ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Лекция 2. Кинематика (часть1)

1.Введение

2. Системы отсчета.

3. Кинематика материальной точки

1.Введение

Механика представляет собой фундаментальный раздел физики, изучающий механическое движение материальных тел и происходящие при этом взаимодействия между ними, а также условия равновесия тел под действием сил. Это одна из древнейших и наиболее разработанных наук, составляющая основу для понимания широкого круга явлений – от движения планет и космических аппаратов до деформаций конструкций и течения жидкостей.

Механика является основой для многих инженерных дисциплин (сопротивление материалов, теория механизмов и машин, гидродинамика, аэромеханика), баллистики, небесной механики, теории упругости и пластичности. Понимание ее принципов и владение ее математическим аппаратом абсолютно необходимо для решения широкого спектра задач в науке и технике. Последующее изучение физики (термодинамики, электродинамики, квантовой механики) опирается на фундаментальные понятия и законы, введенные в механике.

Классическая механика, которой будет посвящена половина этого семестра, справедлива не всегда и имеет границы применимости.

Механика

классическая	**релятивистская**
время абсолютно,	**(теория относительности)**
$V \ll c$	время относительно

c — скорость электромагнитных волн в вакууме.

«Абсолютно» означает, что данная физическая величина не изменяется при переходе от одной системы отсчёта к другой, а «относительно» — означает, изменяется. В пределе $V \ll c$ все уравнения теории относительности переходят в соответствующие уравнения классической механики.

В масштабах микромира применяется другая механика — квантовая. Для микрочастицы невозможно точно задать все величины, характеризующие её движение, поэтому движение микрочастицы характеризуется не детерминировано, а вероятностно.

Механика

макромира
(классическая физика)
движение частицы описывается законом движения $\vec{r}(t)$

микромира
(квантовая механика)
линейные параметры $d \lesssim 1$ Å плотность вероятности обнаружения частицы $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$

2. Системы отсчета. Кинематика материальной точки

Кинематика описывает общие законы движения точки (без учета сил). Именно в кинематике вводятся понятия вектора скорости, вектора ускорения, вектора перемещения.

При описании движения необходимо определить систему отсчета – это совокупность системы координат и часов, связанных с телом, по отношению к которому изучается движение – это тело называется началом отсчета. Выбор системы отсчета определяется целью и удобством описания движения точек или тел. В качестве системы координат применяют, например, декартову (правую) систему (рис. 1.1), полярную (рис. 1.2) и сферическую. (1.3)

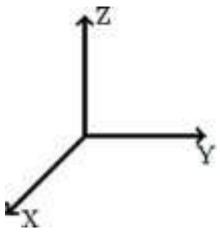

Рис. 1.1.

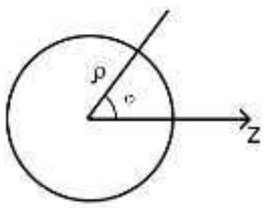

Рис. 1.2.

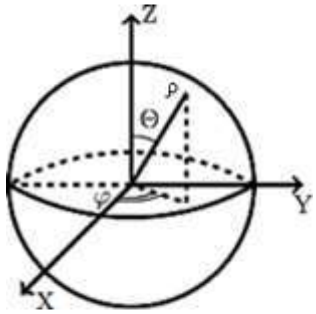

Рис. 1.3.

Таблица1.1

Системы отсчета

Система координат	Основные величины	Формулы перехода в ДСК	Модуль радиус – вектора
Декартова (ДСК)	x,y,z		$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
Полярная (ПСК)	ρ, φ	$X = \rho \cdot \cos\varphi$, $Y = \rho \cdot \sin\varphi$	$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$
Сферическая (ССК)	ρ, φ, θ	$X = \rho \cdot \sin\theta \cos\varphi$, $Y = \rho \cdot \sin\theta \sin\varphi$ $Z = \rho \cos\theta$	$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Существует три способа описания движения точки: векторный, координатный и естественный. Рассмотрим их последовательно.

Векторный способ

В этом способе положение интересующей нас точки А задают радиусом-вектором$\vec{r}$, проведенным из некоторой неподвижной точки O выбранной системы отсчета в точку A. При движении точки A ее радиус-вектор меняется в общем случае как по модулю, так и по направлению, то есть радиус-вектор $\vec{r}$ зависит от времени *t*. Геометрическое место концов радиуса-вектора $\vec{r}$ называют траекторией точки A (рис.1.6) $\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r}_1$ – вектор перемещения.

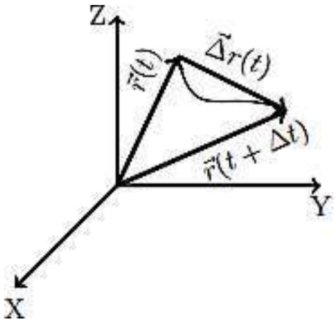

Рис.1.6.

Характеристикой движения тела является скорость:

средняя скорость $\vec{V} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$; (1.1)

мгновенная скорость $\vec{V} = \lim_{\Delta t - 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. (1.2)

Движение точки характеризуется также ускорением. Вектор ускорения $\vec{a}$ определяет скорость изменения вектора скорости точки со временем:

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ (1.3), т. е. равен производной от вектора скорости по времени. Направление вектора $\overrightarrow{a}$ совпадает с направлением вектора $d\vec{V}$— приращением вектора $\vec{V}$ за время *dt*. Модуль вектора $\overrightarrow{a}$ определяется аналогично модулю вектора $\vec{V}$. Зная зависимость $\overrightarrow{r}$, можно найти скорость и ускорение точки в каждый момент времени. Возникает и обратная задача: найти $\vec{V}(t)$ и $\overrightarrow{r}$(t), зная зависимость ускорения от времени $\overrightarrow{a}\,(t)$. Зная начальные условия, то есть величину скорости и ускорения при *t=0* при условии, что ускорение движения точки неизменно, $\overrightarrow{a}$=0 можно опередить скорость и радиус-вектор точки в любой момент времени.

Опередим скорость, используя формулу (1.1), найдем приращение вектора скорости: $\Delta\vec{V} = \int_0^t \overrightarrow{a}dt = \overrightarrow{a}t$ (1.3).

Искомая скорость точки: $\vec{V} = \overrightarrow{V_0} + \Delta\vec{V} = \overrightarrow{V_0} + \overrightarrow{a}t$ (1.4).

Приращение радиуса-вектора: $\Delta\vec{r} = \int_0^t \overrightarrow{V(t)}\,dt = \overrightarrow{V_0} + \frac{\overrightarrow{a}t^2}{2}$ (1.5),

$\vec{r} = r_0 + \overrightarrow{V_0} + \Delta\vec{V} = \overrightarrow{V_0} + \overrightarrow{a}t$ (1.6).

Для определения скорости и положения точки в зависимости от времени, необходимо знать зависимость $\vec{a}\,(t)$ и начальные условия: скорость и положение в начальный момент времени.

Координатный способ

Координатный способ требует задания фиксированной системы координат, выбор которой определяется условием задачи (симметрия, стремление к упрощению математических выкладок и т.д.). Записываются законы движения материальной точки для каждой из координатных осей, после чего определяются значения скорости и ускорения частицы. Уравнение траектории находится путем параметризации времени из законов движения: *x=x(t), y=y(t), z=z(t)*. Спроецируем выражения (1.1) и (1.2):

$V_x = \frac{dx}{dt}$ *(1.7),* где dx – проекция вектора $d\vec{r}$(t) на ось x;

$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$(1.8), где dV_x– проекция вектора скорости на ось x.

Аналогичные соотношения получаем для других величин. Вектор скорости определяем: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ (1.9).

Используя данный способ, можно найти траекторию точки, пройденный путь и зависимость скорости от ускорения.

Естественный способ.

Естественный способ требует того, чтобы траектория материальной точки была известна заранее. Задавая начало отсчета на траектории, а также положительное направление отсчета, положение частицы определяется дуговой координатой на линии траектории (рис1.7). Вектора скорости и ускорения определяются через касательный и нормальный вектора к траектории в каждый момент времени.

Скорость точки. Введем единичный вектор τ, связанный с движущейся точкой А и направленный по касательной к траектории в сторону возрастания дуговой координаты (1.8)

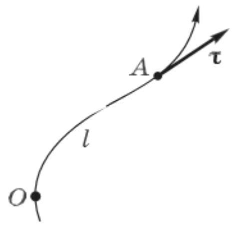

Рис.1.7

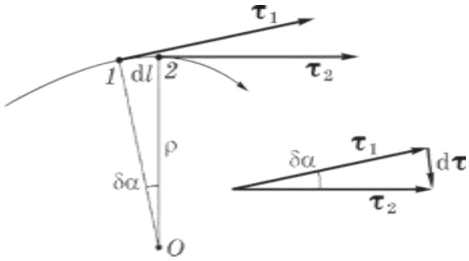

Рис. 1.8

Переменный вектор τ зависит от *l*. Вектор скорости $\vec{V}$ точки А направлен по касательной к траектории, поэтому его можно представить так: $\vec{V} = V_\tau \vec{\tau}$ (1.10), где $V_\tau = \frac{dl}{dt}$ – проекция вектора $\vec{V}$ на направление вектора.

Ускорение точки. Продифференцируем (1.10) по времени: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV_\tau}{dt}\vec{\tau} + V_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt}$ (1.11). Затем преобразуем второе слагаемое выражения (1.11):

$V_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt} = V_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dl}\frac{dl}{dt} = V^2 \frac{d\vec{\tau}}{dl}$. (1.12).

Определим приращение вектора τ на участке *dl* (рис1.8). Можно строго показать, что при стремлении точки 2 к точке 1 отрезок траектории между ними стремится к дуге окружности с центром в некоторой точке О. Эту точку, называют центром кривизны траектории в данной точке, а радиус ρ соответствующей окружности — **радиусом кривизны** траектории в той же точке. Как видно из рис. 1.4, угол

$\delta\alpha = \frac{dl}{\rho} = |d\tau|$, следовательно, $\left|\frac{d\vec{\tau}}{dl}\right| = \frac{1}{\rho}$ (1.13).

Введя единичный вектор $\vec{n}$ нормали к траектории в точке l, направленный к центру кривизны, запишем последнее: $\frac{d\vec{\tau}}{dl} = \frac{\vec{n}}{\rho}$. Подставим (1.12) и (1.13) в выражение (1.11) получим:

$\vec{a} = \frac{dV_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\,\vec{n}$ (1.14). Первое слагаемое называют тангенциальным ускорением, второе — нормальным ускорением. Полное ускорение $\vec{a}$ точки может быть представлено как векторная сумма тангенциального и нормального ускорений. Проекции вектора ускорения на орты $\vec{\tau}$ и $\vec{n}$ равны: $a_\tau = \frac{dV_\tau}{dt}\vec{\tau}$ (1.15),

$a_n = \frac{V^2}{\rho}$ (1.16). Модуль полного ускорения $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ (1.17)

Подведем итог, для описания движения материальной точки можно использовать несколько способов (таблица 1.1).

Таблица 1.2

Способ описания	Прямая задача		Обратная	
	Дано	Найти	Дано	Найти
Векторный способ	$\vec{r} = \vec{r}(t)$	$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	$\vec{a} = \vec{a}(t)$, $t=0, \vec{r} = \vec{r}_0$, $\vec{V} = \vec{V}_0$,	$\vec{V} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)dt$, $\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{V}(t)dt$
Координатный способ	$x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$	$V_x = \frac{dx}{dt}$, $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$, $V_y = \frac{dy}{dt}$, $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$, $V_z = \frac{dy}{dt}$, $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$	$a_x = a_x(t)$, x_0, V_{x_0}, $a_y = a_y(t)$, y_0, V_{y_0}, $a_z = a_z(t)$, z_0, V_{z_0},	$V_x = \int_{t_1}^{t_2} a_x(t)dt$ $V_y = \int_{t_1}^{t_2} a_y(t)dt$ $V_z = \int_{t_1}^{t_2} a_z(t)dt$
Естественный способ	Известна траектория материальной точки $l = l(t)$ Начало отсчета и положительное направление отсчета дуговой координаты	$\vec{a} = \frac{dV_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$		

Таким образом, для определения движения точки используют три способа описания.

Теория движения твердого тела помимо самостоятельного значения играет важную роль еще и в другом отношении. С твердым телом, как известно, может быть связана система отсчета, служащая для пространственно-временного описания различных движений. Поэтому изучение характера движения твердых тел равносильно, по существу, изучению движений соответствующих систем отсчета.

Различают пять видов движения твердого тела:

1. Поступательное движение — движение, при котором любая прямая, соединяющая две точки движущегося тела, перемещается параллельно самой себе.

2. Вращение вокруг неподвижной оси (вращательное движение) — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, лежащим в параллельных плоскостях, таким, что центры этих окружностей лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

3. Плоское движение — движение, при котором все точки тела движутся в параллельных плоскостях.

4. Движение вокруг неподвижной точки.

5. Свободное движение.

Первые два движения (поступательное и вращение вокруг неподвижной оси) являются основными движениями твердого тела. Остальные виды движения твердого тела, оказывается, можно свести к одному из основных движений или к их совокупности (это будет показано на примере плоского движения).

Литература

1.Иванов, В. К. Физика. Механика, молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие для реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки бакалавров 16.03.01 "Техническая физика" / В. К. Иванов, А. Н. Ипатов; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, [Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций] Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. 162 с.

2. Иродов И.Е Механика. Основные законы [Электронный ресурс] / И. Е. Иродов. —12-е изд. (эл.). —М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014.—309 с.: ил.

3. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности: учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1986.− 400с.

4. Савельев И. В. Курс физики: учебное пособие для вузов по техническим и технологическим направлениям и специальностям: [в Т. 1: Механика; Молекулярная физика Изд. 5-е, стер. 2016. 350 с. 5. 3 т.].

5. Сивухин Д. В. Общий курс физики: учебное пособие для физических специальностей вузов: [в 5 томах] Т. 2: Термодинамика и молекулярная физика/ Д. В. Сивухин. Изд. 6-е, стер. Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 543 с.

6. Трофимова Т. И. Курс физики: учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1999.− 542 с.

7. Физические величины: Справочник/ А.П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А.М. Братковский и др. Под.ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991.− 1232 с.

Разработал доцент кафедры физика

Леонова Н. А.