разность фаз $[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)]$ должна сохранять свое значение.

Одно из фундаментальных понятий в физике – *когерентные колебания* – это колебания, для которых разность фаз за время наблюдения остается неизменной:

$$\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \text{const} \quad (2.1.9)$$

В общем, *когерентностью называют согласованное протекание во времени и в пространстве нескольких колебательных или волновых процессов, протекающее при их сложении*. Степень согласованности может быть различной в пространстве и во времени, поэтому и различают временную и пространственную когерентность. Эти понятия подробнее рассмотрим ниже в следующем параграфе.

2.1.2. Оптическая разность хода.

Рассмотрим распространение световых волн в среде. Скорость их распространения зависит от характеристик среды, диэлектрической и магнитной проницаемостей, и определяется:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad (2.1.10)$$

где $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ – *показатель преломления* среды.

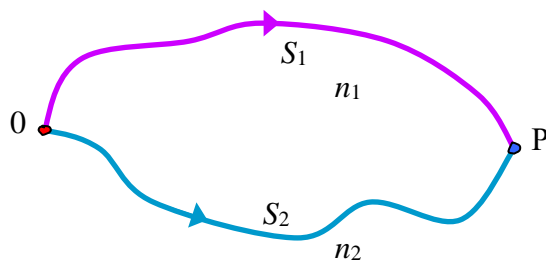


Рис. 1.2.

Пусть имеем 2 когерентные волны. В реальной ситуации для наблюдения интерференции обычно одна волна разделяется на 2 волны. Например, в точке 0 волны разделяются (рис. 1.2), идут разными путями, а затем они встречаются в точке наблюдения (P). Пусть одна волна распространяется в среде с показателем преломления n_1 и проходит путь S_1 , а

вторая проходит путь S_2 в среде с n_2 . Если фазу волны в исходной точке 0 положить равной ωt , то в точке Р имеем следующие 2 волны:

$$\begin{aligned} \text{первая волна} & E_{10} \cos \left[\omega \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right) \right] \\ \text{вторая волна} & E_{20} \cos \left[\omega \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right) \right] \end{aligned}$$

где $v_1 = c/n_1$ и $v_2 = c/n_2$ – скорости распространения волн в двух средах. При сложении волн получаем следующее выражение для интерференционного члена:

$$2E_{10}E_{20} \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] = 2E_{10}E_{20} \cos \delta \quad (2.1.11)$$

где разность фаз записывается:

$$\delta = \varphi_2(t) - \varphi_1(t) = \omega \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (S_2 n_2 - S_1 n_1) = \frac{\omega}{c} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad (2.1.12)$$

Здесь величина

$$\Delta \equiv n_2 S_2 - n_1 S_1 \quad (2.1.13)$$

носит название *оптической разности хода*. В результате сложения волн в точке Р в зависимости от величины разности хода получаем различную интенсивность освещенности, например максимум или минимум:

$$\max I = I_{max} \quad \text{при} \quad \cos \delta = 1, \quad \Delta \frac{2\pi}{\lambda} = 2m\pi, \quad \Delta = 2m \frac{\lambda}{2} \quad (2.1.14)$$

$$\min I = I_{min} \quad \text{при} \quad \cos \delta = -1, \quad \Delta \frac{2\pi}{\lambda} = (2m+1)\pi, \quad \Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad (2.1.15)$$

Таким образом, *если оптическая разность хода равна четному числу полуволен, получаем в точке наблюдения максимум интенсивности, а в случае нечетного числа полуволен, имеем минимум.*

В дальнейшем при решении задач на определение положений максимумов и минимумов достаточно определять оптическую разность хода волн от двух источников.

2.1.3. Интерференция от двух источников.

Рассмотрим случай интерференции волн от двух одинаковых синфазных монохроматических точечных источников S_1 и S_2 , расположенных на расстоянии d друг от друга. Точечные источники излучают сферические волны, поэтому направление волнового вектора совпадает с направлением радиус-вектора (см рис. 1.3). На экране волновые поля перекрываются, и при этом образуется устойчивая картина распределения интенсивности – *интерференционная картина* или интерференционное поле. Если расстояние

l до экрана много больше расстояния между источниками ($l \gg d$), то амплитуды обеих волн в точке наблюдения практически одинаковы, и напряженность поля в точке P описывается выражением:

$$E = E_0 \cos(\omega t - k_1 r_1) + E_0 \cos(\omega t - k_2 r_2) = 2E_0 \cos\left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right] \cos\left[\omega t - \frac{k(r_2 + r_1)}{2}\right], \quad (2.1.16)$$

где r_1 и r_2 – расстояния от источников до точки наблюдения. Здесь мы воспользовались тем, что при условии $l \gg d$ направления векторов \vec{k}_1 и \vec{k}_2 практически одинаковы, а по модулю они равны.

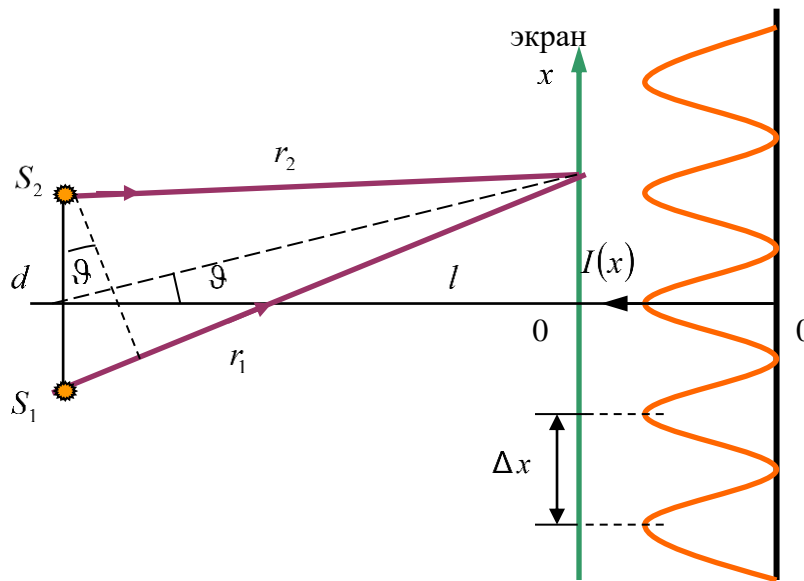


Рис. 1.3.

Введем угол ϑ , образуемый направлением на точку наблюдения с “оптической осью” рассматриваемой схемы (перпендикуляром к линии, соединяющей источники). В силу условия $l \gg d$ угол ϑ (см рис. 1.3) практически одинаков для всех векторов, тогда оптическая разность хода этих волн определяется

$$\Delta = nr_2 - nr_1 \approx nd \sin \vartheta.$$

Интенсивность результирующих колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, поэтому имеем:

$$I = 4I_0 \cos^2(k_0 \Delta / 2) = 2I_0 (1 + \cos k_0 \Delta), \quad (2.1.17)$$

где I_0 – интенсивность колебаний, приходящих от одного источника, а волновое число $k_0 = \omega/c$. Из полученного выражения следует, что минимальная освещенность экрана равна нулю, а максимальная – учетверенному значению освещенности, создаваемой одним источником. Положение максимумов определяется условием

$$k_0 \Delta = \pm 2\pi m, \quad (2.1.18)$$

где целое число $m = 0, 1, 2, \dots$ называется *порядком интерференции*. Учитывая, что $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, где λ_0 – длина волны в вакууме, условие образования максимумов можно записать в виде

$$\Delta = m\lambda_0 \quad (2.1.19)$$

т.е. разность хода интерферирующих волн равна целому числу длин волн.

Положение минимумов находится из условия

$$\Delta = nd \sin \vartheta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (2.1.20)$$

Для определения зависимости освещенности экрана от координаты x (см рис. 1.3) нужно выразить разность хода Δ интерферирующих волн через координату x точки наблюдения P . Практически важным является случай малых значений угла наблюдения ϑ . При $\vartheta \ll 1$

$$\sin \vartheta \approx \operatorname{tg} \vartheta = \frac{x}{l}$$

и разность хода можно представить как

$$\Delta = nd \sin \vartheta \approx \frac{ndx}{l}. \quad (2.1.21)$$

Подставляя теперь в (2.1.17), получаем

$$I(x) = 2I_0 [1 + \cos(k_0 nd \cdot x/l)]. \quad (2.1.22)$$

В точке $x = 0$ расположен максимум освещенности, соответствующий нулевой разности хода. Это *центр интерференционной картины*. Для него порядок интерференции $m = 0$.

Пространственный период интерференционной картины или *ширина интерференционной полосы* Δx – это расстояние между соседними максимумами или минимумами. Например, координата m -го максимума определяется из условия

$$x_m = \frac{\Delta_m l}{nd} = \frac{m\lambda_0 l}{nd} = m \frac{l\lambda}{d}, \quad (2.1.23)$$

где $\lambda = \lambda_0/n$ – длина волны в среде. Соседний $(m+1)$ -ый максимум определяется координатой:

$$x_{m+1} = (m+1) \frac{l\lambda}{d} \quad (2.1.24)$$

Откуда получаем ширину интерференционной полосы:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \lambda \frac{l}{d} \quad (2.1.25)$$

Примечание 2. Ширину интерференционной полосы (2.1.25) можно получить сразу, исходя из условия $kd\Delta x/l = 2\pi$ учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$.

Рассмотрим далее интерференцию 2-х плоских волн. На самом деле это то же самое, что интерференция волн от двух точечных источников, но при этом рассматривается 2 плоские волны и задается угол между направлениями их распространения. Предположим, что обе плоские монохроматические волны имеют одинаковые частоты, для простоты имеют одинаковые амплитуды, и характеризуются волновыми векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 , задающими направления их распространения. Рассмотрим эти волны в плоскости x и y . На рисунке 1.4 ось x направлена симметрично относительно векторов \vec{k}_1 и \vec{k}_2 интерферирующих волн, ось y лежит в плоскости рисунка, а ось z – перпендикулярна плоскости рисунка. Поскольку угол между векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 лежит в плоскости (x,y) и от оси z ничего не зависит, то тогда эти волны записываются:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}) = E_0 \cos\left(\omega t - k \cos \frac{\alpha}{2} \cdot x - k \sin \frac{\alpha}{2} \cdot y\right), \\ E_2 &= E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r}) = E_0 \cos\left(\omega t - k \cos \frac{\alpha}{2} \cdot x + k \sin \frac{\alpha}{2} \cdot y\right). \end{aligned} \quad (2.1.26)$$

Суммарная волна в точке (x,y) определяется сложением волн (2.1.26):

$$E = 2E_0 \cos\left(k \sin \frac{\alpha}{2} \cdot y\right) \cos\left(\omega t - k \cos \frac{\alpha}{2} \cdot x\right) \quad (2.1.27)$$

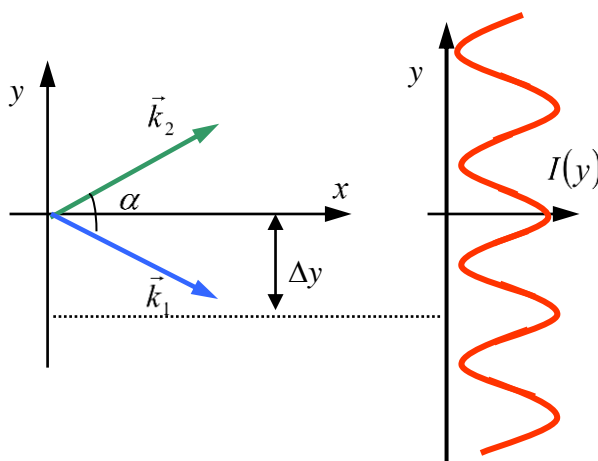


Рис. 1.4.

Таким образом, получаем стоячую волну по оси y и бегущую волну по оси x . Т.е. максимумы и минимумы, распределенные по оси y , распространяются по оси x . Если перпендикулярно биссектрисе угла α между направлениями волн поместить плоский экран (рис. 1.4), то на нем будут наблюдаться чередующиеся светлые и темные *интерференционные полосы*.

Ширина интерференционной полосы по оси y определяется положением соседних максимумов, т.е. определяется условием:

$$k \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta y = \pi$$

Откуда получаем:

$$\Delta y = \frac{\pi}{k \sin \alpha/2} = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha/2}. \quad (2.1.28)$$

Для волн, распространяющихся под малым углом друг к другу ($\alpha \ll 1$), ширина интерференционной полосы определяется соотношением $\Delta y \approx \lambda/\alpha$.

Если начало отсчета по оси x выбрать в одном из максимумов, то зависимость освещенности (интенсивности) экрана от координаты y дается выражением

$$I(y) = 2I_0 [1 + \cos(2\pi y/\Delta y)] = 4I_0 \cos^2(\pi y/\Delta y), \quad (2.1.29)$$

Освещенность экрана изменяется от минимального значения, равного нулю, до максимального значения, равного учетверенному значению освещенности, которая создается одной волной. Если экран наклонить на угол β , то ширина полосы увеличится и станет равной $\Delta y/\cos \beta$.

Примечание 3. Если для случая интерференции 2-х точечных источников, ввести угол схождения лучей $\alpha \approx d/l$ (т.е. угол, под которым видны источники из точки наблюдения P), то расстояние между соседними экстремумами можно представить как $\Delta y \approx \lambda/\alpha$. Этот результат совпадает с полученным выше для интерференции плоских волн, распространяющихся под углом α по отношению друг к другу. Таким образом, как уже было замечено, на большом расстоянии от источников сферические волны на небольших участках можно приближенно рассматривать как плоские, угол между направлениями которых при $\vartheta \ll 1$ может быть принят приближенно равным d/l .

2.2. Пространственная и временная когерентность.

2.2.1. Когерентность.

При рассмотрении интерференции мы предполагали, что распространяющиеся от источников волны являются строго монохроматическими. Если же свет испускается реальным источником, то за время измерения (усреднения) колебания могут случайно обрываться или может происходить хаотическое изменение их фазы. В таком случае интерференция будет отсутствовать, т.е. на опыте всегда будем иметь простое сложение интенсивностей $I = I_1 + I_2$.

В самом деле, повторим, что мы получали в предыдущем параграфе. Даже при одинаковых и постоянных во времени амплитудах колебаний векторов электрических полей складываемых волн, описываемых формулами (2.1.5), за время наблюдения получаем соотношение (2.1.8):

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t E^2 dt = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2E_{10}E_{20} \frac{1}{t} \int_0^t \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] dt. \quad (2.2.1)$$

Если фазы $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ изменяются хаотически, то за время измерения получаем:

$$\int_0^t \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] dt = 0,$$

т.е. интерференционный член отсутствует. Отсюда вытекает необходимое условие существования интерференции: *за время наблюдения разность фаз складываемых колебаний должна сохранять свое значение.*

Если для двух колебаний выполняется условие: $\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = const$, то такие колебания называют *когерентными*. В общем случае, *когерентностью называют согласованное протекание во времени и в пространстве нескольких колебательных или волновых процессов*, проявляющееся при их сложении. Степень согласованности процессов может быть различной – *пространственной и временной*.

Строго монохроматические волны одинаковой частоты всегда когерентны. Однако интерференционные явления от двух независимых источников света (например, электрических ламп) недоступны для наблюдения невооруженным глазом. Более того, даже если имеются две очень узкие спектральные линии, излучаемые разными источниками, то глаз не фиксирует интерференционную картину. Это указывает на тот факт, что излучение реальных источников света никогда не бывает строго монохроматическим.

Рассмотрим излучение реального источника света, состоящего из большого числа атомов – элементарных излучателей. В основе математической модели излучения обычного (не лазерного) источника света лежит статистическая гипотеза о том, что в случае спонтанного излучения различные атомы источника испускают отдельные *цуги волн* независимо друг от друга в *случайные моменты* времени. Фазы колебаний электромагнитного поля излучения различных атомов *не скоррелированы* друг с другом. Поэтому распределение интенсивности излучения источника при такой некогерентной суперпозиции определяется **суммированием распределений интенсивностей** отдельных атомов. В частности, если цуги волн, испускаемых различными элементарными излучателями в различные моменты времени, одинаковы, то распределение интенсивности излучателя будет таким же, как распределение интенсивности излучения изолированного атома.

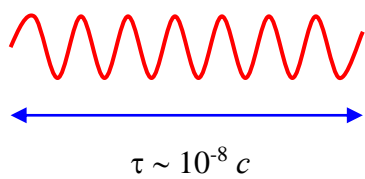


Рис. 2.1.

Атом излучает при переходе из возбужденного состояния в основное (или другое возбужденное). Время жизни атома в возбужденном состоянии $\sim 10^{-8} \text{ с}$. За это время атом излучает, т.е. испускает цуг волн (рис. 2.1). Работу источника излучения можно представить как последовательность процессов возбуждения атома за счет столкновений или другими способами с последующим переходом его в

нижележащие энергетические состояния с испусканием цуга волн. Таким образом, возникает последовательность цугов, излучаемых атомом через нерегулярные промежутки времени. Поэтому через точку наблюдения в течение конечного промежутка времени проходит большое число цугов конечной длины со случайным значением фазы колебаний, т.е. немонохроматическая волна.

Пусть на экран приходят волны от двух независимых источников света. При наложении двух цугов получаем интерференционную картину, которая зависит от разности фаз складываемых колебаний. Однако разность фаз при переходе от одной пары складываемых цугов волн к другой меняется хаотически. Поскольку среднее время жизни такой интерференционной картины $\tau \leq 10^{-8} \text{ с}$, то за время наблюдения $t \gg \tau$ интерференционная картина многократно изменяется. Приемник в силу своей инерционности не в состоянии отследить хаотическую смену интерференционных картин. Поэтому за время измерения интерференционный член обращается в нуль, т.е. интерференция от двух независимых источников излучения оптического спектра не наблюдается.

Можно ли вообще наблюдать явление интерференции от обычных (не лазерных) источников света?

Да, возможно, если свет от одного источника разделить на два или несколько пучков, а затем наложить их друг на друга соответствующим образом. При этом, несмотря на хаотическое изменение фаз у отдельных цугов, разность фаз в расщепленных волнах остается постоянной, при условии, что **разность хода этих пучков от источника до точки наблюдения не превышает длины отдельного цуга**. Поэтому случайные изменения фазы и амплитуды световых колебаний в этих волнах **протекают согласованно**, и интерференционная картина будет устойчивой. О таких пучках говорят, что они когерентны.

Опыты по наблюдению интерференции от обычных источников называют интерференционными опытами *по методу деления волнового фронта* или *по методу деления амплитуды*. Наиболее известные оптические опыты по интерференции проводили Т.Юнг; О.Френель; Х.Ллойд; Р.Поль.

Рассмотрим некоторые из них.

Впервые экспериментальная установка для демонстрации интерференции света была создана Томасом Юнгом в начале XIX в. Рассмотрим схему опыта Юнга (1807г.), изображенную на рис. 2.2, поскольку в дальнейшем мы часто будем обращаться к подобной схеме.

Прошедший через отверстие S свет образует расходящийся пучок, который падает на экран B с двумя малыми отверстиями S_1 и S_2 , расположенными близко друг к другу на равном расстоянии от отверстия S . Эти отверстия действуют как вторичные точечные синфазные источники. Исходящие от них волны, перекрываясь, создают интерференционную картину, наблюдаемую на удаленном экране C . Положение светлых и темных полос в ней можно находить, пользуясь монохроматической идеализацией. Расстояние Δx между соседними полосами, как было показано выше (2.1.25), равно λ/d .

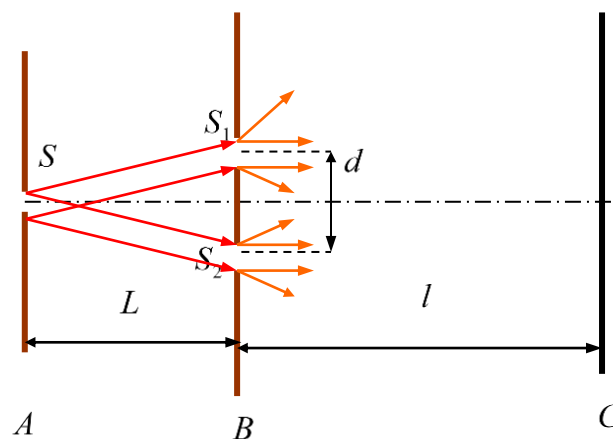


Рис. 2.2.

В 1816 году О. Френель наблюдал интерференцию, используя 2 зеркала, расположенные под очень маленьким углом друг к другу (рис. 2.3). Поместив источник (щель) перед зеркалами, Френель наблюдал интерференционные полосы на экране, создаваемые отраженными (мнимыми источниками) щелями в обоих зеркалах. Малый угол между зеркалами создавал малое расстояние между мнимыми источниками.

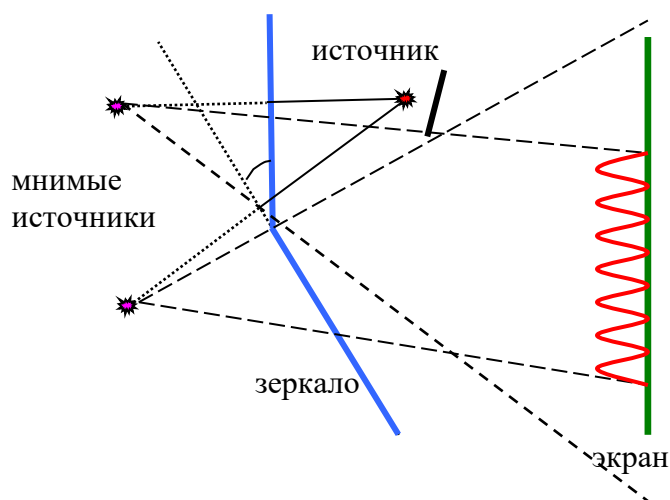


Рис. 2.3.

Для аналогичного разделения волн от одного источника и наблюдения интерференции в другом опыте Френель использовал бипризму, проходя через которую свет разлагался на два пучка, создавая тем самым два мнимых источника.

Х. Ллойд применял плоское зеркало также для создания двух источников. Один источник являлся реальным и от него свет шел прямо на экран. Другой

был мнимым источником, поскольку он появлялся за счет отражения реального источника в зеркале.

Примечание 1. *Томас Юнг, английский физик, 1773–1829;*
Огюстен Жан Френель, французский физик, 1788–1827;
Хэмфри Ллойд, ирландский физик, 1800–1881;
Роберт Вихард Поль, немецкий физик, 1884–1976

2.2.2. Интерференция квазимонохроматического света. Временная когерентность.

Рассмотрение спектра излучения реальных источников приводит к выводу об ограниченности использования монохроматической идеализации и вынуждает обратиться к изучению характера интерференционных явлений в квазимонохроматическом свете. Оказывается, что интерференционные полосы (например, от одной из линий спектра излучения разреженного газа) видны наиболее отчетливо, когда длины путей обеих интерферирующих волн примерно одинаковы. Увеличения оптической разности хода Δ , приводит сначала к ухудшению контрастности полос (в общем случае немонотонно), а затем и к их исчезновению.

Введение оптической разности хода Δ эквивалентно задержке одной из волн во времени, поэтому способность световых колебаний к интерференции после разделения исходной волны на две и последующего их соединения с некоторой разностью хода называется *временной когерентностью*.

Максимальная разность хода, при которой возможна интерференция, называется *длиной когерентности излучения* $l_{\text{ког}}$, а соответствующее ей время запаздывания одного из пучков – *временем когерентности*

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{l_{\text{ког}}}{c}. \quad (2.2.2)$$

Условие временной когерентности световых колебаний можно записать в виде:

$$\Delta < l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}. \quad (2.2.3)$$

Этот эффект связан с немонахроматичностью интерферирующих волн, что, в свою очередь, является следствием *конечной ширины* $\delta\omega$ *спектральной линии* источника света. Такое излучение можно рассматривать как совокупность нескоррелированных между собой отдельных монохроматических волн, частоты которых заполняют некоторый интервал $\delta\omega$, малый по сравнению со средней частотой ω рассматриваемой спектральной линии ($\delta\omega \ll \omega$).

Каждая монохроматическая волна, будучи разделенной на две волны, а затем, встречаясь в интерферометре, создает свою картину полос. Полное распределение освещенности экрана определяется простым наложением этих картин. При малых разностях хода интерферирующих волн (от нуля до нескольких длин волн) положение полос в картинах, создаваемых отдельными монохроматическими составляющими, практически одинаково. Поэтому полосы наблюдаемой интерференционной картины видны отчетливо. По мере увеличения разности хода из-за различия в длинах волн происходит как смещение картин отдельных полос относительно друг друга. В конце концов, при дальнейшем увеличении разности хода суммарная картина оказывается полностью размытой.

Эффект исчезновения полос в интерференционных опытах, связанный с некогерентностью интерферирующих волн, можно объяснить на основе конечной длительности цугов волн. Чем больше длительность цуга, тем лучше выполняется монохроматическое приближение и, соответственно, проще удовлетворить условиям когерентности.

Пусть излучаемый источником свет состоит из следующих друг за другом цугов волн с беспорядочно изменяющимися фазами. Разделим свет от этого источника на две волны, которые, проходя разные пути, а затем собираются вместе в точке наблюдения. Интерференционная картина будет наблюдаться в том случае, когда складываются колебания, полученные из одного цуга (см рис. 2.4). Если разность оптических длин этих путей превышает протяженность цуга, то один из цугов минует точку наблюдения раньше, чем второй дойдет до нее. В точке наблюдения идет наложение колебаний от разных цугов в излучении источника. Результат будем тем же, как при наложении волновых цугов от разных источников: за время наблюдения проходит большое число цугов, фазы колебаний в которых никак не связаны друг с другом, поэтому интерференционный член в среднем обращается в нуль и происходит простое сложение интенсивностей. Фактически время когерентности и есть временная длительность цуга.

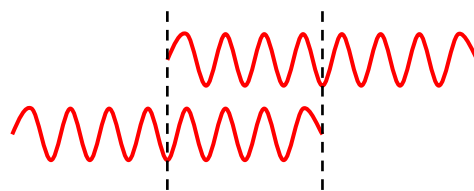


Рис. 2.4.

Оценим разность хода складываемых волн, при которой происходит исчезновение интерференционных полос. Для этого примем, спектральный интервал шириной $\delta\omega$ равномерно заполнен отдельными монохроматическими компонентами. Сложим в точке наблюдения 2 колебания от пришедших волн с частотами ω и $\omega + \delta\omega$

$$E_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + E_2 \cos[(\omega + \delta\omega)t + \alpha_2] = E_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + E_2 \cos(\omega t + \delta\omega t + \alpha_2)$$

Разность фаз, возникающая при их сложении, равна $\delta(t) = \delta\omega \cdot t + \alpha_2 - \alpha_1$ и она меняется со временем. Временем когерентности $\tau_{\text{ког}}$ будет время, за которое

эта разность фаз меняется на 2π (при этом интерференционные полосы полностью “замазываются”):

$$\delta(t + \tau_{\text{ког}}) - \delta(t) = \delta\omega \cdot \tau_{\text{ког}} \sim 2\pi. \quad (2.2.4)$$

Откуда время когерентности обратно пропорционально ширине спектрального интервала $\delta\omega = -2\pi c \delta\lambda / \lambda^2$:

$$\tau_{\text{ког}} \sim \frac{2\pi}{\delta\omega} = \frac{1}{\delta\nu} = \frac{\lambda^2}{c\delta\lambda} \quad (2.2.5)$$

Для длины когерентности получаем:

$$l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}} = \frac{c}{\delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda} \quad (2.2.6)$$

Итак, когда разность хода равна длине когерентности $\Delta_{\text{max}} \sim l_{\text{ког}}$, то интерференционной картины не наблюдается. Длине когерентности соответствует максимально возможный (предельный наблюдаемый) порядок интерференции (см формулу (2.1.19)), равный:

$$m_{\text{max}} \sim \frac{\Delta_{\text{max}}}{\lambda} = \frac{l_{\text{ког}}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\omega}{\delta\omega}. \quad (2.2.7)$$

Дополнение 1. Если имеется 2 дискретных источника с разбросом длин волн от λ' до λ , то исчезновение интерференционных полос происходит тогда, когда на светлую полосу (2.1.19) накладывается темная (2.1.20). При этом выполняется следующее условие:

$$m\lambda' = (2m+1)\lambda/2$$

Откуда предельный порядок интерференции равен:

$$m = \frac{\lambda}{2(\lambda' - \lambda)} = \frac{\lambda}{2\delta\lambda} \quad (2.2.8)$$

Отличие в 2 раза от непрерывного источника с тем же разбросом длин волн. Кстати, для непрерывного распределения длин волн от λ до $\lambda + \delta\lambda$ можно разбить источник на множество пар бесконечно узких спектральных линий, находящихся на расстоянии $\delta\lambda/2$ друг от друга. И тогда максимальный порядок интерференции $m_{\text{max}} \sim \lambda/\delta\lambda$.

Ширины лучших по качеству (монохроматичности) спектральных линий в лаборатории составляют величину $\delta\nu \sim 10^8 \text{ Гц}$. Поэтому время когерентности равно $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-8} \text{ с}$. Поэтому длина когерентности не превышает 1–2 м ($l_{\text{ког}} \sim 1\text{ м}$). Лазеры – источники излучения с высокой степенью монохроматичности: ширина линии $\delta\nu \sim 10^2 \text{ Гц}$. Поэтому время когерентности и длина когерентности значительно выше: $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-2} \text{ с}$ и $l_{\text{ког}} \sim 10^6 \text{ м}$, соответственно.

2.2.3. Пространственная когерентность. Роль конечных размеров источников света.

При описании интерференционных явлений первичный источник света предполагался точечным. Однако все реальные источники имеют конечные размеры. Увеличение размеров источника, как и расширение спектра излучаемого им света, приводит к ухудшению контрастности интерференционных полос и даже полному их исчезновению.

Выясняя роль конечных размеров источника, мы будем снова считать излучение монохроматическим. Протяженный спонтанно излучающий источник можно рассматривать как совокупность большого числа точечных взаимно некогерентных элементов. Поэтому наблюдаемая в любом месте интенсивность равна сумме интенсивностей интерференционных картин, создаваемых отдельными точечными элементами протяженного источника.

Временная когерентность происходит от разброса частот $\Delta\omega$ или от волнового вектора Δk по модулю. Для пространственно протяженного источника появляется разброс волн по направлениям распространения $\Delta\vec{k}$ (рис. 2.5). Если размеры источника много меньше длины световой волны, то интерференционная картина будет резкой, т.к. разность хода интерферирующих лучей от любой точки источника до точки наблюдения будет практически одной и той же. Но обычно размеры источника значительно больше длины волны, поэтому одинаковые интерференционные картины от разных его элементов сдвинуты одна относительно другой. В результате наложения этих картин интерференционные полосы размываются. Поэтому их

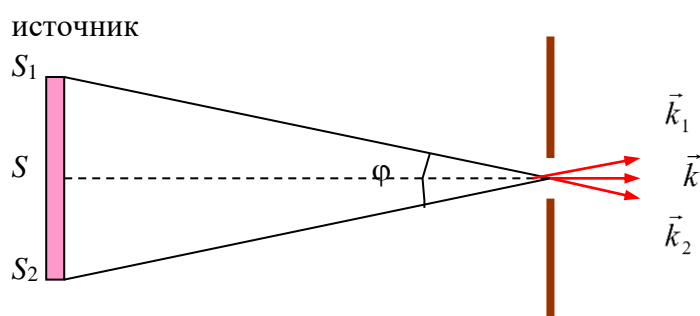


Рис. 2.5.

можно наблюдать лишь при выполнении определенных условий, налагаемых на геометрию эксперимента.

Поясним идею пространственной когерентности на примере.

Пусть источник S имеет какие-то размеры (например, форму диска) и он виден под углом φ из точки, где происходит разделение лучей. На рис. 2.5 показан источник и щель, через которую проходит свет, при этом угол φ мал. Однако из-за конечных размеров источника свет имеет разброс по волновым векторам \vec{k} и в дальнейшем после первой щели такой свет падает на 2 щели, от которых можем наблюдать интерференцию. Тогда из-за разброса по волновым векторам (т.е. по направлениям распространения волн) максимумы в интерференции от разных \vec{k} будут расположены в разных местах на экране.

Полная интерференционная картина – наложение картин, отдельно создаваемых каждым участком источников.

Рассмотрим центральную часть картины, примерно показанную на рис. 2.6. Пусть x' – расстояние между максимумами, которые появляются в распределении интенсивности от центральной части источника и от его края. При этом если это расстояние значительно меньше ширины интерференционной полосы:

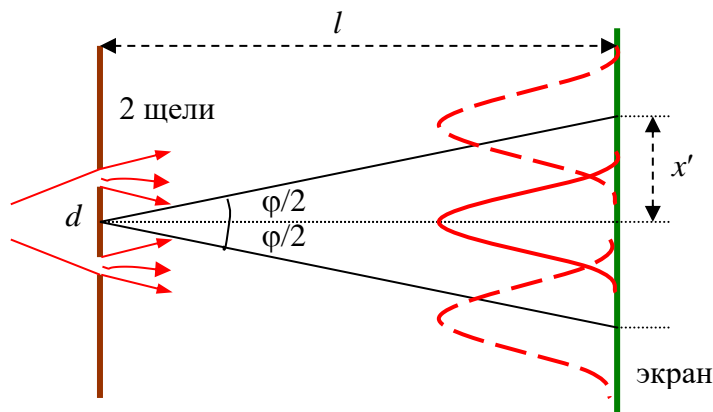


Рис. 2.6.

$$x' \ll \Delta x = \frac{l}{d} \lambda$$

то на экране интерференция видна. Если $x' \sim \Delta x$, то максимум от одной части источника накладывается на минимум от другой, поэтому интерференция не видна. Итак, условие наблюдения интерференции может быть записано в форме:

$$x' \leq \Delta x \quad (2.2.9)$$

или иначе: $l \cdot \varphi/2 \leq l \cdot \lambda/d$. Тогда получаем для угла разделения (множитель 2 убран из-за оценочного характера):

$$\varphi \leq \frac{\lambda}{d} \quad (2.2.10)$$

Отсюда видно, что чтобы улучшить условия наблюдения интерференции можно уменьшить расстояние между щелями, т.е. можно записать условие для наблюдения интерференции в виде:

$$d < \frac{\lambda}{\varphi} \quad (2.2.11)$$

Совокупность волн с разными направлениями \vec{k} можно заменить результирующей волной, падающей на экран со щелями. Если нет интерференционной картины, следовательно, волны в щелях не когерентны и на условной “волновой” поверхности разные точки не когерентны, если они отстоят на расстоянии d . Если расстояние между точками на волновой поверхности меньше d , то они когерентны. Итак, длина пространственной когерентности (или радиус когерентности):

$$\rho_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi} \quad (2.2.12)$$

Вывод: для получения интерференционных полос от двух источников (щелей) света недостаточно, чтобы эти источники состояли из попарно когерентных

точечных источников. Даже в случае строго монохроматических волн необходимо, чтобы размеры источников не превосходили определенного предела, зависящего от взаимного расположения и расстояния между ними, а также от положения экрана.

Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяет наблюдать интерференционные полосы, называются *пространственно когерентными*.

2.3. Интерференция в тонких пленках.

Под тонкими пленками понимаются такие, для которых выполняются условия временной когерентности. При наблюдении интерференции у поверхности тонких пленок большую роль играет также пространственная когерентность.

2.3.1. Плоскопараллельная пластинка.

Для рассмотрения интерференции на тонкой плоскопараллельной пластинке воспользуемся законами отражения и преломления, которые мы выведем чуть позже в Главе 3 (§ 3.1). Сформулируем эти законы (см также рис. 3.1) для падения электромагнитной волны из среды 1 с показателем преломления n_1 в среду 2 с показателем n_2 :

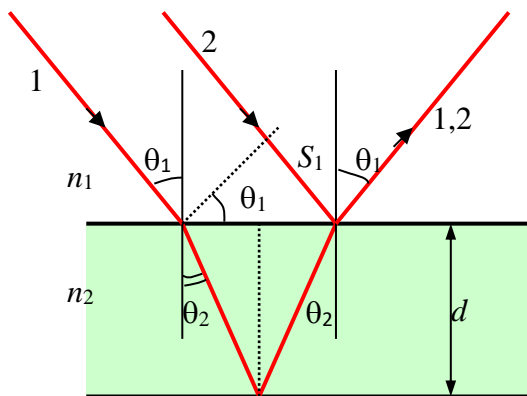


Рис. 3.1.

1) угол падения θ_1 равен углу отражения,

2) соотношение между углами падения и преломления имеет вид:

$$\frac{n_2}{n_1} = n = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}, \quad (2.3.1)$$

где n - относительный показатель преломления,

3) при отражении электромагнитной волны от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$) фаза отраженной волны меняется на π .

Итак, пусть из воздуха (для воздуха $n_1 = 1$) свет (электромагнитная волна) падает под углом θ_1 на поверхность пластины с показателем преломления n_2 и толщины d . Находим оптическую разность хода 2-х лучей – 1 и 2 (см рис. 3.1):

$$\Delta = nS_2 - S_1 \quad (2.3.2)$$

где S_1 – разность хода лучей в воздухе (в среде с показателем преломления n_1)

$$S_1 = 2d \cdot \operatorname{tg}\theta_2 \sin\theta_1, \quad (2.3.3)$$

а S_2 – разность хода первого луча при прохождении пластинки:

$$S_2 = \frac{2d}{\cos\theta_2} \quad (2.3.4)$$

Используя (2.3.1), получаем:

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos\theta_2} - 2d \cdot \operatorname{tg}\theta_2 \sin\theta_1 = 2d \frac{n - \sin\theta_2 \sin\theta_1}{\cos\theta_2} = 2d \frac{n^2 - \sin^2\theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}$$

Кроме того, как покажем ниже в § 3.1, при отражении от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$) фаза волны скачком меняется на угол π . Поскольку мы имеем 2 акта отражения, то в любом случае одно отражение (либо для луча 1, либо для луча 2) происходит от оптически более плотной среды. Поэтому окончательно для разности хода двух лучей получаем:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} + \frac{\lambda}{2} \quad (2.3.5)$$

Из §2.1 знаем, что при оптической разности хода $\Delta = m\lambda$ (где λ длина волны в вакууме) получаем максимум в отраженной волне. А при разности хода $\Delta = \frac{1}{2}(2m+1)\lambda$ – минимум.

Для видимого света (например, солнечный свет) интерференционные полосы можно наблюдать для достаточно тонкой пластинки, толщиной $d \sim 0.05 \div 0.06$ мм. Эта толщина обусловлена выполнением условий пространственной и временной когерентности. Когда лучи параллельны и падают под одним и тем же углом, то наблюдение интерференционных полос возможно на бесконечности. И наблюдают их с помощью линзы, либо глаза (который работает как линза), аккомодированного на бесконечность. Линза фокусирует параллельные лучи, идущие под одним углом, в одну определенную точку на фокальной плоскости (рис. 3.2).

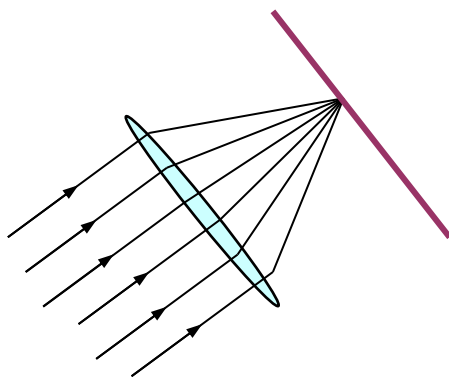


Рис. 3.2.

Если падает монохроматический свет рассеянный, т.е. световые лучи падают под разными углами на тонкую плоскопараллельную пластинку, то линза собирает в точки те лучи, которые соответствуют равному наклону или углу падения. Параллельные лучи собираются в точку на фокальной плоскости (экране), как показано на рис. 3.3. Но если лучи падают со всех сторон, но под одним и тем же углом падения (т.е. для одного угла падения лучи распределяются по конусу над поверхностью пластинки), то на экране после собирающей линзы получаем освещенное кольцо. Получающиеся интерференционные полосы носят название *полос равного наклона*, т.к. они образованы светом, падающим под одним углом падения к нормали.

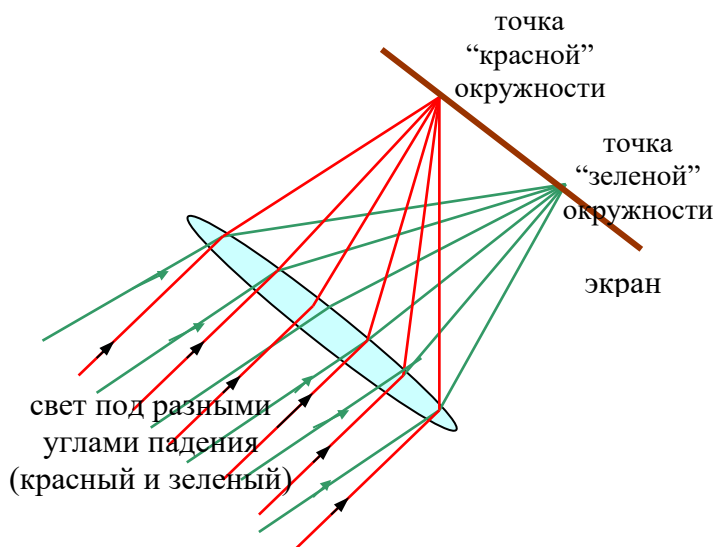


Рис. 3.3.

Если имеем белый свет, то полосы окрашены в разные цвета, поскольку для разных длин волн максимумы наблюдаются при различных углах падения. Так, человеческий глаз фиксирует различие в цвете при разности длин волн $\Delta\lambda \approx 0.02 \text{ мкм} = 20 \text{ \AA}$.

2.3.2. Интерференция на клине.

Рассмотрим тонкую пластинку переменной толщины, на которую падает параллельный пучок света. Пусть угол φ – угол между верхней и нижней плоскостями (рис.3.4) – малая величина. Лучи отраженные от верхней поверхности (на рис. 3.4 – синие лучи) и нижней поверхности (красные лучи) – не параллельны.

Интерференционные полосы локализируются на поверхности пластинки. При малых углах φ оптическую разность хода можно также вычислять по формуле для параллельных пластинок (2.3.5),

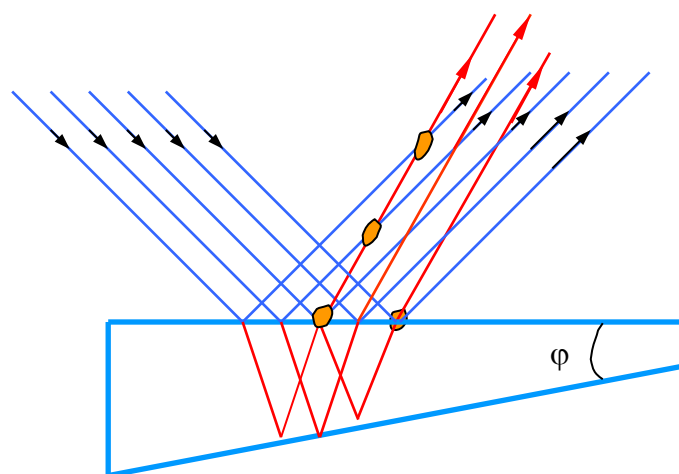


Рис. 3.4.

где d – толщина пластинки в данном месте.

Наблюдают эти полосы также с помощью линзы. На экране получаются *полосы равной толщины*, т.е. получаем интерференционные полосы, где разность хода одна и та же, или одна и та же толщина пластинки d . Интерференционные полосы наблюдают как в отраженном, так и в пройденном свете.

На практике глаз часто видит интерференционную картину при отражении солнечного света от тонких пленок на воде или других материалах (мыльные, нефтяные, бензиновые пленки, цвета побежалости и т.д.). Эти полосы обычно окрашены, поскольку условия для появления полос различны для разных длин волн. Такой вид интерференции используется для определения качества ровной поверхности различных материалов.

Примечание 1. В реальных условиях в создании интерференционной картины обычно участвуют полосы равного наклона и равной толщины. Поэтому это разделение достаточно условно и в современной физике на него не обращают внимание.

2.3.3. Кольца Ньютона.

Кольца Ньютона – один из ярких примеров полос равной толщины. Роль тонкой пластинки играет воздушный зазор между линзой большого радиуса и подложкой. Интерференционная картина симметрична относительно оси симметрии и имеет вид светлых и темных колец при освещении монохроматическим светом. Интерференционные полосы можно наблюдать как в отраженном, так и в пройденном свете. В отраженном свете интерферируют лучи, отраженные от подложки и от нижнего края линзы.

Рассмотрим условия интерференции в отраженном свете при условии, что линза помещена в воздухе (см рис. 3.5). Поскольку радиус линзы достаточно велик, а интерференционная картина разворачивается вблизи точки касания линзы и подложки, то вблизи точки касания ($R \gg r$) можно пренебречь кривизной линзы. Тогда оптическая разность хода определяется соотношением (в воздухе $n = 1$):

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (2.3.6)$$

где опять слагаемое $\lambda/2$ добавлено из-за потери полуволны при отражении света от оптически более плотной среды. Из геометрического треугольника (см рис. 3.5) имеем, учитывая, что $d \ll R$:

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 \approx R^2 - 2dR + r^2$$

Отсюда получаем толщину воздушного зазора d на радиусе r :

$$d \approx \frac{r^2}{2R} \quad (2.3.7)$$

Тогда разность хода равна:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \quad (2.3.8)$$

Отсюда получаем условие появления максимума и радиусы светлых (освещенных) колец:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2} \quad (2.3.9)$$

$$r_m = \sqrt{\frac{2m-1}{2}}\lambda R$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. Аналогично получаем для минимума освещенности и радиусы темных колец:

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (2.3.10)$$

$$r_m = \sqrt{2m\lambda R}$$

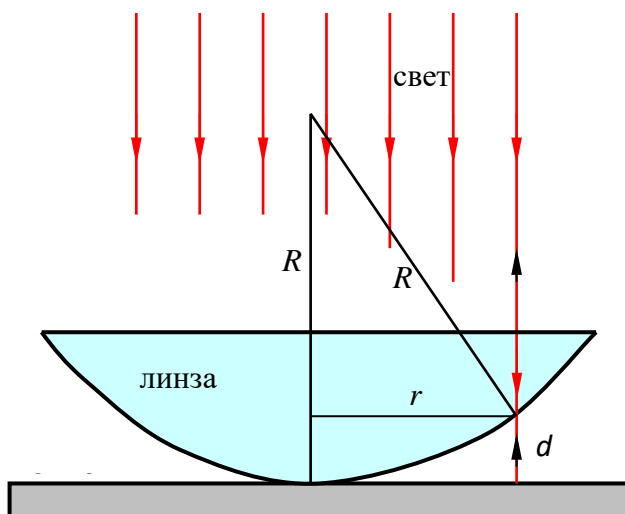


Рис. 3.5.

Интересно отметить, что в отраженном свете в центре ($m = 0$) мы имеем темное пятно.

Если рассматривать интерференционную картину в прошедном свете, то светлые и темные полосы поменяются местами, – станут соответственно темными и светлыми. Линзу можно помещать в различные среды и ставить на различные подложки, при этом необходимо учитывать показатели преломлений всех сред при вычислении оптической разности хода.

Примечание 2. Покрытие прозрачных поверхностей, в частности линз, тонкими пленками производится для просветления оптики. За счет интерференции на тонкой пленке отражение лучей в определенной области длин волн может быть уменьшено.

2.3.4. Двухлучевые и многолучевые интерферометры.

Интерферометрами называют оптические измерительные приборы, основанные на интерференции света. Принцип действия таких приборов состоит в разделении пучка света на два или несколько когерентных пучков, которые проходят различные оптические пути, а затем сводятся вместе. Интерферометры применяются для определения длины волны спектральных линий и их структуры, а также абсолютного показателя преломления сред; для измерения длин и перемещений тел; для контроля

формы; микрорельефа и деформаций поверхностей оптических деталей; чистоты металлических поверхностей и т.д.

В основе работы интерферометра лежит пространственное разделение пучка света с помощью какого-либо устройства для получения двух, или более, взаимно когерентных лучей, которые проходят различные оптические пути, а затем сводятся вместе, и наблюдается результат их интерференции. Вид интерференционной картины зависит от способа разделения пучка света на взаимно когерентные лучи, от их числа и их относительной интенсивности, от размеров источника и спектрального состава света.

По техническим характеристикам различают двухлучевые интерферометры, которые в основном являются техническими приборами, и многолучевые интерферометры, которые используются как спектрометры высокого разрешения для исследования тонкой структуры спектральных линий. Ниже приведем принципиальные схемы нескольких наиболее популярных устройств используемых в интерферометрии.

Двухлучевые интерферометры.

Интерферометр Ж. Жамена (1856 г.) представляет собой одно из наиболее чувствительных интерференционных устройств, что позволяет использовать его для точного определения показателей преломления газов при давлении, близком к атмосферному. Параллельный пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину 1 (рис. 3.6), на заднюю поверхность которой нанесено металлическое зеркало. Два отраженных пучка оказываются при достаточной толщине пластины пространственно

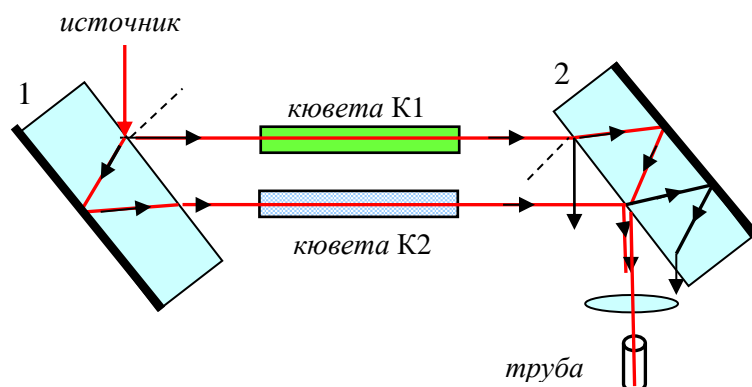


Рис. 3.6

разделенными и направляются отдельно в две кюветы с исследуемым газом К1 и газом сравнения К2 с показателями преломления n_1 и n_2 , соответственно. Прошедшие пучки отражаются от еще одной такой же стеклянной пластины 2. Таким образом, оба отраженных пучка оказываются равными по интенсивности, и, проходя через трубу, сводятся в фокальной плоскости

линзы. В результате возникает интерференционная картина из горизонтальных полос на экране.

При юстировке одну из пластин слегка наклоняют и в установленной на бесконечность зрительной трубе появляются эквидистантные интерференционные полосы. Если теперь на пути интерферирующих пучков поместить кюветы К1 и К2 с веществами с известным n_1 и неизвестным n_2 показателями преломления, то оптическая разность хода изменится и интерференционная картина сместится на $\Delta=(n_2-n_1)l$ (l – длина кюветы). Это позволяет определить показатель преломления n_2 .

Немногим позже лордом Рэлеем и академиком Д.С. Рождественским были предложены модифицированные интерферометры Жамена.

Интерферометр А. Майкельсона широко используется в физических измерениях и технических приборах. Так с его помощью впервые была измерена абсолютная величина длины волны света, доказана независимость скорости света от движения Земли. Перемещая одно из зеркал интерферометра Майкельсона, получают возможность анализировать спектральный состав падающего излучения. На этом принципе построены Фурье-спектрометры, применяющиеся для длинноволновой инфракрасной области спектра (50—1000 мкм) при решении задач физики твёрдого тела, органической химии и химии полимеров, диагностики плазмы. Интерферометр Майкельсона позволяет измерять длины с точностью 20-30 нм. Устройство используется и

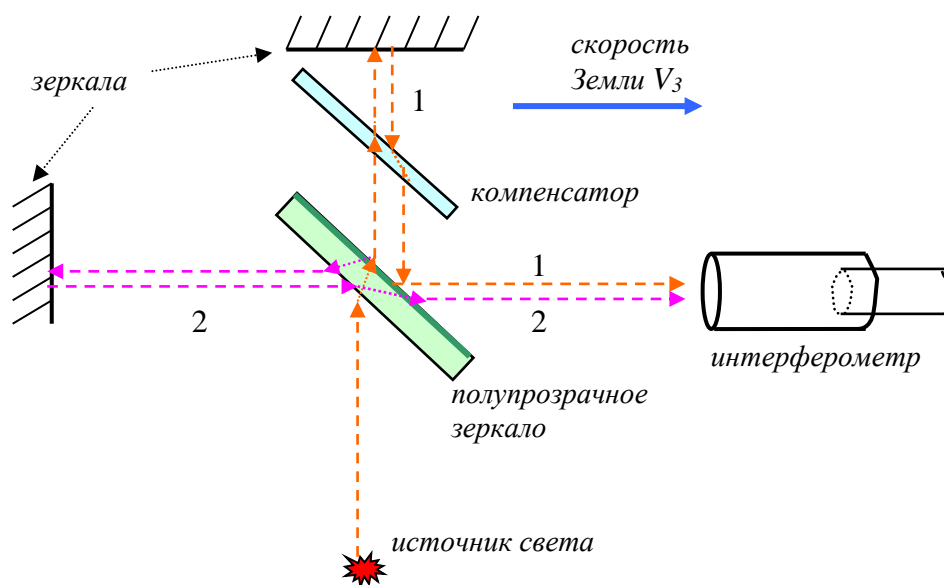


Рис. 3.7.

в настоящее время в астрономических, физических исследованиях, а также в измерительной технике. В частности, принципиальная схема интерферометра, используемая Майкельсоном определения для эфирного ветра, показана на рис. 3.7 (см §2.2 курса Механика [1]). Кроме того, интерферометр Майкельсона лежит в основе оптической схемы современных лазерных гравитационных антенн.

Многолучевые интерферометры.

Многолучевой интерферометр Фабри-Перо (рис. 3.8) состоит из двух стеклянных или кварцевых пластинок 1 и 2, на обращённые друг к другу и параллельные между собой поверхности которых нанесены зеркальные покрытия с высоким (85 - 98%) коэффициентом отражения. Параллельный пучок света, падающий из объектива O_1 , в результате многократного отражения от зеркал (см. рис. 3.8), образует большое число параллельных когерентных пучков с постоянной разностью хода Δ между соседними пучками, равной

$$\Delta = 2nh \cdot \cos\varphi$$

Здесь h – расстояние между пластинками, а φ – угол падения луча.

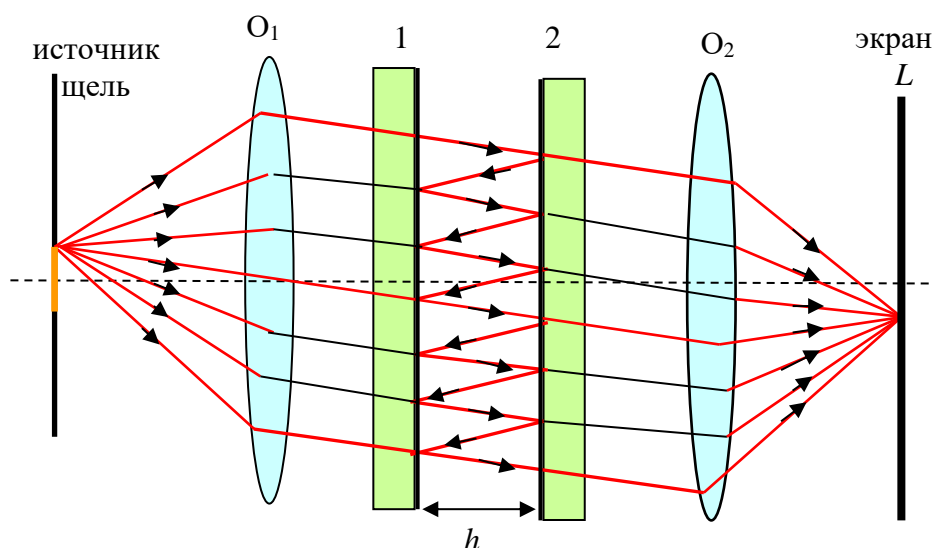


Рис. 3.8.

В результате многолучевой интерференции в фокальной плоскости L объектива O_2 образуется интерференционная картина, имеющая форму концентрических колец с резкими интенсивными максимумами, положение которых определяется из условия $\Delta = m\lambda$ (m – целое число), т. е. зависит от длины волны. Поэтому интерферометр Фабри-Перо разлагает сложное излучение в спектр. Применяется такой интерферометр и как интерференционный спектральный прибор высокой разрешающей силы. Последняя зависит от коэффициента отражения зеркал R и от расстояния h между пластинками, возрастая с их увеличением. Специальные сканирующие интерферометры Фабри-Перо с фотоэлектрической регистрацией используются для исследования спектров в видимой, инфракрасной и в сантиметровой области длин волн.

Разновидностью интерферометров Фабри-Перо являются оптические резонаторы лазеров, излучающая среда которых располагается между зеркалами интерферометра.

Другой интерференционный аппарат часто используемый в многолучевой интерферметрии – это пластинка Луммера-Герке. Световые лучи направляются внутрь плоскопараллельной пластинки, так чтобы угол падения на границе стекло-воздух был близок к предельному углу полного отражения. Пучки испытывают многократные отражения от плоскостей пластинки и выходят из нее с почти одинаковыми интенсивностями. В пластинках Луммера-Герке наблюдаются интерференционные полосы равного наклона. (подробнее об этом интерферометре см Д.В. Сивухин Общий курс физики. Оптика, т.4, §36).

Примечание 1. *Жюль Селестен Жамен, французский физик, 1818–1886;*
Дмитрий Сергеевич Рождественский, русский физик, 1876–1940; академик АН СССР, первый директор (1918–1932) государственного оптического института (Петербург, ГОИ);
Альберт Абрахам Майкельсон, американский физик, 1852–1931;
Шарль Фабри, французский физик, 1867–1945;
Альфред Перо, французский физик, 1863–1925;
Эрнст Герке, немецкий физик, 1878–1960;
Отто Рихард Луммер, немецкий физик, 1860–1925

2.4. Дифракция Френеля.

2.4.1. Понятие дифракции. Принцип Гюйгенса –Френеля.

К *дифракции* относится совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с разными неоднородностями. *Физического различия между интерференцией и дифракцией нет, и то и другое – перераспределение светового потока в результате суперпозиции волн.* Обычно их различают по количеству источников: интерференция происходит от конечного числа источников света, а дифракция от непрерывного распределения источников.

В историческом аспекте под дифракцией понимали огибание светом препятствий, проникновение света в область геометрической тени. То есть под дифракцией света обычно понимают отклонения от законов распространения света, описываемых геометрической оптикой. *Геометрическая оптика* – закон прямолинейного распространения света в однородной среде – предсказывает существование за экраном области тени, резко отделенной от тех областей, куда попадает свет. Однако исследования показывают, что вместо резкой границы между светом и тенью реализуется довольно сложная картина

распределения освещенности, состоящая из темных и светлых участков – дифракционных полос. Дифракционные явления выражены тем сильнее, чем меньше размеры экранов или отверстий в них и чем больше длина волны падающего света. В оптике характерные особенности дифракционных явлений обусловлены тем, что размеры экранов, как правило, много больше длины волны. Поэтому наблюдать дифракцию света можно только на достаточно больших расстояниях от преграды.

Первое объяснение дифракции света было дано О. Френелем в 1818 г. Он показал, что количественное описание дифракционных явлений возможно на основе построения волнового фронта Х. Гюйгенса, если его дополнить принципом интерференции вторичных волн. В 1882 г. Г. Кирхгоф дал строгое математическое обоснование принципу Гюйгенса – Френеля.

В рамках электромагнитной теории света для описания дифракционных явлений не требуется вводить какие-либо новые принципы. Однако точное решение задачи о распространении света на основе уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями представляет большие математические трудности. В большинстве случаев, представляющих практический интерес, вполне достаточным оказывается приближенный метод решения задачи об относительном распределении света вблизи границы между светом и тенью, основанный на принципе Гюйгенса – Френеля.

Гюйгенс предложил способ геометрического построения фронта распространяющейся световой волны. Согласно *принципу Гюйгенса*, каждую

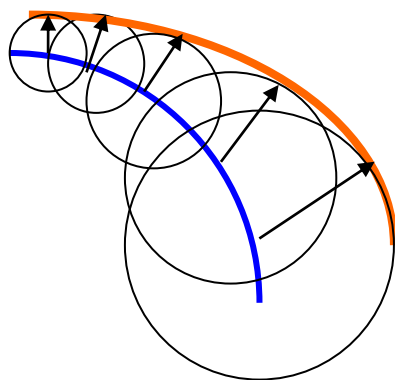


Рис. 4.1.

точку, в которую пришла волна от источника, можно принять за центр вторичных сферических волн, распространяющихся во все стороны (см рис. 4.1). Радиус каждой сферы зависит от скорости распространения электромагнитных волн в данной области среды. Результирующая волна рассматривается как наложение вторичных волн, и вводится понятие *огibaющей* этих волн.

В то же время в этих построениях не используется понятие длины волны и не учитывается периодичность вторичных волн.

Кроме того, этот принцип не дает сведений об амплитуде, а, следовательно, об интенсивности волн. Не ясно также, почему при таком построении не появляется обратной волны. Поэтому, наглядно объясняя законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света, такой способ построения не позволяет определить условия применимости этих законов.

Френель количественно дополнил принцип Гюйгенса учетом амплитуд и фаз вторичных волн и их соответствующим наложением и тем самым вложил в принцип Гюйгенса ясное физическое содержание. Он рассматривал полное световое поле как результат *интерференции вторичных волн*. При этом появляется возможность расчета распределения светового поля в пространстве. Физическое объяснение рецепта Гюйгенса состоит в следующем: к точкам на линии, огибающей все вторичные волны, приходят в одинаковых фазах.

Каждый элемент волновой поверхности dS служит источником вторичных когерентных сферических волн (рис. 4.2). При этом амплитуда испускаемых поверхностью волн пропорциональна площади dS .

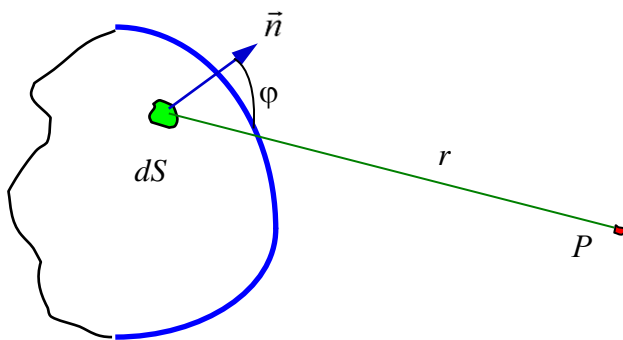


Рис. 4.2.

Напряженность dE_p , создаваемая элементарным участком dS в точке наблюдения P , пропорциональна напряженности поля E_0 на самом участке dS и площади проекции dS_n этого участка на плоскость, перпендикулярную вектору \vec{k} , направленного от источника света в элемент площадки dS .

Вычисляя вклад участка dS в поле E_p , нужно учесть изменения амплитуды и фазы вторичной волны при её распространении от элемента dS к точке P . Это приводит к появлению в выражении для dE_p множителя

$$\frac{1}{r} \text{Cos}(\omega t - kr + \delta_0) \quad \text{или} \quad e^{-i(\omega t - kr)} / r,$$

соответствующего распространению сферической волны, где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, а r – расстояние от элемента dS до (\cdot) P . В принципе, под косинусом (или в показателе экспоненты) можно опустить часть зависящую от времени и начальную фазу в силу выбора начального момента рассмотрения (например, опустить множитель $e^{-i\omega t}$). Чтобы учесть зависимость амплитуды вторичных волн от угла α между вектором \vec{k} и направлением на точку наблюдения P – вектором \vec{r} , вводится некоторый коэффициент наклона $K(\varphi)$. Тогда электрическое поле, приходящее в точку наблюдения от элемента dS , можно записать в следующем виде:

$$dE_p = K(\varphi) \frac{E_0 dS}{r} \text{Cos}(\omega t - kr + \delta_0) \quad \text{или} \quad dE_p = K(\varphi) E_0 \frac{e^{ikR}}{R} dS. \quad (2.4.1)$$

Здесь E_0 – амплитуда волны на волновой поверхности. Модуль коэффициента $K(\varphi)$ максимален в направлении вектора \vec{k} (первоначальном направлении

распространения волны), то есть при угле $\varphi = 0$, и плавно убывает с увеличением φ , принимая минимальное значение при угле $\varphi = \pi/2$.

Полное электрическое поле, приходящее в точку P , представляет собой суперпозицию полей (2.4.1) вторичных волн от всех элементов dS поверхности S отверстия в экране:

$$E_p = \int_S K(\varphi) \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \delta_0) dS \quad \text{или} \quad E_p = \int_S K(\varphi) E \frac{e^{ikr}}{r} dS. \quad (2.4.2)$$

В рассматриваемом приближении интеграл по поверхности S не зависит от формы этой поверхности. Полученная формула дает математическое выражение *принципа Гюйгенса – Френеля*.

Рассмотрим экран с отверстием, через которое проходит свет от точечного монохроматического источника (рис. 4.3). Пусть размеры отверстия много больше длины световой волны. Поставим задачу определения

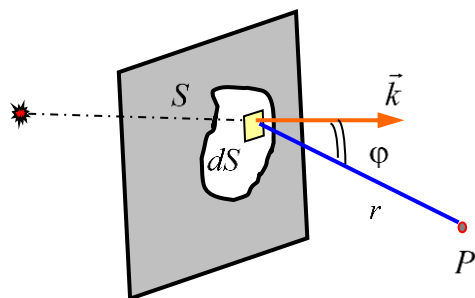


Рис. 4.3.

напряженности электрического поля волны E_p в любой точке за экраном. При приближенном решении задачи по методу Френеля делается предположение, что напряженность поля E волны во всех точках отверстия такая же, какой она была бы при отсутствии экрана, а в точках, находящихся непосредственно за экраном, она равна нулю. Считается, что материал экрана не

играет никакой роли, а существенна только форма края отверстия (экрана). Опыт показывает, что такое предположение справедливо, когда размеры отверстия и расстояния от источника до экрана и от экрана до точки наблюдения много больше длины волны, т.е. когда малы отклонения от геометрической оптики. Это предположение теряет силу, например, для узкой щели, ширина которой значительно меньше длины световой волны.

Мысленно проведем произвольную поверхность S , закрывающую отверстие в экране и ограниченную его краями. Разделим эту поверхность на элементарные участки площадью dS , малые по сравнению с размерами отверстия, но большие по сравнению с длиной волны. Будем считать, что каждый участок dS в соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля сам становится источником световой волны, распространяющейся во все стороны. И тогда считаем амплитуду и интенсивность в любой точке за экраном по формуле (2.4.2).

Итак, *волновое поле в произвольной точке пространства складывается из вторичных волн, испускаемых некоторыми фиктивными источниками на поверхности* (строго говоря, замкнутой), отделяющей эту точку от первичной падающей волны.

Многие практически важные задачи дифракции можно решить при весьма общих предположениях относительно коэффициента $K(\varphi)$, не уточняя конкретного вида его зависимости от угла α . Из теории Кирхгофа, основанной на том, что напряженность поля световой волны удовлетворяет волновому уравнению, следует

$$K(\varphi) = \frac{k(1 + \cos \varphi)}{4\pi i} = \frac{1 + \cos \varphi}{2\lambda i}, \quad (2.4.3)$$

где i – мнимая единица. При малых углах дифракции ($\varphi \ll 1$) можно положить $\cos \varphi \approx 1$, и коэффициент равен $K(\varphi) \approx k/2\pi i = -i/\lambda$.

Примечание 1. *Христиан Гюйгенс, голландский физик, 1629–1695,
Густав Роберт Кирхгоф, немецкий физик, 1824–1887.*

2.4.2. Метод зон Френеля. Спираль Френеля.

Вычислять прямо по формулам Френеля довольно сложно. Однако в простых и симметричных случаях можно воспользоваться полученным соотношением (2.4.2), чтобы получить оценочные и качественные результаты.

Применим формулу (2.4.2) для определения напряженности поля E в точке P , расположенной на оси симметрии за круглым отверстием в экране (рис.4.4). Будем считать, что точечный источник O , находящийся в изотропной среде, и точка наблюдения P лежат на прямой, проходящей через центр отверстия перпендикулярно его плоскости. Рассмотрим волновую поверхность S радиуса a (синий пунктир на рис.4.4), представляющую часть сферы с центром в источнике O . В соответствии со сделанным предположением напряженность поля на всех элементах dS поверхности S такая же, как при отсутствии экрана $E \sim E_0 e^{ika}$.

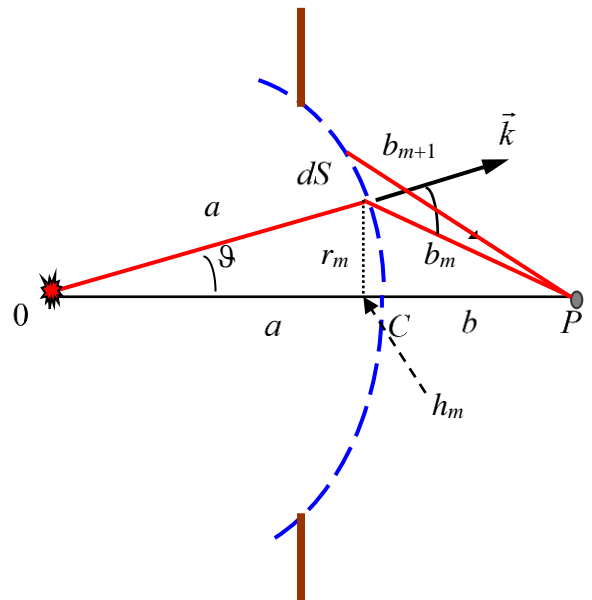


Рис. 4.4.

Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так (рис.4.4), чтобы расстояния от внутренней части m -ой зоны до точки наблюдения P равно:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad b_{m+1} = b_m + \frac{\lambda}{2} \quad (2.4.4)$$

Таким образом, расстояние между соседними краями зоны равно $\lambda/2$ по разности хода, т.е. колебания, происходящие от разных краев зон в точке P , находятся в противофазе (отличаются на π).

Основная идея такого разбиения состоит в следующем: будем считать, что усредненный вклад от такой зоны дает колебания в точке наблюдения P в среднем в одной фазе, а от соседней с ней зоны находится в противофазе по отношению к предшествующей. Так как вклад от зоны по (2.4.2) пропорционален площади, можем записать:

$$E_m = \int_{S_m} K(\varphi) \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \delta_0) dS = f(b_m) \cdot \Delta S_m \quad (2.4.5)$$

где $f(b_m)$ – средний вклад от зоны, ΔS_m – площадь m -ой зоны. Вычислим эту площадь через разность площадей сферических сегментов (см рис. 4.5):

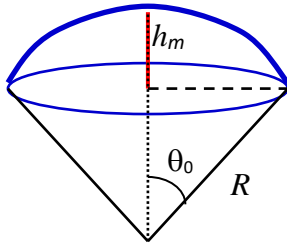


Рис. 4.5.

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$$

$$S_m = R^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_0} \sin \theta d\theta = 2\pi R \cdot R(1 - \cos \theta_0) = 2\pi R \cdot h_m \quad (2.4.6)$$

где θ и φ – углы в сферической системе координат. В нашем случае радиус равен a . Запишем из прямоугольных треугольников следующие соотношения (рис. 4.4 и 4.5):

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2$$

Раскрывая квадраты, получаем для высоты сегмента:

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2 \frac{\lambda^2}{4}}{2(a + b)} \quad (2.4.7)$$

Ограничимся рассмотрением m -ой зоны при не слишком больших номерах m , т.е. когда выполняется условие $m^2 \lambda^2 \ll mb\lambda$:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a + b)} \quad (2.4.8)$$

Тогда для площади сферического сегмента имеем:

$$S_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi ab}{a + b} m\lambda \quad (2.4.9)$$

Площадь m -ой зоны получается вычитанием площадей сегментов:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab}{a + b} \lambda \quad (2.4.10)$$

Таким образом, при небольших номерах зон m их площади ΔS_m не зависят от номера m , т.е. площади зон одинаковы. Аналогично получаем радиусы зон Френеля из равенства

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 \approx 2ah_m:$$

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda} \quad (2.4.11)$$

Итак, имеем следующие результаты:

- 1) площади зон Френеля примерно одинаковы;
- 2) расстояние b_m растет медленно при переходе от зоны к зоне;
- 3) угол между нормалью и направлением на точку наблюдения растет.

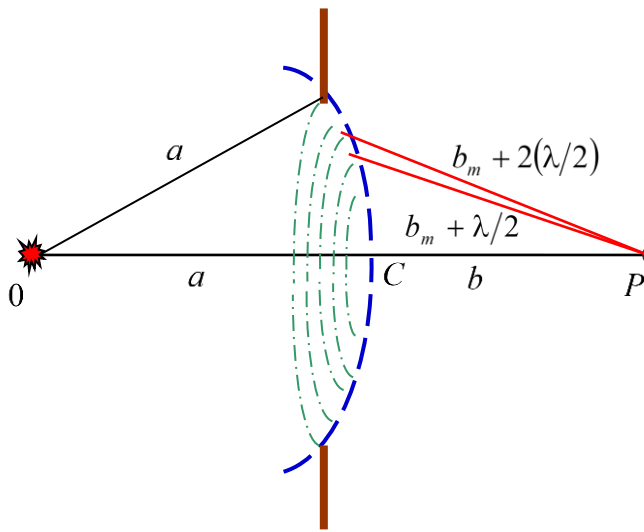


Рис. 4.6.

Отсюда получаем **важный вывод**: амплитуда E_m , возбуждаемая в точке P от m -ой зоны, монотонно убывает с ростом m . Это верно даже для зон с большим номером m , т.к. несмотря на то, что площадь растет, но при этом растет угол φ тоже. Таким образом, можно записать следующее неравенство для вклада от зон в результирующую амплитуду:

$$E_1 > E_2 > E_3 > \dots > E_m > E_{m+1} > \dots$$

Соседние зоны дают колебания в противофазе, поэтому полное колебание в точке P от всех зон с учетом фаз равно:

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2} \right) + \dots \quad (2.4.12)$$

Так как монотонное убывание амплитуд, то приблизительно имеем: $|E_m| \approx 1/2 \cdot (E_{m+1} + E_{m-1})$ и в среднем выражения в скобках формулы (2.4.12) равны 0. Сумма по m ограничивается количеством кольцевых "светящих" зон, вырезанных отверстием из полностью открытого фронта волны. В случае полностью открытого фронта волны в точке наблюдения получаем амплитуду, равную:

$$E_0 = \frac{1}{2} E_1 \quad (2.4.13)$$

Поскольку интенсивность $I \approx E^2$, следовательно, интенсивность полностью открытого фронта волны I_0 может быть записана через амплитуду от первой зоны:

$$I_0 = E^2 = E_0^2 = \frac{1}{4} E_1^2$$

Таким образом, одна первая зона Френеля создает интенсивность в 4 раза большую, чем полностью открытый фронт:

$$I_1 = E_1^2 = 4I_0 \quad (2.4.14)$$

Как этим пользоваться? Пусть имеем симметричные экраны и отверстия: круглые, полукруглые, кольцевые и так далее. При данных размерах от источника до отверстия a и от отверстия до точки наблюдения b можно сосчитать количество зон Френеля "укладывается" в данном отверстии, через которое проходит электромагнитная волна. Например, имеем круглое отверстие радиусом равным радиусу первой зоны Френеля $r = r_1$, тогда интенсивность в точке наблюдения равна

$$I_p = I_1 = 4I_0$$

Если круглое отверстие имеет радиус равный радиусу второй зоны $r = r_2$, то интенсивность приблизительно равна 0.

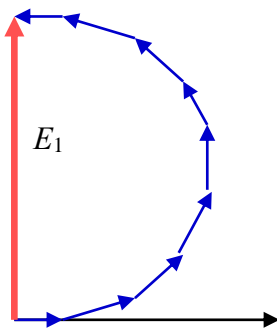


Рис. 4.7.

Удобнее пользоваться графической интерпретацией, показывающей вклады от различных зон, – *спиралью Френеля*. Разобьем первую зону Френеля на более мелкие кусочки и строим векторную диаграмму для всех кусочков. Поскольку фаза "кусочков" непрерывно меняется от 0 до π , то вектора "кусочков" амплитуды постепенно поворачиваются относительно горизонтальной оси, т.е. нулевой фазы, как это показано на рис. 4.7. В пределе деления первой зоны на бесконечно большое число малых кусочков получаем «полукруг» радиусом E_0 и диаметром E_1 . Если начнем

также добавлять вклады в амплитуду от кусочков второй зоны, то получим второй «полукруг» (с левой стороны от «полукруга» первой зоны на рис. 4.7). Его радиус будет чуть-чуть меньше E_0 , поскольку полный вклад от второй зоны чуть меньше вклада первой зоны.

Если проведем суммирование вкладов от всех зон в амплитуду, то получаем спираль Френеля, изображенную на рис. 4.8. При этом вектор, проведенный из начала спирали до ее центра (конец спирали на рис. 4.8 определяется вектором E_0), определяет амплитуду волны при полностью открытом фронте, т.е. амплитуду E_0 . Здесь же на рисунке показан вектор E_1 , определяющий вклад первой зоны Френеля.

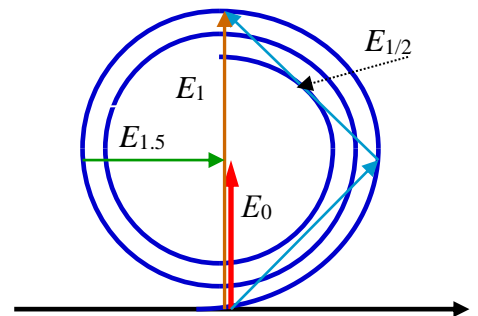


Рис. 4.8.

Метод кольцевых зон Френеля позволяет при дифракции света на круглом отверстии, или экране, сравнительно просто найти относительную интенсивность света в точке наблюдения P , которая лежит на оси симметрии $ОСР$. Например, в точке наблюдения приходят волны от участка открытого фронта, границы которого определяются m_1 и m_2 зонами Френеля. Тогда длина вектора, проведенного на спирали от начала первой зоны (m_1) до второй (m_2), определяет амплитуду волны, приходящей от этого участка, а квадрат длины – интенсивность. В случае нескольких открытых участков или зон вектора суммируются по векторным правилам сложения, и амплитуду результирующего колебания определяет длина суммарного вектора.

Рассмотрим несколько примеров использования метода зон Френеля для отверстий и экранов.

1). Имеем отверстие размером для точки наблюдения в половину 1-ой зоны Френеля, разделенной по диаметру. Тогда освещенность за экраном в точке наблюдения определяется половиной площади первой зоны и поэтому равна $I_{1/2} = (2E_0/2)^2 = I_0$.

2). Освещенность за экраном с отверстием, ограниченным кругом радиуса $r_1/\sqrt{2}$, т.е. по площади равной половине 1-ой зоны Френеля, равна $I_{1/20} = (2E_0/\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2} \cdot E_0)^2 = 2I_0$. Ту же интенсивность дает открытая внешняя половина первой зоны Френеля, амплитуда которой $E_{1/2}$ показана на рис.4.8.

3). Освещенность под отверстием в первые 1.5 зоны Френеля равна $I_{03/2} = (\sqrt{2}E_0)^2 = 2I_0$, а под отверстием в открытые 2 зоны Френеля примерно равна 0.

4). Если имеем круглый непрозрачный экран (при любом, но не очень большом номере зоны Френеля m), то на оси за экраном в области геометрической тени всегда получаем светлое пятно. Это, так называемое, *пятно Пуассона*. На рис.4.8 вектор $E_{1.5}$ определяет амплитуду при закрытых первых 1.5 зон Френеля. И при дальнейшем увеличении радиуса непрозрачного экрана начало вектора E перемещается против часовой стрелки по спирали, а конец вектора остается по-прежнему в центре спирали.

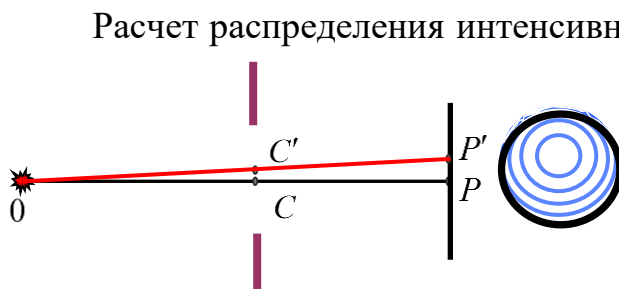


Рис. 4.9.

в частности, вне оси симметрии, оказывается значительно сложнее (см рис.4.9). Чтобы найти напряженность поля световой волны в точке P' , не лежащей на оси $ОС$, можно построить кольцевые зоны, центр которых находится в точке C' на прямой $ОС'P'$. Отверстие экрана расположится не концентрически по отношению к этим зонам. Действие вторичных волн в

точке P' зависит от того, какая часть каждой из зон открыта (видна из этой точки). Поэтому точный расчет $E_{P'}$ сложен. В то же время ясно, что при удалении точки P' от P периодически будут встречаться места с большей и меньшей интенсивностью. Поскольку вся картина должна обладать круговой симметрией, то вокруг точки P образуются чередующиеся более и менее светлые кольца (рис.4.9).

2.4.3. Дифракция Френеля на прямолинейном крае экрана.

Принцип Гюйгенса - Френеля можно применить для нахождения распределения интенсивности света вблизи границы тени, отбрасываемой краем большого экрана. Если точка наблюдения P находится на конечном расстоянии от экрана, задерживающего свет, то лишь сравнительно небольшой участок волновой поверхности, лежащий вблизи края экрана, дает существенный вклад в амплитуду освещенности, т.е. в интеграл (2.4.2)

$$E_P = \int_S K(\varphi) E \frac{e^{ikR}}{R} dS_n. \quad (2.4.15)$$

Ограничимся рассмотрением плоской волновой поверхности падающей волны, что соответствует бесконечно удаленному точечному источнику или точечному источнику в фокусе линзы. Введем декартову систему координат следующим образом. Пусть волновая поверхность параллельна плоскости xOy , а ось z проходит через точку наблюдения P , находящуюся на расстоянии L от плоскости xOy . Пусть также экран лежит в плоскости xOy , а его прямолинейный край параллелен оси y и расположен на расстоянии d от нее ($x = -d$).

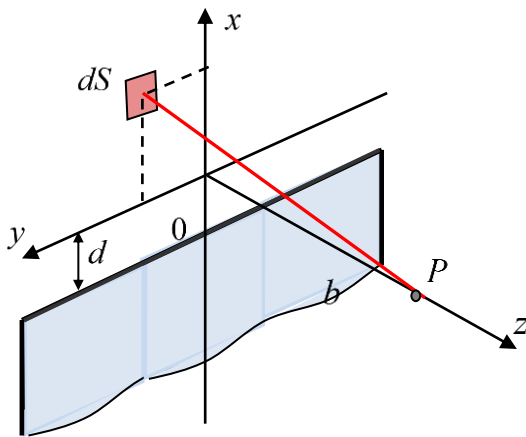


Рис. 4.10.

Нас интересует распределение интенсивности света вблизи края геометрической тени, поэтому будем считать, что $d \ll b$. Применяя принцип Гюйгенса-Френеля, в качестве вспомогательной поверхности S будем рассматривать ту часть плоскости xOy , которая не закрыта экраном. При малых углах дифракции, соответствующих малым отклонениям при распространении плоской световой волны от законов геометрической оптики, основной вклад в интеграл (2.4.15) дают участки плоскости xOy , близкие к началу координат. Поэтому коэффициент наклона $K(\varphi)$ можно положить равным $K(\varphi) \approx K_1 = 1/\lambda i = const$, а расстояние R от элементарного участка dS до точки наблюдения записать в виде:

$$R = \sqrt{b^2 + x^2 + y^2} = b\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{b^2}} \approx b + \frac{x^2 + y^2}{2b}.$$

При малых углах дифракции множитель $1/R$, стоящий под знаком интеграла в (2.4.15), можно положить равным $1/R \approx 1/b = \text{const}$. Тогда вклад участка волновой поверхности в виде параллельной оси y полосы, заключенной между координатами $x=0$ и $x=x_1$, в напряженность поля в точке P определяется как

$$E_p = -\frac{iE}{\lambda b} \iint \exp\left[ik\left(b + \frac{x^2 + y^2}{2b}\right)\right] dx dy = -\frac{iE}{\lambda b} e^{ikb} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{iky^2}{2b}\right) dy \int_0^{x_1} \exp\left(\frac{ikx^2}{2b}\right) dx.$$

Интегрирование по координате y дает постоянный множитель, не зависящий от ширины выделенной волновой поверхности x_1 . Опуская его и другие не представляющие интереса постоянные множители, можно написать

$$E_p \propto \int_0^{x_1} \exp\left(\frac{ikx^2}{2b}\right) dx \propto \int_0^{\eta} \exp\left(\frac{i\pi\eta^2}{2}\right) d\eta, \quad (2.4.16)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ и $\eta = x\sqrt{2/\lambda b}$ – новая безразмерная переменная интегрирования, введенная вместо x по формуле $kx^2/b = \pi\eta^2$.

В итоге, открытую часть волновой поверхности разобьем на зоны, имеющие вид узких прямолинейных полосок, параллельных краю полуплоскости. Ширину зон выберем таким образом, что расстояния от соседних границ полосок до точки наблюдения P отличаются на величину $\lambda/2$ (рис.4.11). Таким образом, электромагнитные колебания, приходящие от соседних краев зон в точке P , находятся в противофазе (отличаются на π по аналогии с зонами Френеля для круглых отверстий). Для плоских экранов эти полоски носят название **зон Шустера**.

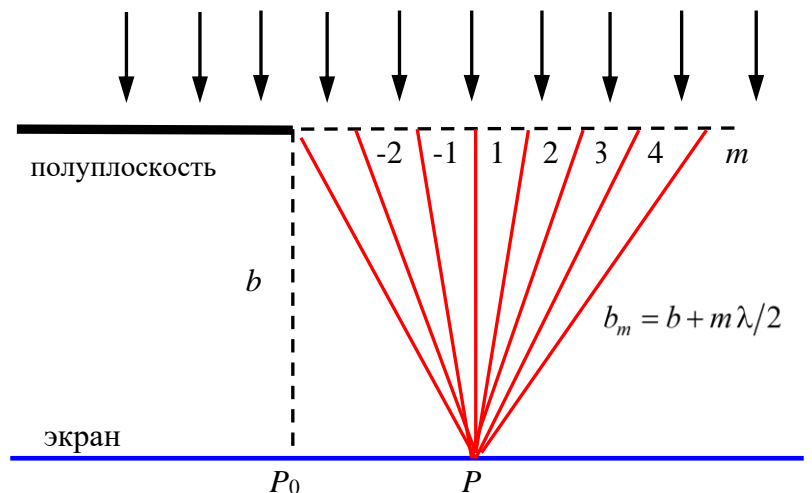


Рис. 4.11.

Наибольший вклад в точку наблюдения P дают 2 центральные зоны Шустера с номерами $m = \pm 1$ (рис.4.11), расположенные справа и слева от точки P . Вклад от последующих зон быстро убывает при переходе от $m = 1$ к $m = 2$, а затем убывает медленнее при дальнейшем росте номера зоны m .

Вычисление результирующей напряженности поля E_p в точке наблюдения P удобно снова проиллюстрировать с помощью векторной диаграммы, подобно тому, как это было сделано для случая дифракции на круглом отверстии. Колебание в точке P от широкой полосы волновой поверхности изобразится суммой векторов dE_i от всех укладываемых на ней элементарных полосок. Однако соседние векторы элементарных колебаний dE_i повернуты на некоторый угол, который становится все больше, т.к. запаздывание по фазе вторичной волны от элементарной полоски, находящейся на расстоянии x от оси y , пропорционально квадрату этого расстояния, т.е. x^2 . В пределе, когда ширина каждой элементарной полоски стремится к нулю, цепочка векторов dE_i превращается в плавную кривую, называемую *спиралью Корню*. Правая часть спирали определяет вклады в точку наблюдения P от правой части открытого фронта волны, а левая часть – от левой открытой части фронта.

Спираль Корню

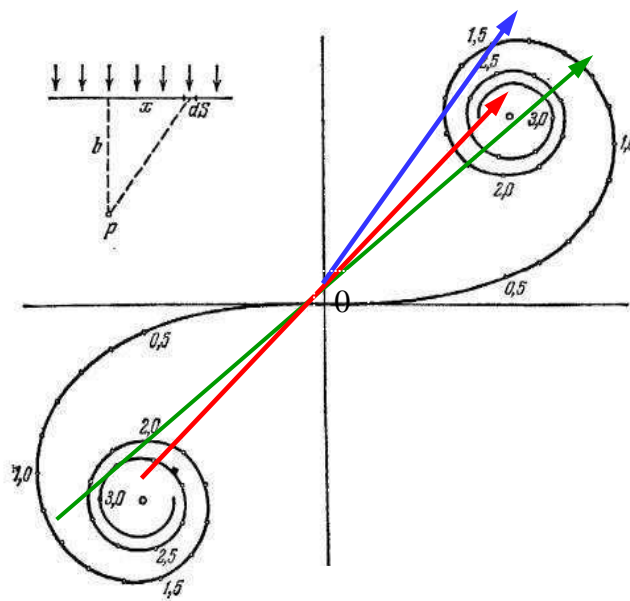


Рис. 4.12.

Вектор, проведенный из центра левой спирали в центр правой спирали ("красный" вектор на рис.4.12) показывает амплитуду E_0 от полностью открытого фронта волны и определяет интенсивность равную $I_0 \propto E_0^2$. Вклад в амплитуду от первой правой зоны Шустера (зона 1 на рис.4.11) определяется длиной "синего" вектора на рис.4.12, а "зеленый" вектор определяет

суммарный вклад от симметричных открытых частей левой и правой зон в амплитуду волны.

С помощью спирали Корню можно получить распределение интенсивности вблизи края геометрической тени при дифракции плоской волны на прямолинейном крае экрана. Числа на этой спирали соответствуют значениям параметра $\eta = x\sqrt{2/\lambda b}$, введенного ранее в (2.4.16), где x и b – расстояния, характеризующие положение элемента волновой поверхности dS относительно точки наблюдения P (см рис.4.12). Вычисляя параметры η начала и конца открытой части волнового фронта и соединяя эти точки, строим вектор на спирали Корню, и по его "длине" определяем вклад этой области в амплитуду освещенности в точке P . Так, если открыта только правая часть волнового фронта, т.е. точка наблюдения расположена под границей плоского экрана и открытой части (точка P_0 на рис.4.11), то вектор напряженности начинается от начала координат 0 и равен половине длины вектора всего открытого фронта $E_0/2$, а интенсивность будет равна $I_0/4$. Таким образом интенсивность в точке наблюдения, находящейся на границе геометрической тени в четыре раза меньше интенсивности I_0 в отсутствие экрана.

При перемещении точки наблюдения P из положения P_0 в освещенную область интенсивность будет последовательно проходить через максимумы и минимумы, поскольку начало

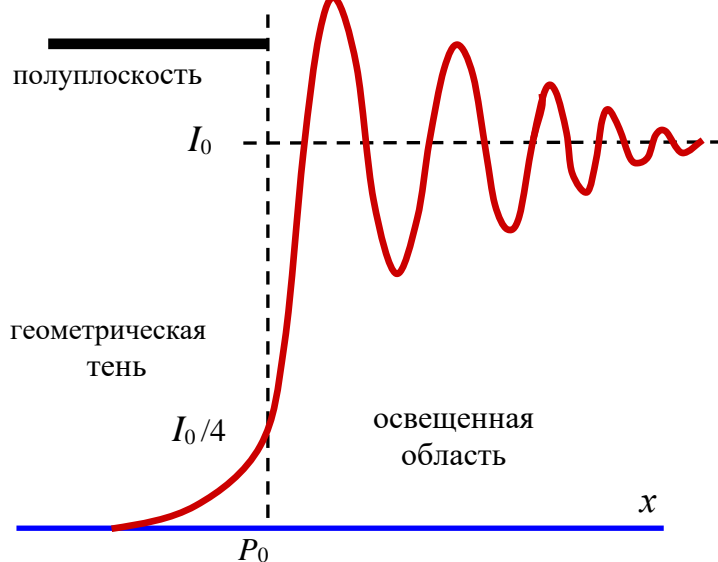


Рис. 4.13.

вектора будет перемещаться по левой части спирали Корню. В наибольшем из максимумов интенсивность равна $I = 1,37I_0$, а в первом минимуме – $I = 0,78I_0$. С увеличением расстояния от края геометрической тени размах колебаний интенсивности относительно значения I_0 уменьшается, а положения максимумов и минимумов постепенно сближаются друг с другом. При перемещении точки наблюдения P в область

тени (в левую сторону от P_0) начало вектора будет перемещаться по правой части спирали и длина вектора будет монотонно уменьшаться. Примерная картина освещенности в зависимости от положения точки наблюдения показана на рис.4.13. Зависимость интенсивности от координаты x точки наблюдения можно выразить аналитически через интегралы Френеля.

Проведенный анализ показывает, что между светом и тенью от края экрана нет резкой границы: в области геометрической тени освещенность спадает постепенно и монотонно, а край освещенной области расщепляется на дифракционные полосы. Опыт хорошо подтверждает полученные закономерности. Характер дифракционных явлений, т.е. распределение интенсивности в дифракционной картине, определяется числом зон Френеля, перекрываемых экраном (или отверстием в экране), а не абсолютными размерами экранов или отверстий.

Часто вводят параметр p , лежащий в основе классификации дифракционных явлений, как отношение радиуса первой зоны Френеля к линейному размеру D экрана или отверстия:

$$p = \frac{r_1}{D} = \frac{\sqrt{\lambda b}}{D}$$

Когда $p \ll 1$, число зон Френеля, перекрываемых экраном или отверстием, велико, дифракционные эффекты незначительны и распределение интенсивности падающего света приближенно описывается *законами геометрической оптики* (прямолинейным распространением света). При $p \approx 1$, когда экраном или отверстием перекрывается заметная часть одной зоны или небольшое число зон, наблюдается сложное распределение интенсивности, называемое *дифракцией Френеля*. При $p \gg 1$ отверстие перекрывает малую часть первой зоны Френеля. В этом случае наблюдается явление, называемое *дифракцией Фраунгофера*, и дифракционная картина упрощается. Случай дифракции Фраунгофера имеет большое практическое значение для решения многих вопросов инструментальной оптики.

Примечание 2. Артур Шустер, английский физик, 1851–1934
Мари Альфред Корню, французский физик, 1841–1902
Йозеф Фраунгофер, немецкий физик, 1787–1826.

2.5. Дифракция Фраунгофера.

2.5.1. Дифракция на прямоугольной щели.

Дифракция Фраунгофера – это дифракция электромагнитных волн в параллельных лучах. Обычно дифракцию Фраунгофера наблюдают при падении параллельного пучка света на экран или отверстие, когда для точки наблюдения размеры щелей и экранов меньше размеров 1-ой зоны Френеля. В результате дифракции пучок утрачивает параллельность, т.е. появляется свет, распространяющийся в направлениях, отличных от первоначального направления распространения. Распределение его интенсивности на очень

большом (в пределе – бесконечно большом) расстоянии от препятствия соответствует *дифракции Фраунгофера*.

Волны, возникающие в результате ограничения фронта падающей плоской волны при прохождении сквозь отверстие в экране, называют *дифрагировавшими*, а нормали к их волновым поверхностям – дифрагировавшими лучами. В рамках геометрической оптики такие лучи не существуют. Возникновение дифрагировавших волн при прохождении через отверстие означает, что волна с ограниченной площадью поперечного сечения не может быть строго плоской.

Практически дифракцию Фраунгофера наблюдают не “в бесконечности”, а в фокальной плоскости объектива или с помощью зрительной трубы, установленной на бесконечность. Падающий на экран параллельный пучок можно получить, если точечный источник S поместить в фокус линзы L' (коллиматора) как показано на рис. 5.1.

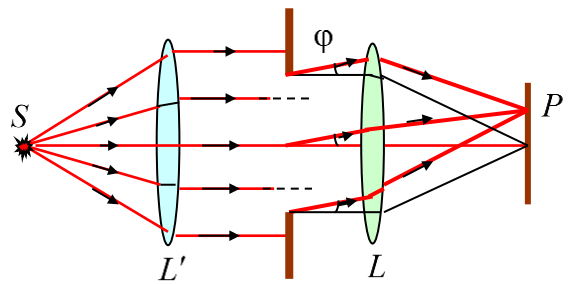


Рис. 5.1.

Если отверстие в экране представляет собой узкую щель, то изображение точечного источника S в фокальной плоскости объектива L растянется в полоску, перпендикулярную щели. Освещенность полоски от середины к краям уменьшается немонотонно, проходя через ряд минимумов и максимумов. При повороте щели вся картина также поворачивается. Если роль источника выполняет светящаяся нить, параллельная щели, то наблюдаемое в фокальной плоскости объектива изображение нити оказывается растянутым в перпендикулярном щели направлении. При использовании лазерного источника излучения коллиматор и объектив не нужны.

Распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера можно найти с помощью принципа Гюйгенса – Френеля. Интенсивность в определенной точке P фокальной плоскости объектива L обусловлена интерференцией вторичных волн, исходящих от всех элементарных участков отверстия экрана и распространяющихся в одном и том же направлении, задаваемом углом φ .

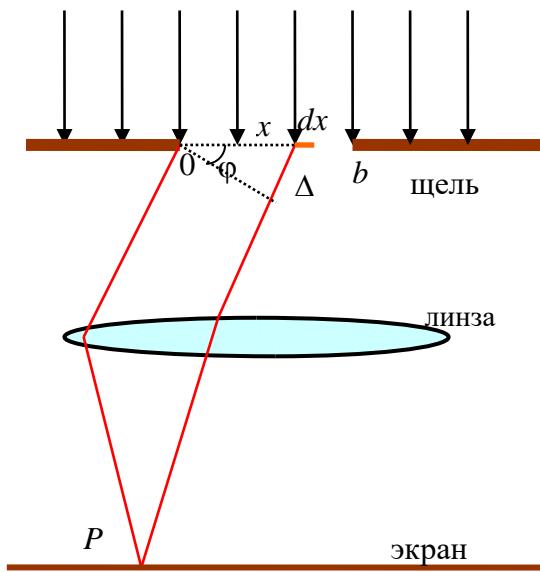


Рис. 5.2.

Когда размер отверстия в экране, ограничивающем размер пучка, велик по сравнению с длиной световой волны, напряженность поля на вспомогательной поверхности S , совпадающей с отверстием, можно считать такой же, как при отсутствии экрана. Ограничимся рассмотрением малых углов φ (рис. 5.2), т.к. лишь волны, дифрагировавшие на малые углы, будут иметь заметную интенсивность.

Рассмотрим случай (простой, но практически важный), когда отверстие в экране имеет вид узкой длинной щели с параллельными краями и шириной b (см рис. 5.2). Элементарные участки волнового фронта в форме узких длинных полосок, параллельных краям щели, становятся источниками вторичных цилиндрических волн. Амплитуды волн, приходящих в точку P от разных полосок, одинаковы, т.к. все элементы поверхности S имеют одинаковую площадь и одинаковый наклон к направлению вторичных волн. Соотношение фаз этих волн в точке P будет таким же, как и в любой плоскости, перпендикулярной направлению распространения вторичных волн до линзы.

Разобьем волновую поверхность в щели (см рис. 5.2) на маленькие участки dx , каждый из них в точке P создает колебание dE . При не слишком больших углах φ коэффициент $K(\varphi) = const$, тогда вклад от элемента dx можно записать в обычном виде:

$$dE = Ka_0 \cos(\omega t - kx) dx \quad (2.5.1)$$

Здесь множителя $1/r$ в амплитуде нет, поскольку рассматриваются плоские волны. Учтем полную амплитуду волны, проходящей в щель. Вклад от кусочка dx во входящую амплитуду равен: $dA = a_0 dx$. Тогда от всей щели вклад в амплитуду равен:

$$A_0 = \int dA = \int_0^b a_0 dx = a_0 b,$$

откуда имеем

$$a_0 = \frac{A_0}{b}. \quad (2.5.2)$$

Однако амплитуда, распространяющаяся под углом φ от различных участков щели, идет с различной фазой, поэтому необходимо учесть фазовые соотношения. Пусть от участка экрана слева в точке $x = 0$ фаза приходящей

волны в точку P равна 0 (для этого всегда можно выбрать необходимый момент времени t). Тогда от "кусочка" dx , находящегося на расстоянии x от края щели, оптическая разность хода составляет

$$\Delta = x \sin \varphi \quad (2.5.3)$$

То есть от точки $x = 0$ волна приходит с фазой ωt , а от точки x с фазой $\omega t - 2\pi\Delta/\lambda$, где λ – длина волны в среде. Итак, вклад от кусочка dx равен:

$$dE = \frac{A_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx \quad (2.5.4)$$

Здесь мы положили $K = 1$, хотя все это не имеет значения, т.к. нам важен относительный вклад в различных точках экрана. Тогда вклад от всей щели в направлении, определяемым углом φ , равен:

$$\begin{aligned} E &= \frac{A_0}{b} \int_0^b \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx = \frac{A_0}{b} \left(-\frac{\lambda}{2\pi \sin \varphi}\right) \left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) - \sin \omega t \right] = \\ &= A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) \end{aligned} \quad (2.5.5)$$

При этом воспользовались тригонометрическим соотношением:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

Итак, полная амплитуда под углом φ :

$$E_\varphi = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \quad (2.5.6)$$

При $\varphi = 0$ имеем $E_{\varphi=0} = A_0$, то есть получаем максимальную амплитуду в центре дифракционной картины. Распределение интенсивности получаем, исходя из того, что интенсивность в центре дифракционной картины пропорциональна квадрату амплитуды $I_0 \sim |A_0|^2$, тогда под углом φ имеем $I_\varphi \sim |E_\varphi|^2$:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad (2.5.7)$$

где $u = 1/2 \cdot kb \sin \varphi = \pi b/\lambda \cdot \sin \varphi$. Получаем чередование длинных полос – максимумов и минимумов – с изменением угла наблюдения φ (см рис. 5.3).

При $\varphi = 0$ получаем центральный максимум интенсивности $I = I_0$. Условия появления минимумов:

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi_m = m\pi \quad \text{или} \quad \sin \varphi_m = \frac{\lambda}{b} m \quad (2.5.8)$$

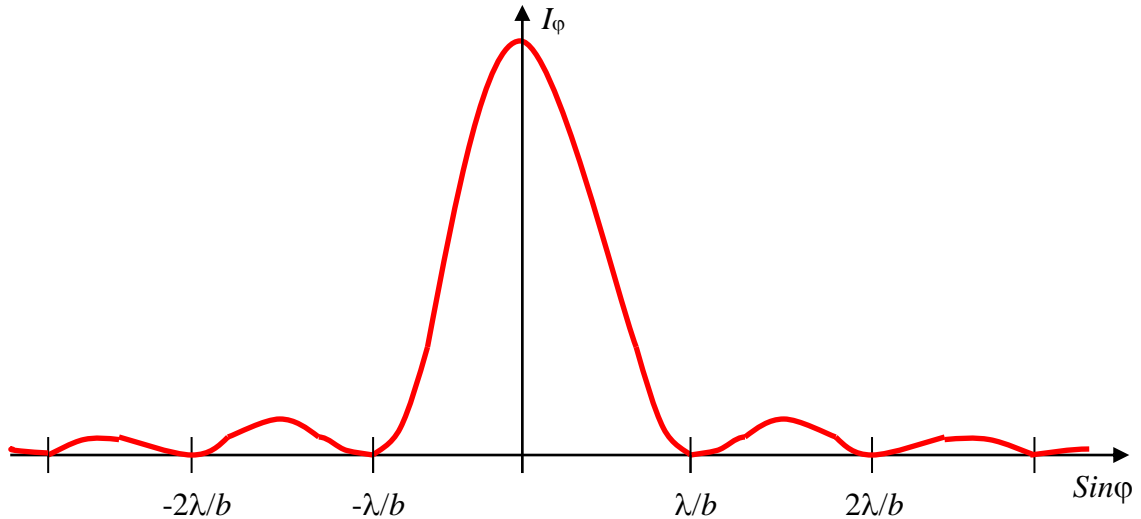


Рис. 5.3.

Число минимумов ограничено условием $\sin \varphi \leq 1$, откуда из (2.5.8) имеем $m \leq b/\lambda$. Угловая ширина главного максимума определяется условием $b \sin \varphi = \pm \lambda$ и отсюда

$$\Delta \varphi = 2 \cdot \arcsin \frac{\lambda}{b} \quad (2.5.9)$$

Если $b \gg \lambda$, то $\delta \varphi \approx 2\lambda/b$.

Положение максимумов интенсивности определяется уравнением

$$\frac{d}{du} \left(I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \right) = 0,$$

т.е. трансцендентным уравнением

$$\operatorname{tgu} = u.$$

Последнее уравнение имеет корни $u_0 = 0$; $u_1 = 1,43\pi$; $u_2 = 2,46\pi$; $u_3 = 3,47\pi$ и так далее. Значения интенсивности в максимумах быстро убывает с увеличением порядка. Их отношения приближенно можно выразить как

$$1 : [2/3\pi]^2 : [2/5\pi]^2 : \dots$$

Высота максимума интенсивности пропорциональна **квадрату ширины щели**, т.к. возрастающий пропорционально b световой поток распространяется в пределах убывающего угла ($\varphi_1 \sim 1/b$). Относительная интенсивность остается неизменной: распределение света по максимумам разных порядков не зависит

от ширины щели. При сужении щели картина расширяется, а её яркость уменьшается. Когда размер b приближается к длине волны λ , центральный максимум охватывает все поле зрения; освещенность экрана уменьшается от центра к краям монотонно.

Полученные результаты можно использовать для оценки дифракционной расходимости пучков света, например, в результате прохождения через диафрагму. Основная часть светового потока приходится на центральный дифракционный максимум, поэтому его ширину можно принять в качестве оценки угловой расходимости $\Delta\varphi$ пучка с поперечным сечением b : $\Delta\varphi \sim \lambda/b$. Это угловое уширение пучка обусловлено волновой природой света, и его в принципе нельзя устранить при заданной ширине сечения пучка. Строго параллельных световых пучков не существует. На пути длиной l пучок претерпевает дифракционное уширение порядка $l \cdot \Delta\varphi = \lambda l/b$. Этим уширением можно пренебречь лишь тогда, когда оно мало по сравнению с исходной шириной пучка, т.е. при условии $\lambda l \ll b^2$. В таких условиях пучок можно считать параллельным и использовать для его описания геометрическую оптику.

Примечание 1. В случае наклонного падения волны на щель получаем, что разность хода лучей, проходящих около крайних точек щели, равна

$$\Delta = b(\sin\varphi - \sin\theta) \quad (2.5.10)$$

Отсюда условие появления дифракционных минимумов имеет вид (см рис.5.4):

$$b(\sin\varphi - \sin\theta) = m\lambda$$

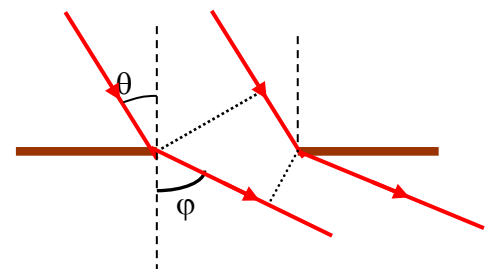


Рис.5.4

2.5.2. Дифракция на отверстии.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера при падении плоской волны на *отверстие в экране*. В отличие от длинной щели здесь волны дифрагируют во всех направлениях. Каждой точке наблюдения P соответствует определенное направление дифрагировавших волн, которое можно задать единичным вектором \vec{s} . В качестве вспомогательной поверхности S выберем плоскость экрана x_0y_0 (рис. 5.5).

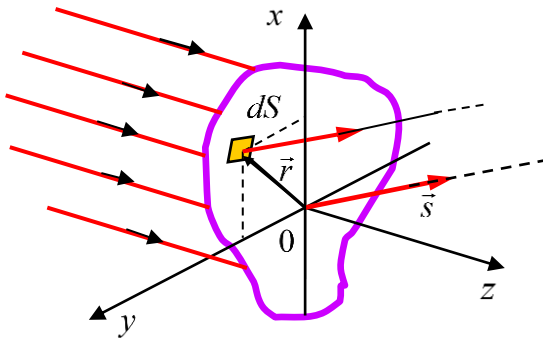


Рис. 5.5.

Разность хода вторичных волн, идущих по направлению \vec{s} от элемента dS этой поверхности и из начала координат 0 равна проекции вектора \vec{r} , определяющего положение dS в плоскости $x0y$, на направление \vec{s} , т.е. $\vec{r} \cdot \vec{s}$. В соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля напряженность поля в точке P пропорциональна интегралу по всей площади отверстия в экране:

$$E_p \sim \int E(\vec{r}) \exp[-ik(\vec{r}\vec{s})] dS = \int E(\vec{r}) \exp(-ik\vec{r}) dS, \quad (2.5.11)$$

где $\vec{k} = k\vec{s}$ – волновой вектор световой волны, дифрагировавшей в направлении \vec{s} . Опущенный в этом выражении коэффициент наклона $K(\varphi)$ можно считать постоянным, когда размеры отверстия много больше длины световой волны. При этом заметную интенсивность имеют лишь волны, дифрагировавшие на малые углы α . Напряженность $E(\vec{r})$ в плоскости $x0y$ принимается в пределах отверстия в экране равной напряженности поля падающей волны и равной нулю за его пределами. Если понимать $E(x, y)$ именно таким образом, то можно распространить интегрирование в (2.5.11) на всю плоскость $x0y$:

$$E_p \sim \iint E(x, y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy \equiv E(k_x, k_y). \quad (2.5.12)$$

а) Дифракция Фраунгофера на прямоугольном отверстии.

При нормальном падении плоской волны на прямоугольное отверстие со сторонами a и b , параллельными осям x и y , соответственно, для (2.5.12) получаем

$$E_p \sim E \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy = Eab \frac{\sin u_1}{u_1} \frac{\sin u_2}{u_2}, \quad (2.5.13)$$

где $u_1 = k_x a/2$; $u_2 = k_y b/2$. Распределение интенсивности в дифракционной картине определяется выражением

$$I = I_0 \left(\frac{\sin u_1}{u_1} \right)^2 \left(\frac{\sin u_2}{u_2} \right)^2. \quad (2.5.14)$$

Таким образом, в дифракционной картине от прямоугольного отверстия распределение интенсивности определяется произведением распределений интенсивностей от взаимно перпендикулярных щелей. Интенсивность практически равна нулю вдоль взаимно перпендикулярных рядов линий,

параллельных сторонам прямоугольника. Заметную интенсивность имеют лишь средние цепочки максимумов, образующие “крест”. Относительная высота максимумов интенсивности, расположенных вдоль этих линий, характеризуется тем же соотношением, что и для дифракции света от точечного источника на длинной узкой щели:

$$1 : [2/3\pi]^2 : [2/5\pi]^2 : \dots$$

Величина остальных максимумов столь мала (0,2% для ближайших к центру), что они практически не видны. Большая часть светового потока приходится на центральный максимум, который можно рассматривать как получающееся в фокальной плоскости объектива изображение находящегося в фокусе коллиматора точечного источника при ограничении сечения пучка света прямоугольной диафрагмой. Это изображение шире в направлении более короткой стороны прямоугольника.

б) Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии.

Дифракция Фраунгофера от круглого отверстия представляет большой практический интерес, так как в оптических приборах оправы линз и объективов, также диафрагмы имеют обычно круглую форму. В рассматриваемом случае при вычислении интеграла (2.5.11) целесообразно перейти к полярным координатам ρ и φ в плоскости отверстия: $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$.

Направление \vec{s} дифрагировавшей волны, соответствующее точке P , удобно характеризовать углом ϑ с осью z и азимутальным углом ψ : $k_x = k \sin \vartheta \cos \psi$; $k_y = k \sin \vartheta \sin \psi$. Тогда $k_x x + k_y y = k \rho \sin \vartheta \cos(\varphi - \psi)$ и интеграл (2.5.11) принимает вид:

$$E_P \sim E \int_0^a \int_0^{2\pi} \exp[-ik\rho \sin \vartheta \cos(\varphi - \psi)] \rho d\rho d\varphi. \quad (2.5.15)$$

Здесь a – радиус отверстия. Используя интегральное представление для специальных функций Бесселя $J_n(z)$ при $n = 0$:

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(iz \cos \varphi) d\varphi,$$

выразим напряженность поля вторичных волн в точке P через интеграл от $J_0(k\rho \sin \vartheta)$, который вычисляется с помощью соотношения $\int z J_0(z) dz = z J_1(z)$. Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид **совокупности светлых и темных колец** со следующим радиальным распределением интенсивности:

$$I(\vartheta) = I_0 \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2, \quad (2.5.16)$$

где $u = ka \sin \vartheta = 2\pi/\lambda \cdot a \sin \vartheta \approx 2\pi/\lambda \cdot a \vartheta$. Эта функция имеет главный максимум при $u = 0$ и осциллирует с ростом u с быстрым уменьшением амплитуды, подобно функции $(\sin u/u)^2$, описывающей дифракцию на щели. Уже в ближайшем максимуме интенсивность составляет менее 2% от интенсивности центрального максимума, на который приходится 84% проходящего через отверстие светового потока. Поэтому центральный максимум, получивший название *диск Эйри* и имеющий угловой радиус $\vartheta_1 = 0,61\lambda/a$, можно рассматривать как изображение точечного источника, уширенное дифракцией на круговой диафрагме радиусом a .

Угловые радиусы ϑ_n темных колец равны $0,61\lambda/a$; $1,12\lambda/a$; $1,62\lambda/a$; Расстояние между соседними кольцами с увеличением их номера приближается к $\lambda/2a$. Эффективный размер дифракционной картины и здесь обратно пропорционален размеру отверстия.

Примечание 2. Теория дифракции света дает строгое обоснование геометрической оптике и определяет условия её применимости.

Примечание 3. *Йозеф Фраунгофер, немецкий физик, 1787–1826*
Джордж Биддель Эйри, британский математик и астроном, 1801–1892
 (член-корреспондент Петербургской академии наук с 1840)

2.6. Дифракционная решетка.

2.6.1. Когерентный вклад N источников.

Дифракционная решетка – совокупность большого числа одинаковых щелей, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние.

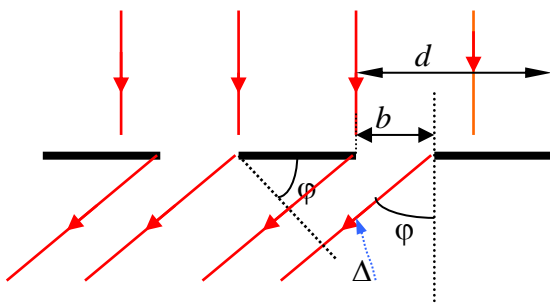


Рис. 6.1.

Введем параметры дифракционной решетки: b – размер щели, d – расстояние между щелями или *период решетки*. Для простоты сначала рассмотрим нормальное падение на решетку параллельного пучка света (рис. 6.1), после прохождения света ставится собирающая линза, которая дает изображение на экране.

Каждая щель дает когерентный вклад, если радиус когерентности падающего света значительно больше размеров решетки. Таким образом,

имеем N источников света – N щелей, которые дают свой вклад в электрический вектор в точке наблюдения P с амплитудой E_ϕ от каждой щели. Однако эти вклады от соседних источников сдвинуты по фазе на величину $\delta = k\Delta$ (см рис. 6.2), т.е. для сдвига фаз имеем:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\phi \quad (2.6.1)$$

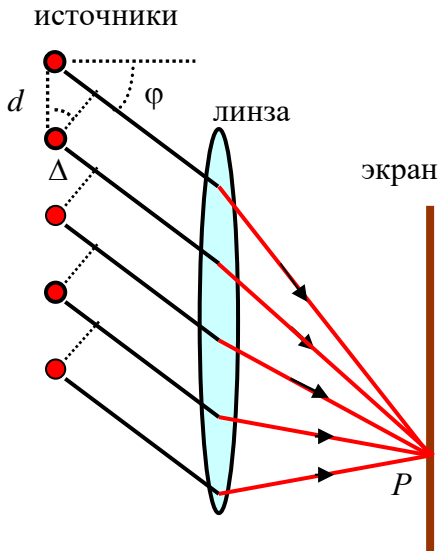


Рис. 6.2.

Итак, считаем вклад от N источников, отстоящих на расстоянии d друг от друга и сдвинутых по фазе на δ , в точке наблюдения P , находящейся под углом ϕ (рис.6.2). Удобнее для математического вывода суммарного вклада волну записать в экспоненциальной форме. Тогда, если a – амплитуда волны от одной щели, имеем следующие вклады от щелей:

- от 1-го источника $E_1 = a \exp(i\omega t)$;
- от 2-го источника $E_2 = a \exp(i\omega t + i\delta)$;
- от 3-го источника $E_3 = a \exp(i\omega t + 2i\delta)$
-
- от N -го источника $E_N = a \exp(i\omega t + (N - 1)i\delta)$.

Результирующее колебание в точке P равно сумме отдельных вкладов:

$$E = \sum_{m=1}^N E_m = a e^{i\omega t} \sum_{m=1}^N e^{i(m-1)\delta}$$

Воспользовавшись суммой геометрической прогрессии со знаменателем $q = e^{i\delta}$, получаем

$$E = a e^{i\omega t} \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} = A e^{i\omega t} \quad (2.6.2)$$

Здесь мы ввели комплексную амплитуду A :

$$A = a \frac{1 - \exp(iN\delta)}{1 - \exp(i\delta)} = A_0 e^{i\alpha} \quad (2.6.3)$$

где A_0 – обычная амплитуда результирующего колебания, а α – его начальная фаза. Получим обычную амплитуду, исходя из соотношения для комплексных чисел $A \cdot A^* = A_0^2 (e^{i\alpha} \cdot e^{-i\alpha}) = A_0^2$:

$$A_0^2 = a^2 \frac{(1 - \exp(iN\delta))(1 - \exp(-iN\delta))}{(1 - \exp(i\delta))(1 - \exp(-i\delta))} = a^2 \frac{2 - e^{iN\delta} - e^{-iN\delta}}{2 - e^{i\delta} - e^{-i\delta}} = a^2 \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos \delta} = a^2 \frac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad (2.6.4)$$

Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то получаем следующее соотношение:

$$I(\varphi) = I_{\varphi} \frac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad (2.6.5)$$

где I_{φ} – интенсивность света создаваемого одной щелью (см §2.5). Подставляя вклад от одной щели (2.5.7) с учетом разности фаз (2.6.1) в (2.6.5), получаем интенсивность света, рассеянного решеткой под углом φ :

$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right) \sin^2 \left(\frac{N\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)} \quad (2.6.6)$$

Здесь I_0 – интенсивность, создаваемая одной щелью напротив центра линзы ($\varphi = 0$).

2.6.2. Дифракционная картина от дифракционной решетки.

Проанализируем полученное выражение (2.6.6).

1). Первый множитель обращается в 0 в точках, где выполняется условие

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda . \quad (2.6.7)$$

За счет этого множителя получаем дифракционную картину от одной щели ($m = 1, 2, 3, \dots$), рассмотренную в предыдущем параграфе (рис.5.3).

2). Второй множитель принимает максимальное значение при разности фаз $\delta = 2\pi \tilde{m}$, где $\tilde{m} = 0, 1, 2, 3, \dots$, то есть при условии

$$\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi = \pm \tilde{m} \pi \quad \text{или} \quad d \sin \varphi = \pm \tilde{m} \lambda \quad (2.6.8)$$

В этом легко убедиться, сосчитав следующий предел:

$$\lim_{\delta \rightarrow 2\pi \tilde{m}} \frac{\sin^2 N\delta/2}{\sin^2 \delta/2} = N^2$$

Таким образом, **интенсивность в этих максимумах в N^2 раз выше, чем интенсивность от отдельной щели.**

$$I = N^2 I_{\varphi} \quad (2.6.9)$$

Максимумы, определяемые условием (2.6.8), называются **главными максимумами** дифракционной решетки, а номер \tilde{m} – порядок главного максимума. Максимум 0-го порядка ($\tilde{m} = 0$) – один, он находится по центру дифракционной картины ($\varphi = 0$). Максимумы следующих порядков

появляются попарно ($\pm \tilde{m} = \pm 1, \pm 2, \dots$) и расположены по обе стороны от главного максимума нулевого порядка (рис.6.3).

3). Кроме минимумов, определяемых (2.6.7) одной щелью, имеются дополнительные минимумы в промежутках между соседними главными максимумами, которые определяются условиями

$$\text{Sin}\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \text{Sin}\varphi\right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{N\pi d}{\lambda} \text{Sin}\varphi = n\pi$$

за исключением точек, где появляется главный максимум $\frac{\pi d}{\lambda} \text{Sin}\varphi = \tilde{m}\pi$. Тогда получаем условие появления дополнительных минимумов:

$$d\text{Sin}\varphi = \pm \frac{n}{N} \lambda, \quad (2.6.10)$$

при $n = 1, 2, 3, \dots, N-1, N+1, N+2, \dots$ (кроме $n = N, 2N, 3N, \dots$).

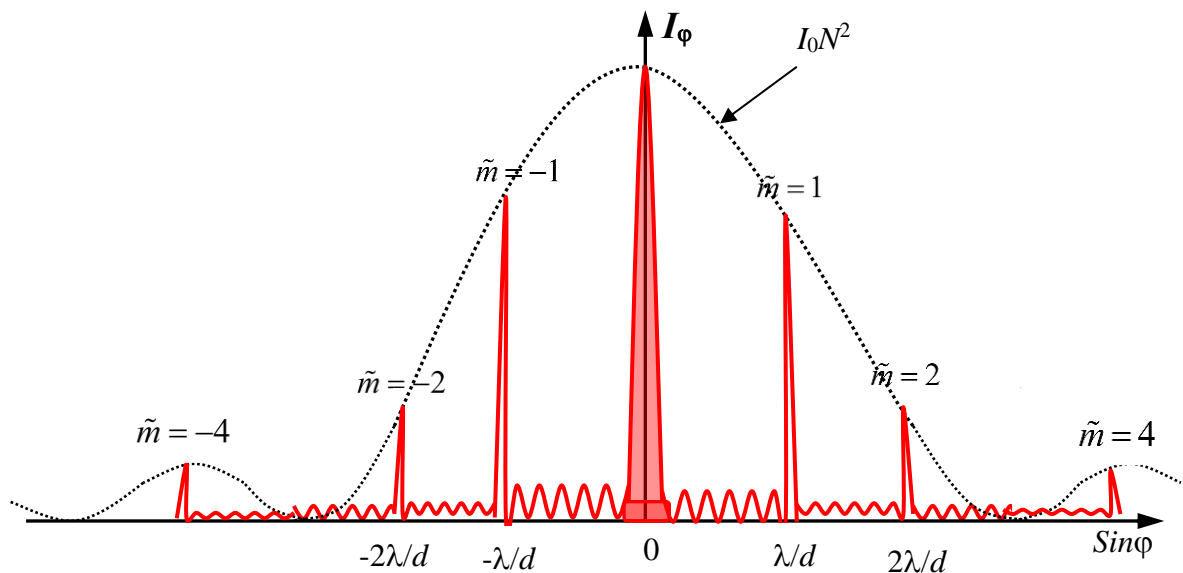


Рис. 6.3.

Построим график интенсивности при условии, которое является обычным для дифракционной решетки, а именно, что $d/b > 1$. При этом происходит наложение главных максимумов и дополнительных минимумов на картинку от одной щели. Количество наблюдаемых главных максимумов определяется из условия:

$$\text{Sin}\varphi = \frac{\tilde{m}\lambda}{d} \leq 1 \quad \text{или} \quad \tilde{m} \leq \frac{d}{\lambda} \quad (2.6.11)$$

Вклад от одной щели очень мал по сравнению с максимумами, получаемыми от дифракционной решетки. Поэтому на рис. 6.3 для сравнения вклад от одной щели умножен на множитель N^2 . Из рис. 6.3 видно, как главные максимумы различных порядков \tilde{m} модулируются кривой интенсивности от одной щели.

Следует отметить, что иногда выгодно использовать наклонное падение света на дифракционную решетку. Для случая наклонного падения света на решетку под углом φ_0 разность хода лучей от соседних щелей равна:

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = d(\sin\varphi_0 - \sin\varphi)$$

Тогда условие появления главных дифракционных максимумов записывается:

$$d(\sin\varphi_0 - \sin\varphi) = \pm m\lambda \quad (2.6.12)$$

Максимум нулевого порядка виден под углом φ_0 , однако количество наблюдаемых порядков будет различно по обеим сторонам от положения главного максимума нулевого порядка. Более высокие порядки дифракции будут наблюдаться, как это видно из (2.6.12), при отрицательных значениях угла φ . Несмотря на то, что интенсивность дифракционной картины падает с увеличением угла дифракции (рис.6.3), при экспериментальных измерениях более выгодно использовать высокие порядки дифракции, чтобы увеличивать разрешающую способность решетки.

2.6.3. Дифракционная решетка как спектральный прибор.

Дифракционные решетки представляют собой важнейшие спектральные приборы, предназначенные для разложения света в спектр и измерения длин волн. Первоначально они применялись в оптическом диапазоне электромагнитных волн, однако в дальнейшем решетки стали использоваться для различных измерений в широком диапазоне длин волн от рентгеновских квантов до радиоволн. Под дифракционной решеткой обычно понимается всякая структура, обладающая пространственной периодичностью. В зависимости от типа решетки и использованных материалов при их изготовлении дифракционные наблюдения проводят как в проходящем свете, так и в отраженном свете.

В предыдущей части этого параграфа мы в основном рассматривали свойства *одномерной или линейной* решетки, в которой свойства структуры меняются периодически только в одном направлении. Однако основные принципы и законы перераспределения интенсивности падающего излучения сохраняются при использовании двумерных и трехмерных решеток. Некоторые применения пространственных решеток кратко рассмотрим в следующем параграфе.

Обратимся к применению дифракционной решетки в качестве *спектрального прибора*. Как получили выше, положение главных максимумов зависит от длины волны падающего света λ . Если на решетку падает белый свет, то все максимумы (кроме максимума нулевого порядка) "окрашены", т.е. наблюдается *разложение белого света в спектр*. Причем свет с более короткими длинами волн (фиолетовый свет) в главных максимумах

концентрируется ближе к центру дифракционной картины, а свет с большими длинами волн (красный свет) – наружу.

Рассмотрим некоторые характеристики дифракционной решетки как спектрального прибора.

1). **Угловая дисперсия.** *Угловая дисперсия* определяет угловое расстояние $\delta\varphi$ между двумя спектральными линиями, отличающимися на единицу длины волны λ .

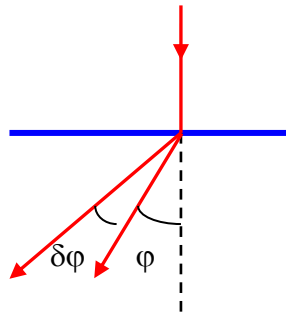


Рис. 6.4.

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \quad (2.6.13)$$

Продифференцируем условие появления главного максимума (2.6.8), при этом получаем выражение для угловой дисперсии:

$$d \cos\varphi \cdot \delta\varphi = \tilde{m} \delta\lambda$$

$$D = \frac{\tilde{m}}{d \cos\varphi} \quad (2.6.14)$$

Из (2.6.14) с очевидностью получаем следующие выводы:

- а) чем выше порядок спектра \tilde{m} , тем выше D ;
- б) чем меньше d , тем выше D ;
- в) для увеличения D выгодно использовать скольльзящее падение.

Последнее утверждение следует из соотношения (2.6.12) для получения дифракционной картины при скольльзящем падении света на решетку.

2). **Дисперсионная область.** Если спектры соседних порядков перекрываются, то спектральный аппарат становится непригодным для исследования этого участка спектра. Максимальная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$, при которой нет перекрытия, называется *дисперсионной областью* спектрального аппарата.

Пусть диапазон длины волны падающего излучения занимает интервал от λ до $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$. Тогда запишем условия перекрытия правого конца спектра излучения $(\tilde{m} + 1)$ -го порядка для длины волны λ и левого конца \tilde{m} -го порядка для длины волны λ' :

$$d \sin \varphi = \tilde{m} \lambda'$$

$$d \sin \varphi = (\tilde{m} + 1) \lambda$$

Приравнявая, получаем соотношение $\tilde{m} \lambda' = (\tilde{m} + 1) \lambda$ и отсюда определяем дисперсионную область:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{\tilde{m}} \quad (2.6.15)$$

Чем больше порядок спектра \tilde{m} , тем уже дисперсионная область.

3). **Разрешающая способность.** Наименьшая разность длин волн двух спектральных линий $\delta\lambda$, при которой спектральный аппарат разрешает эти линии, называется спектральным разрешаемым расстоянием, а величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (2.6.16)$$

разрешающей способностью аппарата.

Дж. Рэлей для дифракционной решетки предложил критерий спектрального разрешения. Линии с длинами волн λ и λ' считаются разрешенными, если главный максимум дифракционной картины для одной длины волны совпадает по своему положению с 1-ым дифракционным минимумом в том же порядке для другой длины волны. Так, для наклонного падения из (2.6.12) имеем:

$$d(\sin\varphi - \sin\varphi_0) = \left(\tilde{m} + \frac{1}{N}\right)\lambda$$

$$d(\sin\varphi - \sin\varphi_0) = \tilde{m}\lambda'$$

Отсюда, приравнявая, получаем

$$\left(\tilde{m} + \frac{1}{N}\right)\lambda = \tilde{m}\lambda'$$

и далее

$$\delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{\tilde{m}N} \quad (2.6.17)$$

Разрешающая способность аппарата определяется через произведение порядка спектра и числа щелей в решетке:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \tilde{m}N \quad (2.6.18)$$

На примере, изображенном на рис. 6.5, видно, что при одинаковой угловой дисперсии D , но при разных разрешающих способностях R , имеем следующие изменения в спектре: 2 линии спектра, близкие по частоте, могут быть разделены при использовании аппарата с большей разрешающей способностью.

Примечание 1. Джон Уильям Рэлей, английский физик, 1842–1919, Нобелевская премия 1904 г. за открытие аргона

2.7. Дифракция рентгеновских лучей.

Помимо обычных одномерных дифракционных решеток бывают двумерные и трехмерные (пространственные) дифракционные решетки. В этих решетках свойство периодичности структуры выполняется в двух или в трех различных направлениях. Такие решетки играют важную роль в физике рентгеновских лучей.

Обычные оптические дифракционные решетки не годились, чтобы наблюдать дифракцию рентгеновских лучей, длины волн которых ~ 0.1 нм и меньше. М. Лауэ в 1912 году предложил использовать для наблюдения дифракции таких волн кристаллическую структуру как дифракционную решетку. Кристаллические твердые тела образуют пространственные (иногда двумерные) решетки, которые обладают периодичностью в трех различных направлениях.

В современной физике возникли 2 основных направления, связанные с использованием рентгеновского излучения: *рентгеновская спектроскопия* и *рентгеноструктурный анализ*. Первое направление использует естественные кристаллы известной кристаллической структуры для анализа рентгеновского излучения и измерения длин волн. Второе направление использует рентгеновское излучение известной длины волны для выяснения структуры кристаллов и измерения параметров этой структуры. Наблюдение дифракции рентгеновских лучей обычно осуществляется с помощью фотопластинок без линз и зеркал ввиду отсутствия соответствующих материалов.

Простейший случай дифракции – дифракция лучей на прямолинейной цепочке атомов, расстояние между которыми равно a (период одномерной структуры). Параллельный пучок рентгеновских лучей падает под *углом скольжения* α_0 на цепочку атомов (рис.7.1) и рассеивается под углом α .

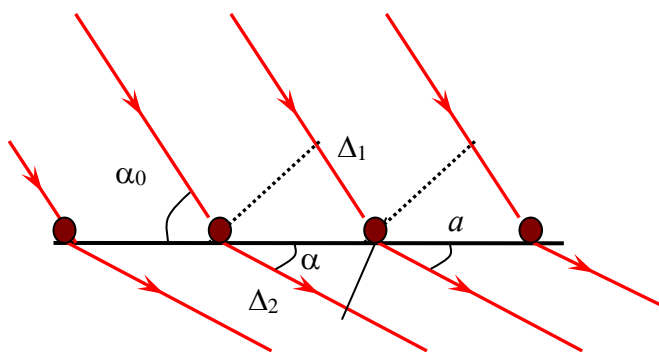


Рис. 7.1.

Разность хода лучей, рассеянных от соседних атомов, определяется из рисунка 7.1:

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \quad (2.7.1)$$

Отсюда следует условие максимального усиления лучей, когда их разность хода равна целому числу волн:

$$\Delta = a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = m\lambda \quad (2.7.2)$$

где, как обычно, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Это условие определяет те направления, в которых наблюдаются дифракционные максимумы. В принципе каждому значению m соответствует свой конус

направлений, вдоль которых получаем максимумы интенсивности от этой цепочки атомов, являющейся осью этого конуса.

Двумерные и трехмерные решетки могут быть *простыми* (примитивными) и *составными*. Составная решетка состоит из нескольких простых решеток, вставленных друг в друга.

Периодическая структура просматривается по атомным прямым и атомным плоскостям. Элементарной ячейкой простой решетки является параллелепипед с ребрами a_1, a_2, a_3 , в вершинах которого находятся атомы. На простую кристаллическую решетку падает параллельный пучок рентгеновских лучей, образующих углы скольжения $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ с координатными осями X, Y, Z . Дифракционная картина, создаваемая кристаллом, представляет собой максимумы, лежащие на линиях пересечений трех конусов, оси которых параллельны координатным осям. Максимумы обычно регистрируются на фотопленке, помещенной за кристаллом. Формулы Лауэ, определяющие положение максимумов при дифракции, записываются:

$$\begin{aligned} a_1(\cos\alpha - \cos\alpha_0) &= m_1\lambda \\ a_2(\cos\beta - \cos\beta_0) &= m_2\lambda \\ a_3(\cos\gamma - \cos\gamma_0) &= m_3\lambda \end{aligned} \quad (2.7.3)$$

где $m_1, m_2, m_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Формулы Лауэ указывают направления пучков, возникающих при дифракции на кристалле. Дифракционное изображение неподвижного монокристалла, полученное с помощью рентгеновских лучей, часто называют *лауэграммами*. На лауэграммах, кроме центрального пятна, образованного неотклонённым рентгеновским пучком, появляются светлые пятна, число и расположение которых зависит от типа кристалла и его ориентации относительно пучка.

Иная трактовка дифракции рентгеновских лучей – отражение пучка рентгеновских квантов от различных атомных плоскостей (рис.7.2).

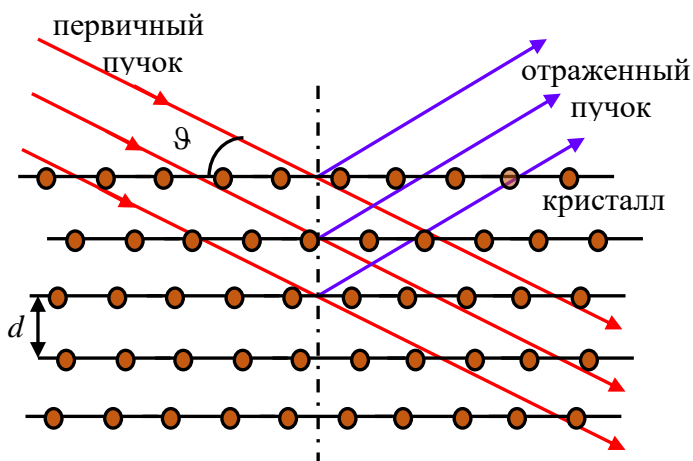


Рис. 7.2.

Интенсивность лучей, отраженных одной атомной плоскостью довольно мала, но за счет интерференционного усиления лучей, отраженных от ряда атомных плоскостей, наблюдаются заметные максимумы светового потока.

Для интерференционного усиления отраженных атомными плоскостями волн должно выполняться условие:

$$2d\sin\vartheta = m\lambda \quad (2.7.4)$$

где ϑ – угол скольжения, d – межплоскостное расстояние в кристалле (рис.7.2). Формула (2.7.4) носит название **формулы Вульфа-Брэгга**.

Условие Вульфа-Брэгга позволяет определить межплоскостные расстояния d в кристалле, так как λ обычно известна, а углы ϑ измеряются экспериментально.

Условие (2.7.4) получено без учёта эффекта преломления для безграничного кристалла, имеющего идеально-периодическое строение. В действительности дифрагированное излучение распространяется в конечном угловом интервале $\vartheta \pm \Delta\vartheta$, причём ширина этого интервала определяется числом отражающих атомных плоскостей (то есть пропорциональна линейным размерам кристалла), аналогично числу штрихов дифракционной решётки.

В рентгеноструктурном анализе для исследования кристаллической структуры металлов и других кристаллических материалов в порошкообразном состоянии применяется **метод Дебая - Шерера**. На образец, состоящий из множества маленьких кристалликов (поликристалл), направляется монохроматический рентгеновский пучок с известной длиной волны λ . В огромном количестве беспорядочно ориентированных кристалликов найдется множество таких, для которых окажется выполненным условие Вульфа-Брэгга (2.7.4). При этом дифрагированный луч для разных кристалликов будет лежать во всевозможных плоскостях. Для каждой системы атомных слоев и каждого m получится не одно направление максимума, а целый конус направлений, ось которого совпадает с направлением падающего пучка. Получаемая дифракционная картина (**дебаеграмма**) фотографируется. Если фотопластинка расположена перпендикулярно оси конуса, то дебаеграмма имеет вид концентрических кругов. Определив радиусы этих кругов, можно определить возможные значения угла ϑ , затем по формуле (2.7.4) вычислить соответствующие межплоскостные расстояния и в дальнейшем воспроизвести кристаллическую структуру образца.

Примечание 1. *Макс Феликс Теодор фон Лауэ, немецкий физик-теоретик, 1879–1960; Нобелевская премия 1914 г. за открытие дифракции рентгеновских лучей;*
Георгий Викторович Вульф, советский кристаллофизик, 1863–1925;
Лоуренс Брэгг, английский физик, 1890–1971, Нобелевская премия 1915 г. за вклад в изучение структуры кристаллов с помощью рентгеновских лучей;
Петер Джозеф Вильгельм Дебай, нидерландский и американский физик и физикохимик, 1884–1966, Нобелевская премия по химии 1936 г.;
Пауль Шерер, швейцарский физик-экспериментатор, 1890–1969.

2.8. Голография.

Идея голографии состоит в том, чтобы получить оптическое изображение путем восстановления волнового фронта. Принципиально эта идея была выдвинута М. Вольфке в 1920 г., но затем была забыта.

Годом рождения *голографии* считается 1948 год, когда английский ученый Д. Габор предложил оригинальный метод повышения разрешающей способности электронных микроскопов. Идея Габора состояла в том, чтобы сначала зарегистрировать на фотопластинке интерференционную картину, сформированную электронным пучком, прошедшим без рассеяния, и пучком, рассеянным (дифрагированным) на исследуемом объекте. Такую пластинку Д. Габор назвал *голограммой*. После этого тем или иным способом изображение интерференционной картины увеличивалось в несколько тысяч раз и освещалось видимым светом, длина которого во много раз больше, чем у электронного пучка. Дифрагированный на интерференционной картине свет формировал изображение объекта. Расчеты показывали, что разрешающая способность при этом увеличивалась в несколько раз, однако модельные эксперименты Габора с некогерентными источниками света завершились неудачно. Требовались источники света, обладающие высокой степенью временной и пространственной когерентности.

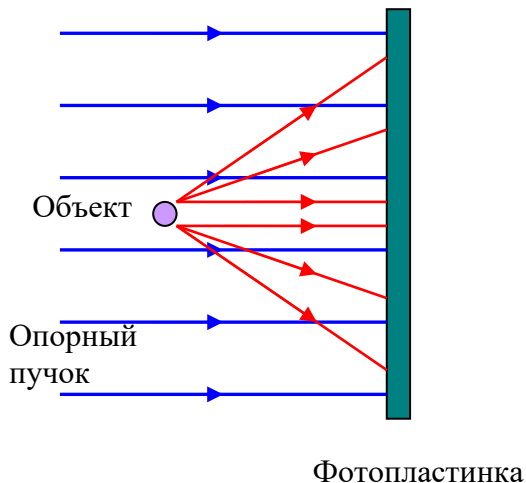


Рис. 8.1.

Термин *голография* происходит от двух греческих слов: *holos* - полный и *grapho* - пишу. То есть голография дословно означает полная запись, подчеркивая, что голографический метод позволяет регистрировать не только интенсивность, но и фазу световой волны.

Второе рождение голографии произошло после появления первых лазеров в начале 60-х годов XX века. Уже в 1961 году американские физики Э. Лейт и Ю Упатниекс получили первые голограммы, используя когерентное излучение газового лазера. В 1962 году Ю.Н. Денисюк продемонстрировал отражательные голограммы, которые восстанавливались белым (некогерентным) светом. Изготавливается голограмма, т.е. фотопластинка, с помощью которой можно восстанавливать световую волну, рассеянную телом. Далее создаются условия для восстановления этой волны.

Голограммы Лейта-Упатниекса.

На первом этапе происходит запись голограммы. Для этого когерентный световой пучок тем или иным способом разделяется на два пучка. Один из них

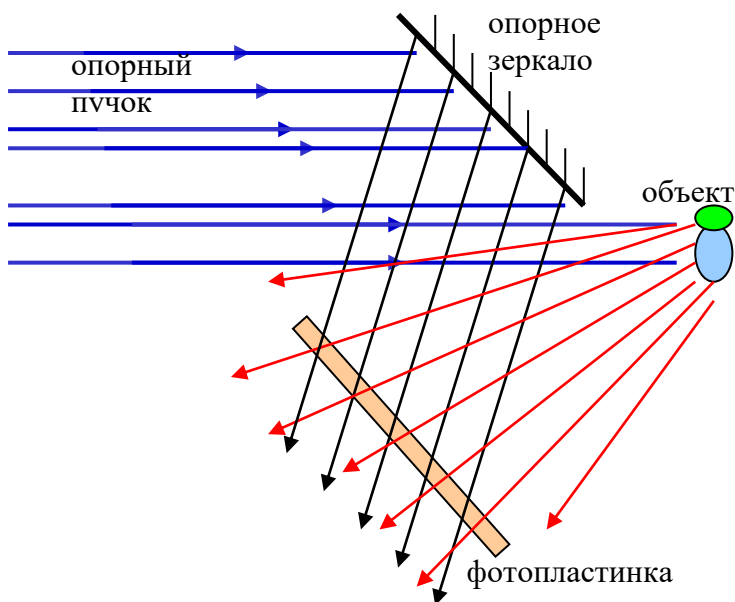


Рис. 8.2.

– *опорный* – отражается от зеркала, другой – *объектный* – рассеивается объектом.

Примерная схема изображена на рис. 8.2. Там, где опорный и объектный пучки пересекаются, происходит их интерференция. В результате интерференции в одних областях пространства световые колебания усиливаются, а в других – ослабляются. При этом локальное

интерференционное поле представляет собой периодически чередующиеся светлые и темные области, расстояние между которыми определяется длиной волны света и углом схождения пучков. При небольших углах схождения (несколько градусов) период интерференционного поля составляет несколько микрометров. Крупномасштабные изгибы интерференционного поля, изменение его контраста однозначно определяются фазовой поверхностью объектного пучка.

Если в интерференционное поле поместить пластинку с нанесенным на ее поверхность тонким фоточувствительным слоем, обладающим достаточно высоким разрешением, то на ней будут зафиксированы интерференционные полосы. После обработки такая пластинка является голограммой.

Второй этап голографического процесса связан с восстановлением голографического изображения. Голограмма освещается опорным пучком примерно под тем же углом, что и при записи (см рис. 8.3). Это опорный пучок испытывает дифракцию на голограмме как на дифракционной решетке. Дифрагированный пучок является почти точной копией объектного пучка, который записывал голограмму. Поэтому, если посмотреть сквозь голограмму навстречу дифрагированному пучку, то можно увидеть объемное изображение объекта.

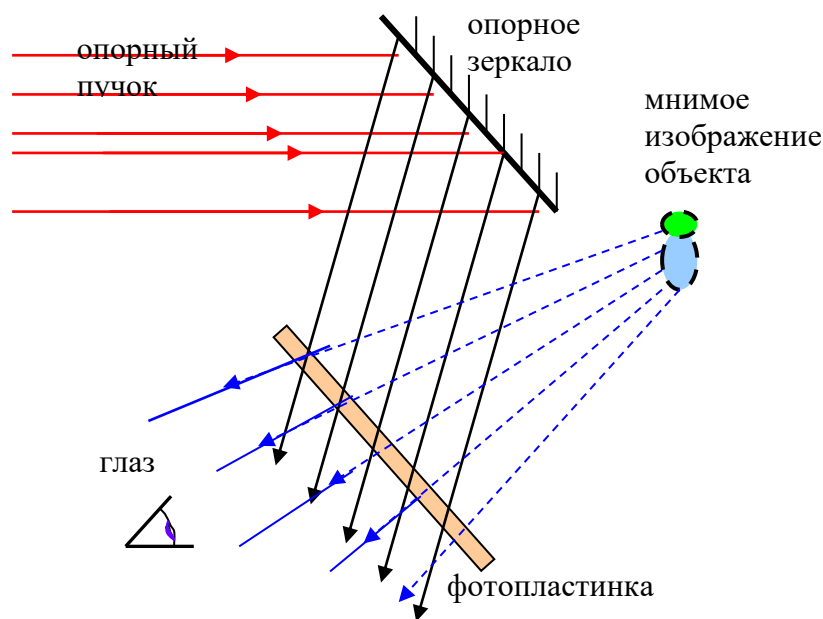


Рис. 8.3.

Голограммы Денисюка.

Метод Ю.Н. Денисюка тесно связан с методом цветной фотографии Г. Липпмана. Этот тип голограмм называют также толстослойными, объемными, отражательными голограммами или голограммами на встречных пучках.

Напомним, что для получения высококачественных цветных фотографий Липпман помещал достаточно толстую (несколько десятков микрон) фоточувствительную эмульсию на зеркало. Цветное изображение проецировалось на эту эмульсию, проходило сквозь нее и отражалось назад зеркалом. В результате интерференции падающей и отраженной световой волны в объеме эмульсии возникали светлые и темные области, примерно параллельные плоскости фоточувствительного слоя. Так как расстояние между интерференционными областями оказывалось порядка половины длины волны света, то в фоточувствительном слое помещалось десятки таких областей. После фотографического проявления и фиксации в объеме фоточувствительного слоя оказывались зарегистрированными светлые области интерференционного поля в виде слабо отражающих поверхностей. Расстояние между этими поверхностями однозначно определялось локальным цветом регистрируемого изображения. Теперь если убрать зеркало и осветить этот слой белым светом, то отражаться от каждого участка слоя будет только тот цвет, для которого расстояние между отражающими поверхностями в этом месте равно половине длины волны (см Глава 1, §1.4)

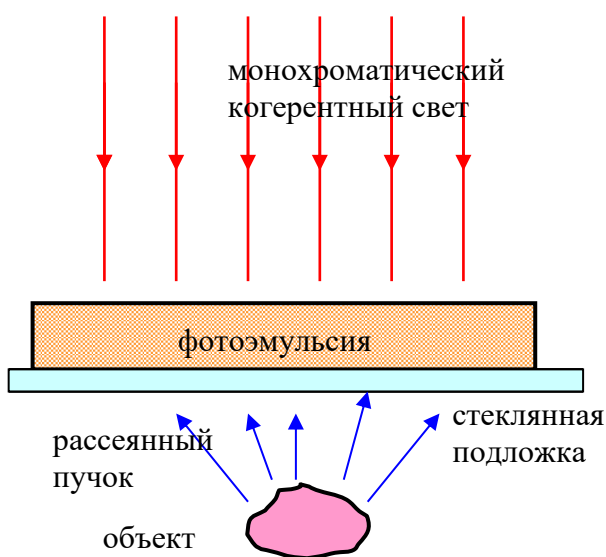


Рис. 8.4.

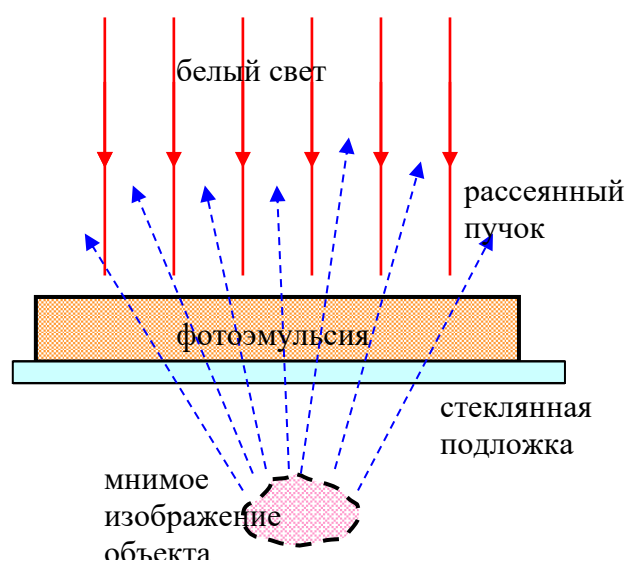


Рис. 8.5.

При записи голограммы Денисюка когерентный пучок света, являясь одновременно опорным, проходит сквозь фотопластинку и рассеивается объектом (рис. 8.4). Объектный пучок распространяется почти навстречу опорному пучку и образует интерференционное поле в виде чередующихся светлых и темных областей, расстояние между которыми равно половине длины волны. В объеме фоточувствительного слоя возникают слабо отражающие слои, форма и расположение которых определяется светлыми областями интерференционного поля, в котором «закодировано» распределение амплитуды и фазы излучения, отраженного объектом.

Если теперь осветить такую фотопластинку (голограмму) пучком некогерентного белого света, то эффективно отражаться будет только свет с такой длиной волны, которая в 2 раза больше расстояния между отражающими слоями голограммы. Чем больше слоев, тем большим отражением и спектральной селективностью обладает голограмма. Отраженная волна является почти точной копией волны от объекта, которая записывала голограмму. Поэтому в отраженном свете мы видим мнимое объемное изображение объекта (см рис. 8.5).

Объемность голографического изображения.

В Липпмановской фотографии для получения цветного изображения и его регистрации глазом используется некогерентный свет, а частично отражающие слои в фотоэмульсии «кодируют» локальный цвет изображения, а не кривизну волнового фронта. Поэтому Липпмановские фотографии не обладают эффектом объемности. В голографии Денисюка для получения голограммы применяются источники когерентного света (лазеры), иногда

даже несколько таких источников, когда хотят получить цветную голограмму. В этом случае частично отражающие слои «кодируют» фазу объектной волны, а при восстановлении голограммы белым (некогерентным) светом изображение получается объемным.

Отметим, что в то же время все точки фотографии находятся примерно на одинаковом расстоянии от наших глаз, поэтому не надо по-разному фокусировать хрусталик глаза на разные расстояния (аккомодация). Не используется бинокулярность зрения, связанная с тем, что для разных расстояний разные области сетчатки глаза являются сопряженными, т.е. дают единый (не раздвоенный) образ предмета. Объемность зафиксированного изображения оценивается глазом с использованием психологических критериев, как уменьшение размеров предмета при удалении, перекрывание близкими предметами более далеких предметов, менее четкое изображение более далеких и т.д. Именно указанные физиологические особенности зрения ответственны за ощущение объемности рассматриваемого пространства.

Пусть опорная и объектная волны имеют вид:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} e^{i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r})}, \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{20} e^{i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r})} \quad (2.8.1)$$

где $\vec{E}_{10}, \vec{E}_{20}$ – комплексные амплитуды с пространственно зависящей фазой. Не будем для простоты учитывать поляризационные эффекты.

Суперпозиция этих полей образует интерференционное поле, распределение интенсивности в котором определяется квадратом суммарной амплитуды:

$$I = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* = |E_1|^2 + |E_2|^2 + E_2 E_1^* + E_1 E_2^* \quad (2.8.2)$$

Фотоотклик среды определяется этим же полем:

$$\varepsilon \sim \gamma I \quad (2.8.3)$$

где коэффициент γ определяет фотохромные и фоторефрактивные свойства среды. Пространственно модулированные слагаемые $E_2 E_1^*$ и $E_1 E_2^*$ определяют голографические характеристики среды, а $|E_1|^2$ и $|E_2|^2$ обуславливают квазиоднородную засветку и соответствующее изменение коэффициента поглощения или показателя преломления среды.

Осветим теперь эту среду волной E_1 . Тогда на выходе из среды получаем, учитывая только интерференционные слагаемые:

$$E \sim \gamma E_2 E_1^* E_1 + \gamma E_1 E_2^* E_1 \quad (2.8.4)$$

Первое слагаемое в этом выражении соответствует дифрагированной волне в направлении \vec{k}_2 , которая полностью идентична объектной волне. Второе слагаемое соответствует восстановленной волне E_2^* ,

распространяющейся навстречу E_2 и образующей действительное псевдоскопическое изображение. При его рассмотрении глазом выпуклые места кажутся вогнутыми и наоборот.

Примечание 1. *Мечислав Вольфке, польский физик, 1883–1947;*

Деннис Габор, венгерский физик, работал в Лондоне, 1900–1979, Нобелевская премия 1971 г. за изобретение голографии;

Габриэль Липпман, французский физик, 1845–1921, Нобелевская премия 1908 г. за цветную фотографию солнечного спектра.

Юрий Николаевич Денисюк, 1927-2006, советский физик, окончил ЛИТМО и с 1954 г. работал в ГОИ и ФТИ;

Эммет Лейт, американский физик, 1927–2005, профессор электротехники в Университете Мичигана;

Юрис Упатниекс, американский физик латышского происхождения, 1936, профессор Мичиганского университета;
