

1) Волновое уравнение для электромагнитного поля.

В физике волной называют такое изменяющееся во времени пространственно-периодическое чередование максимумов и минимумов любой физической величины.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{M}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad [\nabla \times \vec{E}] = -\frac{M}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi \rho; \quad (\nabla \cdot \vec{D}) = 4\pi \rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0; \quad (\nabla \cdot \vec{B}) = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \vec{B} = M\vec{H}; \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}; \quad [\nabla \times \vec{H}] = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Рассмотрим электрическое и магнитное поля: / среда без зарядов и токов:  $\rho = 0; \vec{J} = 0$

$$[\nabla \times \vec{E}] = -\frac{M}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$(\nabla \cdot \vec{E}) = 0$$

$$(\nabla \cdot \vec{H}) = 0$$

$$[\nabla \times \vec{H}] = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} [\nabla \times \vec{E}] = [\nabla \times [\nabla \times \vec{E}]] = -\frac{M}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \times \vec{H}]$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\epsilon M}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta^2 = \nabla^2; \quad \Delta \vec{E} = +\frac{\epsilon M}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \text{волновое уравнение}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{E} = \frac{\epsilon M}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \text{волновое уравнение для } \vec{E}$$

$$\Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon M}} = \frac{c}{n}$$

если  $n = \sqrt{\epsilon M} = 1$ , то  $v = c$ , что является показателем электромагнитной природы света. Для  $\vec{E}$  получено волновое уравнение, что означает волновую природу  $\vec{E}$ . Аналогично получаем, что  $\Delta \vec{H} = \frac{\epsilon M}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$

## 2) Плоские гармонические волны.

плоская волна:  $f = f_1(x, t) = f_1(at - bx)$ ;  $a, b = \text{const}$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = f_1'(-b)$$

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f_1}{\partial x} \right) = b^2 f_1''$$

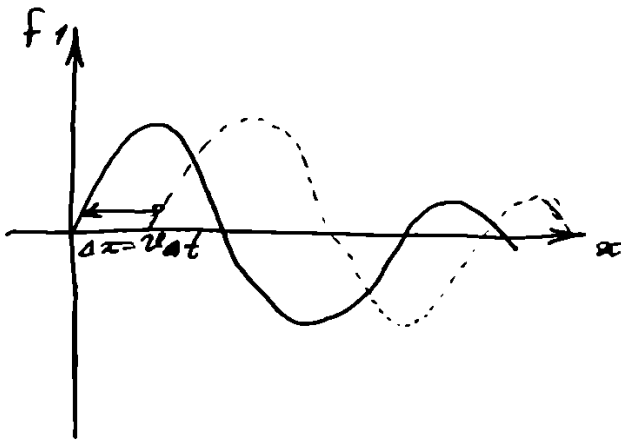
$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = f_1' a$$

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial f_1}{\partial t} \right) = a^2 f_1''$$

$$\Rightarrow f_1'' = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow f_1'' = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} = \frac{b^2}{a^2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2}; \frac{1}{v} = \frac{b}{a}; v = \frac{a}{b}$$



значение аргумента в точке „ $x$ “ во время „ $t$ “ совпадает со значением в точке „ $x + \Delta x$ “ во время „ $t + \Delta t$ “ тогда, когда „ $\Delta x = v \Delta t$ “

$$f_1(at - bx) = f_1 \left[ a \left( t - \frac{b}{a} x \right) \right] = f_1 \left[ a \left( t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$f_1(a(t + \Delta t) - b(x + \Delta x)) = f_1 \left[ a \left( t + \Delta t - \frac{x + \Delta x}{v} \right) \right] = f_1 \left[ a \left( t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

$\uparrow$   
 $\Delta x = v \Delta t$

$$f_1(at - bx) \rightarrow \text{вдоль „} ox \text{“}$$

$$f_2(at + bx) \rightarrow \text{против „} ox \text{“}$$

$$\frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2}$$

$$f = f_1 + f_2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

Всякий раз, когда из физических соображений можно установить, что та или иная физическая величина удовлетворяет уравнению  $\Delta f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$  (волновое уравнение), можно утверждать, что процесс имеет волновой характер.

$f = A \cos(\omega t - kx)$  - пример гармонической волны.

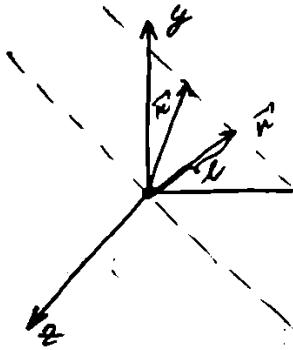
$$\omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$\lambda = vT = \frac{\omega}{k} T = \frac{2\pi v}{k}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

"фазовая скорость":  $\omega t - kx = \text{const}$

$$\omega dt - k dx = 0; \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v$$



$$x, y, z = 0; f = A \cos \omega t$$

$$\text{при } x, y, z \neq 0; f = A \cos \omega \left( t - \frac{l}{v} \right)$$

$$l = (\vec{r} \cdot \vec{k})$$

$$f = A \cos \left( \omega t - \frac{\omega (\vec{r} \cdot \vec{k})}{v} \right) =$$

$$= A \cos (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$f = A \cos (\omega t - k_x \cdot x - k_y \cdot y - k_z \cdot z)$$

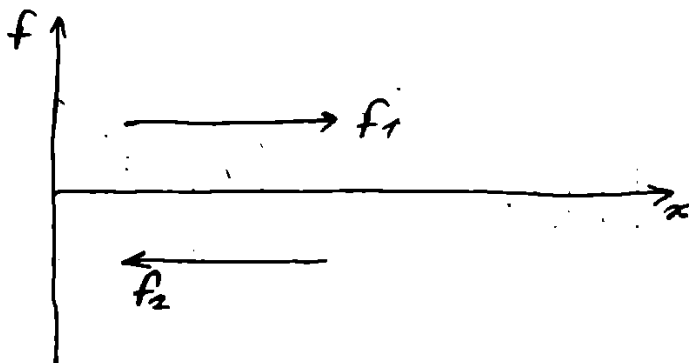
### 3) Стоячие волны.

стоячая волна получается при наложении двух идущих навстречу:

$f = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  - гармоническая волна.

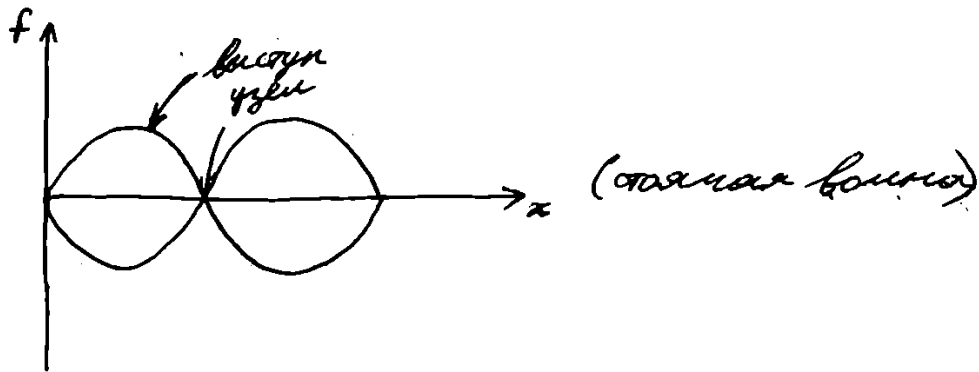
$$f_1 = A \cos(\omega t - kx)$$

$$f_2 = A \cos(\omega t + kx)$$



$f_3 = f_1 + f_2$  — сложение волн, идущих навстречу.

$$f_3 = f_1 + f_2 = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t$$



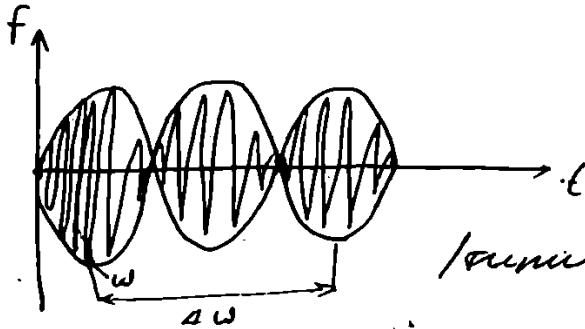
4) Дисперсия. Групповая скорость.

"Битения":  $f_1 = A \cos \omega_1 t$   
 $f_2 = A \cos \omega_2 t$  }  $f = f_1 + f_2 = 2A \cos \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right) t \cos \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t$

$$f = 2A \cos \frac{\Delta \omega}{2} t \cos \omega t$$

$$\omega_1 = \omega_2 + \Delta \omega$$

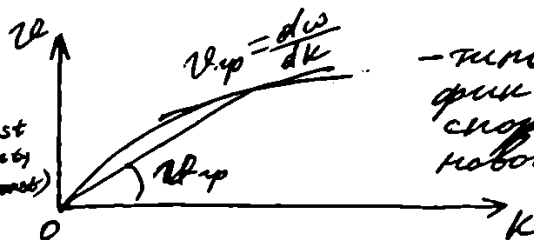
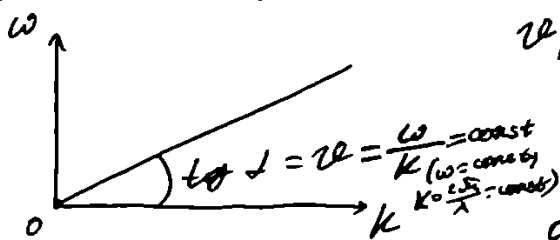
$$\Delta \omega \ll \omega_1 = \omega_2$$



типичный пример амплитудной модуляции!

$$A = A \cos(\omega t - kx)$$

фазовая скорость:  $v = \frac{\omega}{k}$ ; если волна монохроматическая, то фазовая скорость постоянна и равна скорости распространения волны. Однако экспериментальные исследования распространения электромагнитных волн в материальных средах показывают, что величина  $v$  не является константой и зависит от  $k$ .



типичный график зависимости скорости  $v$  от волнового числа  $k$ .

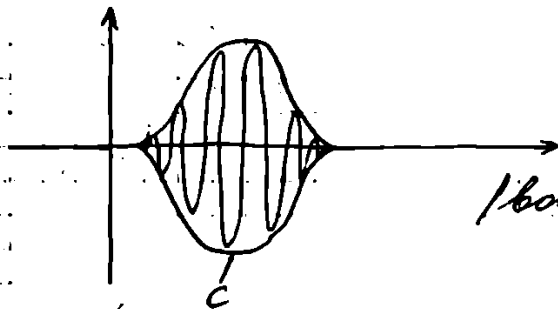
Эта зависимость отражает дисперсию скорости. Зависимость  $\omega$  от  $k$  при этом описывается степенной.

$$v = v(\omega) \\ \begin{cases} \rightarrow v(k) \\ \rightarrow v(\lambda) \end{cases} \text{ / дисперсия /}$$

$$f = A \cos(\underbrace{\omega_1 t - k_1 x}_{\varphi_1}) + A \cos(\underbrace{\omega_2 t - k_2 x}_{\varphi_2}) + \dots$$

$$\omega_1 \approx \omega_2$$

$$f \approx \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) + \dots$$



/волновой пакет, когда много волн/

максимум амплитуды будет, когда  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0, 2\pi, \dots$ , что соответствует точке "C" на графике.

если  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , то это - минимум.

Максимум большого числа волн (амплитуды) достигается при совпадении фаз всех волн (в одной точке) и они равны.

$$x = x_0; \frac{d\varphi}{dk} = 0 = \frac{d}{dk} (\omega t - kx)$$

$$t \frac{d\omega}{dk} - x = 0$$

$$x_0 = \frac{d\omega}{dk} t$$

$u = \frac{d\omega}{dk}$  - групповая скорость (скорость движения центра (максимума) группы)

5) Поляризация векторной волны.

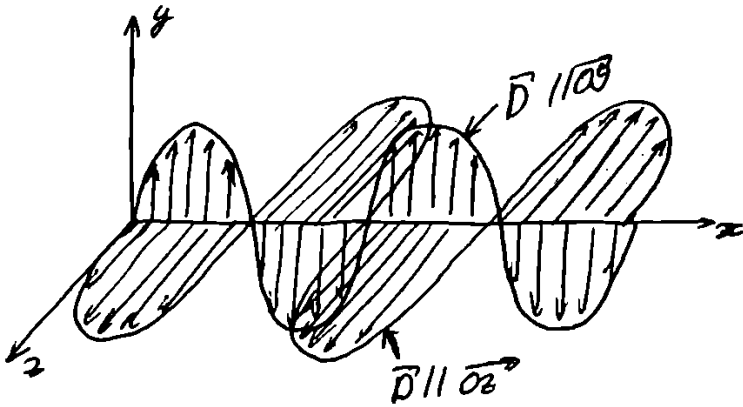
$$f = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

если  $f = \vec{E}, \vec{H}, \vec{D}$  (векторная величина), то это - векторная волна.

$$\vec{D} = \vec{A} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \Rightarrow \vec{D} = \vec{A} \cos(\omega t - kx)$$

если  $\vec{D} \parallel \vec{ox}$  - продольная векторная волна,  $D_x = A \cos(\omega t - kx)$

если  $\vec{D} \perp \vec{ox}$  - поперечная волна.



„Поларизация“ векторного ансамбля — это упорядоченность направлений колебаний векторов, входящих в векторный ансамбль.

$$D_x = 0$$

$$D_y = A \cos(\omega t - kx - L)$$

$$D_z = B \cos(\omega t - kx - \beta)$$



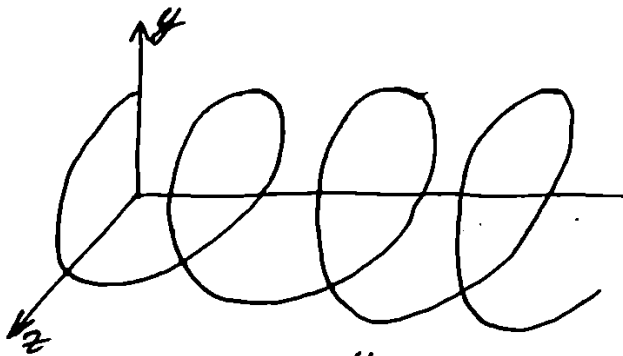
точка  $x=0$ :

$$D_y = A \cos(\omega t - L); \quad \frac{D_y}{A} = \cos(\omega t - L) = \cos \omega t \cos L + \sin \omega t \sin L \quad ①$$

$$D_z = B \cos(\omega t - \beta); \quad \frac{D_z}{B} = \cos(\omega t - \beta) = \cos \omega t \cos \beta + \sin \omega t \sin \beta \quad ②$$

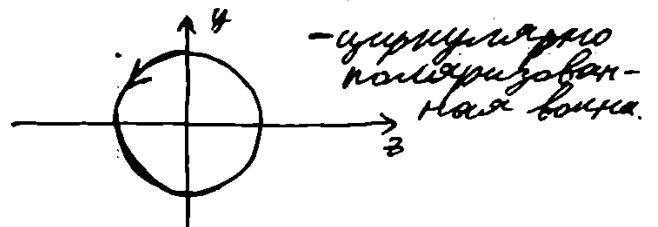
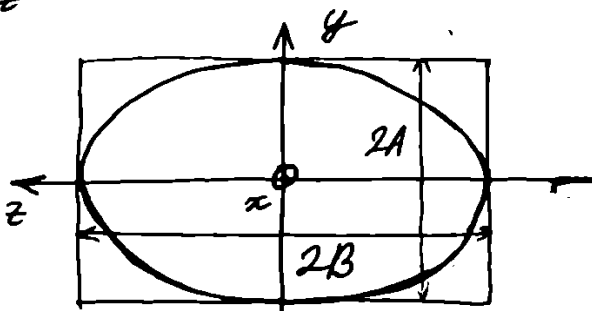
$$\left. \begin{array}{l} ① \cdot \cos \beta \\ ② \cdot (-\cos L) \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} ① \cdot \sin \beta \\ ② \cdot (-\sin L) \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} \text{сложив} \\ \text{оба уравне-} \\ \text{ния по вы-} \\ \text{читаемости} \end{array} \right\}$$

$$\frac{D_y^2}{A^2} + \frac{D_z^2}{B^2} - 2 \frac{D_y D_z}{AB} \cos(L - \beta) = \sin^2(L - \beta) \quad \text{— уравнение эллипса в тригонометрической форме (уравнение описывает эллиптически поляризованную волну)}$$



если  $L - \beta = \frac{\pi}{2}$  и  $A = B$ , то

$$D_y^2 + D_z^2 = A^2 \quad \text{— окружность:}$$



— циркулярно поляризованная волна.

если  $\alpha - \beta = 0, \pm \pi$ , то  $(\frac{D_y}{A} - \frac{D_z}{B})^2 = 0$ ;  $D_y = \frac{A}{B} D_z$  - линейно поляризованная волна.  
 можно заметить волну на свет, что видно и по ней, и говорить о поляризации света.

б) свойства плоских электромагнитных волн.  
 Ответы Герца.

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{M}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; [\nabla \vec{E}] = -\frac{M}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad ①$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; [\nabla \vec{H}] = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad ②$$

$$\text{div } \vec{H} = 0; (\nabla \cdot \vec{H}) = 0 \quad ③$$

$$\text{div } \vec{E} = 0; (\nabla \cdot \vec{E}) = 0 \quad ④$$

$\epsilon, \mu = \text{const}$  - скалярные функции;  $\rho, \vec{j} = 0$ .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \beta)$$

по Эйлеру:  $e^{i t} = \frac{\cos t}{\text{Re}} + \frac{i \sin t}{\text{Im}}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \text{Re } \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)} \\ \vec{H} &= \text{Re } \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \beta)} \end{aligned} \right\} ⑤$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}} &= -i \vec{k} e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}}; \frac{\partial}{\partial t} e^{i \omega t} = i \omega e^{i \omega t} \\ \vec{k} \cdot \vec{r} &= k_x x + k_y y + k_z z \end{aligned} \right\}$$

⑤ → ①-④

$$① \Rightarrow [\nabla \times \vec{E}] = \nabla [\nabla \times \vec{E}]_x + \vec{j} [\nabla \times \vec{E}]_y + \vec{k} [\nabla \times \vec{E}]_z$$

$$[\nabla \times \vec{E}]_y = \left( \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z \right) = E_{0x} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)} (-i k_z) + E_{0z} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)} (-i k_x)$$

$$= i (k_x E_{0z} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)} - k_z E_{0x} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)}) = i (k_x E_z - k_z E_x) = -i [\vec{k} \times \vec{E}]_y$$

no x и z - аналогично

$$\Rightarrow [\nabla \times \vec{E}] = -i [\vec{k} \times \vec{E}]$$

$$[\vec{k} \times \vec{E}] = \frac{\omega \mu}{c} \vec{H}$$

$$② \Rightarrow -i [\vec{k} \times \vec{H}] = i \frac{\omega \epsilon}{c} \vec{E}; \Rightarrow [\vec{k} \times \vec{H}] = -\frac{\omega \epsilon}{c} \vec{E}$$

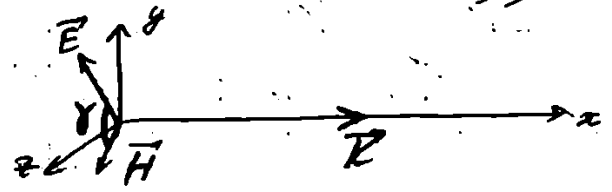
$$③ \Rightarrow -i (\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0; \Rightarrow (\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0$$

$$④ \Rightarrow (\vec{k} \cdot \vec{E}) = 0$$

$$\vec{E} = \text{Re } \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha)$$

$$\vec{H} = \text{Re } \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \beta)} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \beta)$$

$k_x = k, k_y = k_z = 0; E_x = H_x = 0$   
 $(\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0 \Rightarrow \vec{H} \perp \vec{k}$   
 $(\vec{k} \cdot \vec{E}) = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{k}$   
 взаимная перпендикулярность векторов



Экспериментальное доказательство поперечности электромагнитной волны - поляризация электромагнитной волны.

Найдём z-компоненту уравнения  $[\vec{k} \times \vec{E}] = \frac{\omega M}{c} \vec{H}$ :

$$[\vec{k} \times \vec{E}]_z = \frac{\omega M}{c} H_z$$

$$k_x E_y - k_y E_x = \frac{\omega M}{c} H_z = k_x E_y; \Rightarrow H_z = \frac{k c}{\omega M} E_y; (E_y = E; k_x = k; k_y = 0; E_x = 0)$$

Найдём y-компоненту уравнения  $[\vec{k} \times \vec{H}] = -\frac{\omega \epsilon}{c} \vec{E}$ :

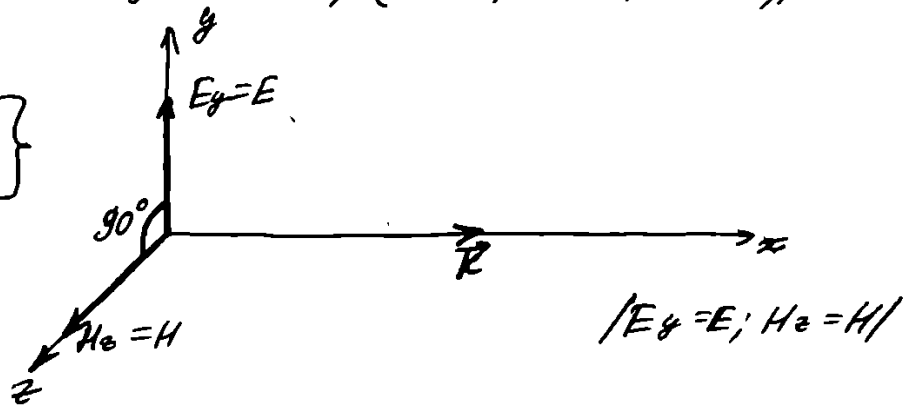
$$[\vec{k} \times \vec{H}]_y = -\frac{\omega \epsilon}{c} E_y$$

$$k_z H_z - k_x H_x = -\frac{\omega \epsilon}{c} E_y = -k_x H_x; (k_x = k; k_z = 0; H_x = 0); \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_z = \frac{\omega \epsilon}{k c} E$$

$$k E = \frac{M \omega}{c} H_z$$

$$k H_z = \frac{\omega \epsilon}{c} E$$



$$k \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx - \alpha) = \frac{M \omega}{c} \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx - \beta)$$

т.к. это соотношение выполняется при  $\forall t$  и  $\forall x$ , то

$$k \vec{E}_0 = \frac{M \omega}{c} \vec{H}_0; k = \frac{\omega}{v}; v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon M}}$$

$$\frac{\omega \sqrt{\epsilon M}}{c} \vec{E}_0 = \frac{M \omega}{c} \vec{H}_0$$

$$\sqrt{\epsilon'} \vec{E}_0 = \sqrt{M} \vec{H}_0$$

$$\sqrt{\epsilon'} \vec{E}_0 = \sqrt{M} \vec{H}_0$$

-||-, то  $\alpha = \beta$  (синфазность)

т.к. колебания  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  синфазны, то  $\sqrt{\epsilon'} \vec{E} = \sqrt{M} \vec{H}$

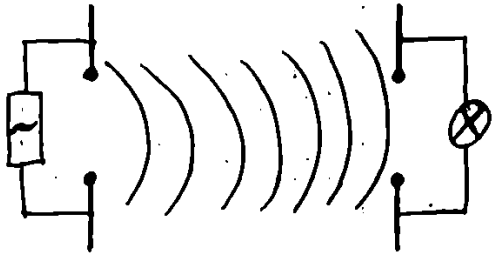
$$\text{в СИ: } H_0 \sqrt{\mu \mu_0} = E_0 \sqrt{\epsilon \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{H_0} = 377$$

Ортогональность  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  плоской электромагнитной волны следует из уравнений:  $[\vec{k} \times \vec{E}] = \frac{\omega M}{c} \vec{H}$   
 $[\vec{k} \times \vec{H}] = -\frac{\omega \epsilon}{c} \vec{E}$







$$\lambda = (0,6 \div 10) \mu\text{m}$$

Перед вами:

- 1) э/м волны.
- 2) поперечность э/м волн, поляризованность волн.
- 3) законы отражения
- 4) законы преломления
- 5) стоячие волны в резонаторе;  $l = n \frac{\lambda}{2}$ ;  $\Rightarrow v = c$ .

4) Энергия электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга.

важнейшее свойство электромагнитной волны состоит в том, что она может переносить энергию от точки к точке.

$$W = \int_V \omega dV; \omega - \text{объёмная плотность энергии}$$

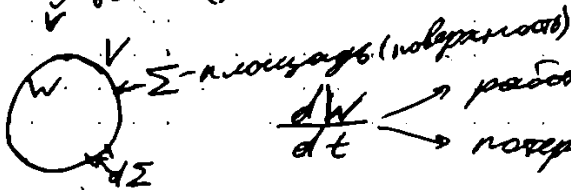
энергетическое поле:  $\omega_E = \frac{\epsilon E^2}{8\pi\epsilon_0}$

магнитное поле:  $\omega_H = \frac{\mu H^2}{8\pi\mu_0}$

$$\omega_{\text{эм}} = \omega_E + \omega_H = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} (\mu H^2 + \epsilon E^2)$$

$$\epsilon E^2 = \mu H^2; \Rightarrow \omega_E = \omega_H = \frac{1}{2} \omega_{\text{эм}}; \omega_{\text{эм}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (\mu H^2 + \epsilon E^2)$$

$$W = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (\mu H^2 + \epsilon E^2) dV$$



$\frac{dW}{dt}$  → работа внутри (потери энергии внутри)  
 → потери через поверхность.

$$\int_V (\vec{E} \cdot \vec{j}) dV - \text{потери энергии внутри объёма}$$

↑  
 Дирак-Ленгмю  
 $\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi\epsilon}{c} \vec{j} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \Rightarrow \vec{j} = \frac{c}{4\pi\epsilon} \text{rot } \vec{H} - \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$(\vec{E} \cdot \vec{j}) = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \text{rot } \vec{H} - \frac{\epsilon}{4\pi} \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{⊗}$$

↑  
 потери (Дирак-Ленгмю) на единицу объёма.

$$\text{div} [\vec{a} \times \vec{b}] = (\nabla \cdot [\vec{a} \times \vec{b}]) = \nabla_a [\vec{a} \cdot \vec{b}] + \nabla_b [\vec{a} \cdot \vec{b}] = \vec{b} [\nabla_a \times \vec{a}] - \vec{a} [\nabla_b \times \vec{b}] =$$

$$= \vec{b} [\nabla_a \times \vec{a}] - \vec{a} [\nabla_b \times \vec{b}] = \vec{b} \operatorname{rot} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{rot} \vec{b}; \quad ] \vec{a} = \vec{E}, \vec{b} = \vec{H}$$

$$\operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}] = \vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H}; \quad \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}]$$

$$\circledast = \frac{c}{4\pi\epsilon} \vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \frac{c}{4\pi\epsilon} \operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}] - \frac{\epsilon}{4\pi\epsilon} \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{M}{\epsilon} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} =$$

$$= -\frac{M}{4\pi\epsilon} \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \frac{\epsilon}{4\pi\epsilon} \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{c}{4\pi\epsilon} \operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}]$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \frac{M H^2 + \epsilon E^2}{8\pi\epsilon} = -\frac{\partial \omega}{\partial t}$$

$$\Rightarrow (\vec{E} \cdot \vec{j}) = -\frac{\partial \omega}{\partial t} - \frac{c}{4\pi\epsilon} \operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}]$$

$$\int_V (\vec{E} \cdot \vec{j}) dV = -\frac{d}{dt} \int_V \omega dV - \frac{c}{4\pi\epsilon} \int_V \operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}] dV$$

$\frac{dW}{dt}$ 

 $\frac{c}{4\pi\epsilon} \oint_{\Sigma} [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{\Sigma}$

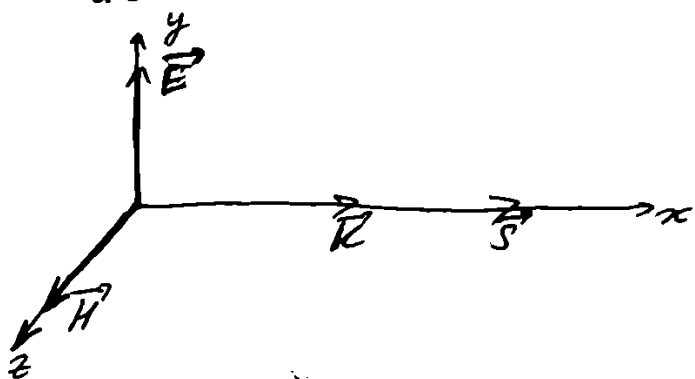
$$\frac{dW}{dt} = -\int_V (\vec{E} \cdot \vec{j}) dV - \frac{c}{4\pi\epsilon} \oint_{\Sigma} [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{\Sigma} \quad \text{— закон сохранения энергии}$$

$\vec{S} = \frac{c}{4\pi\epsilon} [\vec{E} \times \vec{H}]$  — вектор плотности потока электромагнитной энергии — вектор Пойнтинга.

если  $V$  — всё поле:  $\frac{dW}{dt} \Leftrightarrow \int (\vec{E} \cdot \vec{j})$  — потери в объёме

если  $V$  — конечен, среда непроводящая ( $\vec{j} = 0$ ):

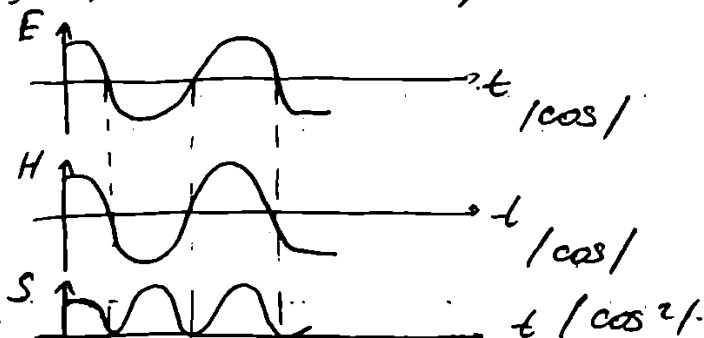
$$\frac{dW}{dt} = -\oint \vec{S} d\vec{\Sigma}$$



энергия (поток энергии) направлена (согласована) с волной.

$$(\vec{E} \cdot \vec{j}) = -\frac{\partial \omega}{\partial t} - \operatorname{div} \vec{S}; \quad \text{если } \vec{j} = 0, \text{ то } \operatorname{div} \vec{S} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$$

$\vec{j} = \rho \vec{v}$ ;  $\vec{S} = \omega \vec{v}$  (вектор плотности потока энергии)



"Сила света":  $I = \frac{1}{T} \int S dt = \langle S \rangle$

$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} E_0 H_0 \langle \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - L) \rangle = \frac{c}{8\pi} E_0 H_0$$

$$\sqrt{\epsilon} E_0 = \sqrt{\mu} H_0$$

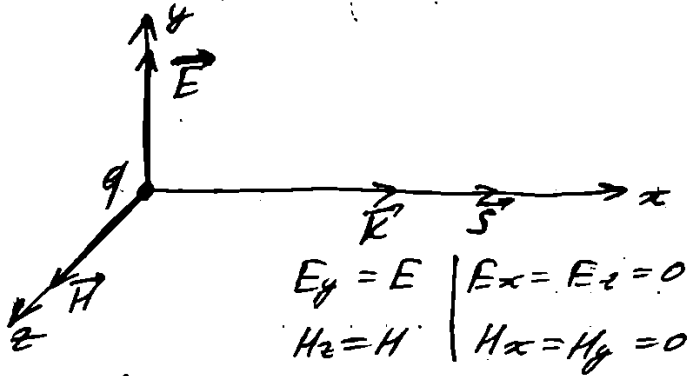
$$I = \langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} E_0^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

прозрачные среды:  $\mu \approx 1, n = \sqrt{\epsilon \mu} = \sqrt{\epsilon}, \Rightarrow I \sim n E_0^2$

д) Минимумы электромагнитной волны. Давление света.

рассмотрим заряд "q", на который падает плоская электромагнитная волна:

(вакуум:  $\epsilon = \mu = 1$ ,  
 $\Rightarrow E = H$ )



$$\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{H}]$$

$$F_x = qE_x + \frac{q}{c} (v_y H_z - v_z H_y)$$

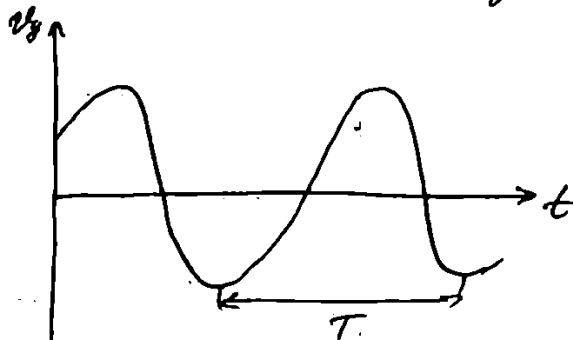
$$F_y = qE_y + \frac{q}{c} (v_z H_x - v_x H_z)$$

$$F_z = qE_z + \frac{q}{c} (v_x H_y - v_y H_x)$$

$$\Rightarrow F_x = \frac{q}{c} v_y H$$

$$\Rightarrow F_y = qE - \frac{q}{c} v_x H$$

$$\Rightarrow F_z = 0$$



$v_x \ll v_y$ ; т.е. скорость будет меняться медленнее

$v_x \ll v_y$ ; т.е. скорость

будет меняться медленнее

Поведение заряда будет определяться средними за период значениями амплитуд:

$$\langle F_x \rangle = \frac{q}{c} \langle v_y H \rangle, \langle F_y \rangle = \frac{q}{0} \langle E \rangle - \frac{q}{c} \langle v_x H \rangle = 0$$

т.к.  $v_x$  много меньше  $v_y$ ,  
 $\Rightarrow \langle v_x H \rangle \approx v_x \langle H \rangle, \alpha \langle H \rangle = 0$

$\langle E \rangle = 0$ , т.к.  $|E| = |E_0| |\cos(\omega t - kx - t)|$   
среднее за период от максимума 0

$\langle \vec{F} \rangle = \int \frac{q}{c} \langle v_y H \rangle = \langle \frac{d\vec{p}}{dt} \rangle$   
 $\int \frac{q}{c} \langle v_y E \rangle$   
 (т.к.  $E = H$ )

Работа, совершаемая над зарядом в единицу времени:  $\frac{dW}{dt} = (\vec{v} \vec{F}) = q(\vec{v} \vec{E}) + \frac{q}{c} (\vec{v} [\vec{v} H]) = q(\vec{v} \cdot \vec{E})$

$\langle \frac{dW}{dt} \rangle = q \{ \langle v_x E_x \rangle + \langle v_y E_y \rangle + \langle v_z E_z \rangle \}$  Отт.  $\vec{v} \perp H$   $= |E_y| = E = q \langle v_y E \rangle$

сравниваем:  $\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \rangle = q \langle v_y E \rangle$

$\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \rangle = \int \frac{1}{c} \langle \frac{dW}{dt} \rangle$ ;  $\vec{p} = \frac{W}{c} \vec{e}$ ;  $\frac{dW}{dt} = q \langle v_y E \rangle$

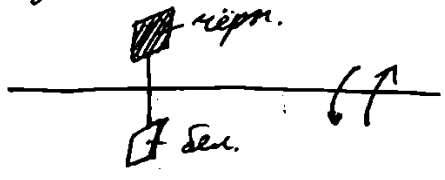
в единице объема  $V$ :  $W = w$   
 $m = \frac{w}{c^2} \rightarrow \rho = m v = \frac{w}{c^2} v$

$\vec{g}$ -вектор плотности потока импульса  
 $\vec{g} = \frac{w}{c^2} \vec{v} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{1}{4\pi c} [\vec{E} \vec{H}]$ ;  $\vec{S}$ -вектор Пойнтинга.

фотон:  $W = h \omega$ ;  $\vec{p} = \vec{e} h \frac{\omega}{c} = \vec{e} h k$ ;  $h$  - постоянная Планка

эсп.: @ Эррент Мессбауэра.

② давление света (опыт Леджева):

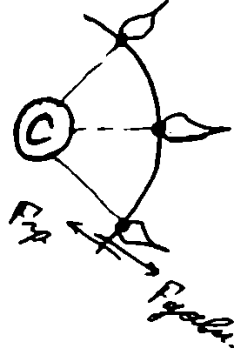


$\vec{p} = m \vec{v}$  | зерк.  
 $\vec{v} \rightarrow$  |  $F_H = \frac{dp}{dt} = \frac{m v}{dt}$

дет.  
 $\vec{v} \rightarrow$  |  $F_S = \frac{dp}{dt} = \frac{2(mv)}{dt}$

$F_S = 2F_H$

звезда комет:

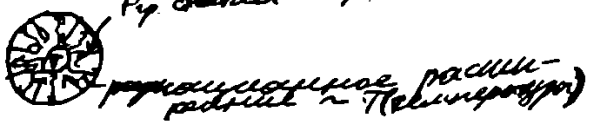


$F_{грав} = \frac{M_c \cdot m}{r^2} \sim m \sim V \sim r^3$   
 $F_{изл.} \sim S \sim r^2$   
 $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho$

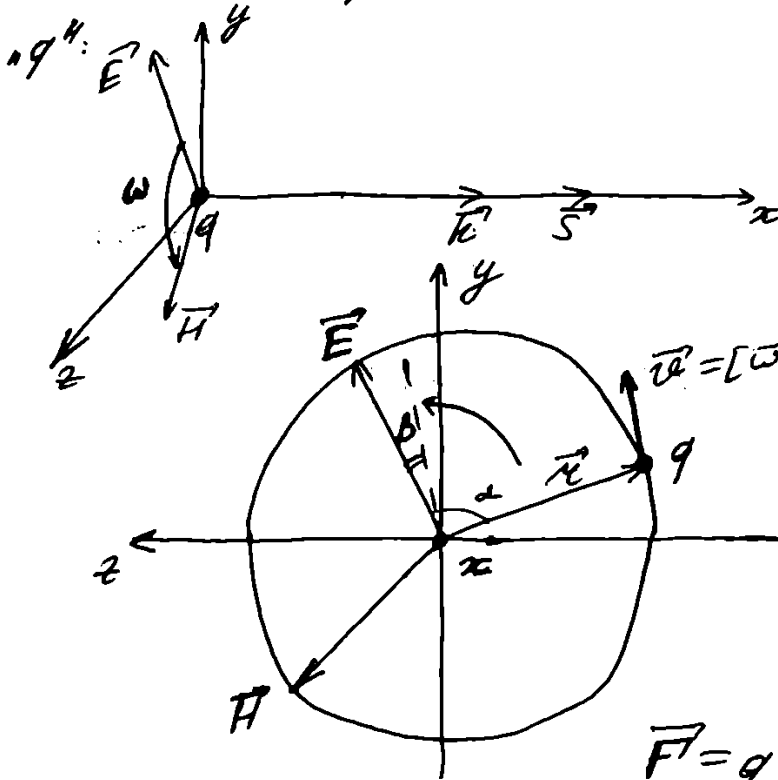
для малых  $r_0$ :  $r_0 \sim r_0^3$ ?  
 Значит давление пре-  
 вышает эффект гравита-  
 ции

$F_{грав}$  растет  $\sim r^3$

размеры звезд (эквилибрум):



9) Момент импульса электромагнитных волн:  
 рассмотрим действующее циркулярно поляризованной электромагнитной волны на заряд



$$E_y = E_0 e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$E_z = E_0 e^{i\omega t}$$

заряд начинает двигаться, приобретает круговое движение, т.к. на него действует момент силы  $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$

$$\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] \quad (3)$$

$$\Rightarrow \vec{M} = q [\vec{r} \times \vec{E}] + \frac{q}{c} [\vec{r} \times [\vec{v} \times \vec{H}]]$$

$$\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{M} dt = q \langle [\vec{r} \times \vec{E}] \rangle + \frac{q}{c} \langle [\vec{r} \times [\vec{v} \times \vec{H}]] \rangle$$

$$\Rightarrow \langle \vec{M} \rangle = q \langle [\vec{r} \times \vec{E}] \rangle$$

$$\langle \vec{M} \rangle = \langle \frac{dL}{dt} \rangle \Rightarrow \vec{i} q r E \sin \alpha$$

$$\omega \vec{M} = \omega \langle \frac{dL}{dt} \rangle = \vec{i} \langle q r \omega E \sin \alpha \rangle = \vec{i} \langle q v E \cos \beta \rangle =$$

$$= \vec{i} q \langle (\vec{v} \vec{E}) \rangle \quad | \sin(\frac{\pi}{2} + \beta) = \cos \beta |$$

т.к.  $\langle \frac{dW}{dt} \rangle = \langle q (\vec{v} \vec{E}) \rangle$ , то  $\langle \frac{dL}{dt} \rangle = \vec{i} \frac{1}{\omega} \langle \frac{dW}{dt} \rangle$

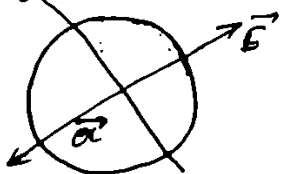
$$\vec{L} = \frac{W}{\omega} \vec{i} \quad | \vec{p} = \frac{W}{c} \vec{i} |$$

Электромагнитная волна передает энергию, импульс и момент импульса, следовательно, она сама обладает этими параметрами.

Фотон:  $W = h\omega$ ;  $\vec{p}_p = \frac{h\omega}{c} \vec{i} = h\vec{k}$ ;  $\vec{L} = \frac{h\omega}{\omega} \vec{i} = h\vec{k}$   
 спин фотона  $h$ .

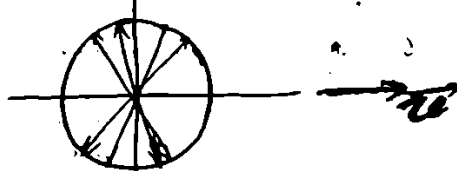
10) Излучение ускоренно движущегося точечного заряда. Запоздавающее поле. Излучение электрического диполя.

неподвижный заряд:

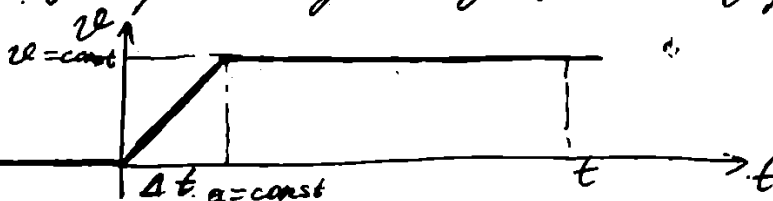


$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

равномерно движущийся заряд: ( $v = \text{const}$ ;  $a = 0$ )

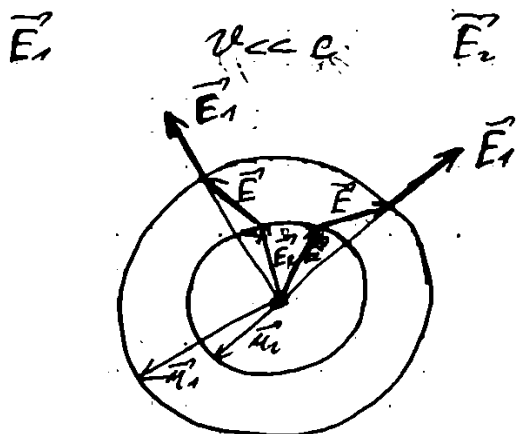


ускоренно движущийся заряд:



(от  $-\infty$  до 0 неподв. заряд; затем равно-мерно движ. заряд)

$t \gg \Delta t$



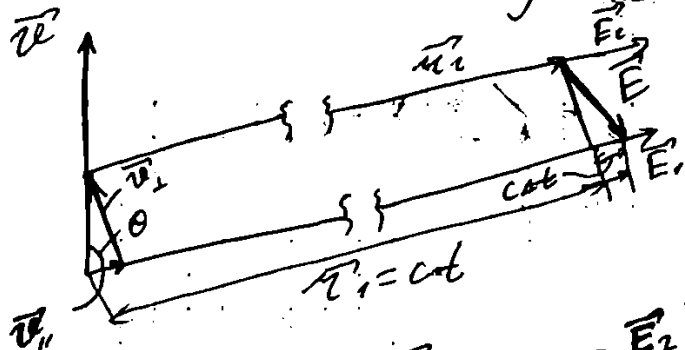
$$\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_1}{r_1^3}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}$$

$$\text{div } \vec{E} = 4\pi\epsilon_0 \rho$$

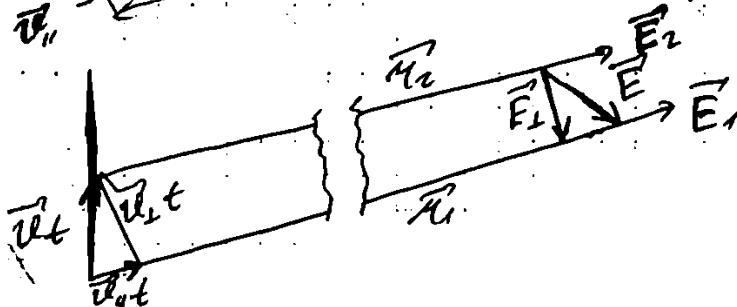
$$\oint \vec{E} d\vec{\Sigma} = 4\pi\epsilon_0 \sum q_i$$

$$\oint \vec{E} d\vec{\Sigma} = 0, \text{ div } \vec{E} = 0$$



$v \ll c$

$n_1 \approx n_2$ , но, однако, в общем,  $n_2 < n_1$ ;  $\vec{E}$  — запоздающее поле.



$$\oint \vec{E} d\vec{\Sigma} = \Phi_{\text{вход}} + \Phi_{\text{вых}} = 0$$

$(\vec{E}_1) \quad (\vec{E}_2)$

$$E_1 = E_2 = \frac{q}{4\pi r^2}$$

▮  $\vec{E}'_{\perp}$  - новое поле, появившееся в результате изменения  
 если  $v \ll c$ , то  $\vec{E}'_{\perp}$  почти кулоновское

$$\frac{v_{\perp} t}{c \Delta t} = \frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}} \quad (\text{по подобию тригонометриков})$$

$$E_{\perp} = E_{\parallel} \frac{v_{\perp} t}{c \Delta t}$$

$$E_{\parallel} = E_1 = \frac{q}{4\pi r^2}; \quad t = \frac{r_1}{c}$$

$$v_{\perp} = a_{\perp} \Delta t$$

$$\rightarrow E_{\perp} = \frac{q}{4\pi r_1^2} \frac{a_{\perp} r_1 \Delta t}{c \Delta t}$$

$$E_{\perp}(t) = \frac{q}{c^2} \frac{a_{\perp}}{r_1}$$

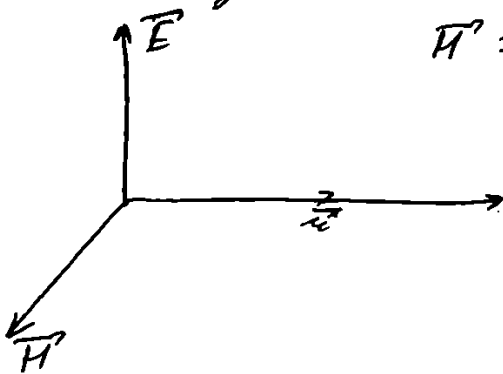
$$a_{\perp}(t') = a_{\perp}(t - \frac{r_1}{c})$$

запаздывающее поле, существующее благодаря ускорению:  $\vec{E}'_{\perp}(t) = -\frac{q}{c^2} \frac{a_{\perp}(t')}{r_1}; \quad t' = t - \frac{r_1}{c}$

далее будем работать с полем  $E_{\perp}$  и будем обозначать его как  $E$ , т.е.  $E$  - подразумеваем  $E_{\perp}$ .

$$\vec{E}(t) = -\frac{q}{c^2} \frac{a_{\perp}(t')}{r_1}; \quad t' = t - \frac{r_1}{c}$$

ускоренно движущийся заряд создает по сравнению с кулоновским еще какое-то поле.



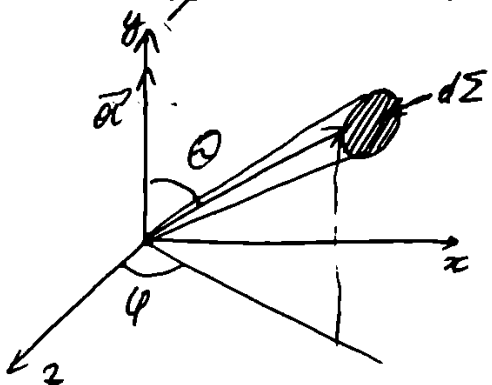
$$\vec{H} = \left[ \frac{r}{c} \times \vec{E} \right]$$

Найдем энергию, которую излучает ускоренно движущийся заряд:

вектор Пойнтинга:  $\vec{S} = \frac{c}{4\pi r^2} [\vec{E} \times \vec{H}] = \frac{q^2}{4\pi c} (E^2) \frac{\vec{r}}{r^2} =$

$$= \frac{c}{4\pi c} \frac{q^2}{c^4} \frac{a_{\perp}^2(t')}{r_1^2} \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

$$\vec{S} = \frac{q^2}{c^3} \frac{a_{\perp}^2(t')}{4\pi r_1^2} \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$



поток энергии через площадку  $d\Sigma$

$$d\vec{\Sigma}: \quad d\Phi = (\vec{S} \cdot d\vec{\Sigma}) = \frac{q^2}{c^3} a_{\perp}^2(t') \frac{d\Sigma}{4\pi r_1^2}$$

$$= \frac{q^2}{c^3 4\pi r^2} a_{\perp}^2(t') d\Omega$$

элементарный угол

$$a_{\perp} = a \sin \theta$$

$$| \frac{d\Omega}{r^2} = d\Omega |$$

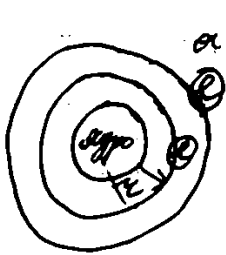
$$d\Phi = \frac{q^2}{c^3 4\pi r^2} a^2 \sin^2 \theta d\Omega - \text{поток энергии через площадь } d\Omega \quad | \frac{d\Omega}{d\Phi} = (r^2 d\Omega)$$

Полная энергия, излучаемая во всех направлениях  $W$ :

$$W = \frac{q^2}{4\pi c^3} a^2 2\pi \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \frac{q^2 a^2}{c^3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$| \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \frac{2}{3} |$$

$$| W(t) = a(t) = t - \frac{r}{c} |$$

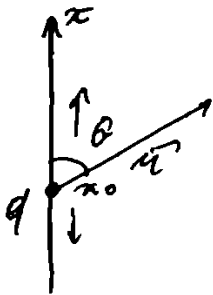


$$a = \frac{2a}{\lambda}$$

радио или поздне элементарно должен быть бы "ураган" на краю источника. Бора:

- ①  $2\pi a = n\lambda$
- ② Э.с.в.м. соответствующие  $\Rightarrow$  не излучаются
- ③  $E_2 - E_1 = h\nu$

Рассмотрим излучение электрического диполя:



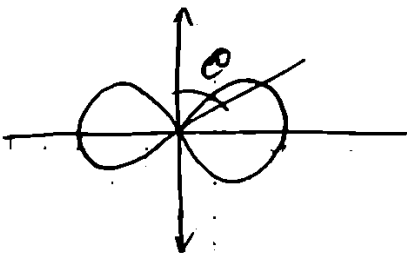
$x = a \cos \omega t$  - колебание электрического диполя.

$$v = \dot{x} = -a\omega \sin \omega t$$

$$a = \ddot{x} = -a\omega^2 \cos \omega t = -x\omega^2$$

$$\Rightarrow d\Phi = \frac{q^2}{c^3 4\pi r^2} a^2 \sin^2 \theta d\Omega = \frac{q^2}{c^3} x^2 \omega^2 \sin^2 \theta \frac{d\Omega}{4\pi r^2}$$

$$d\Phi \sim \sin^2 \theta$$



в направлении своего колебания диполь не излучает; основное излучение происходит в направлении, "л" его колебанию.

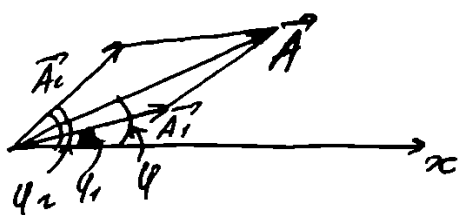


# 1) Явление интерференции волн. Погрешность.

интерференция - суперпозиция волн; перераспределение интенсивности при суперпозиции колеблющихся волн.

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

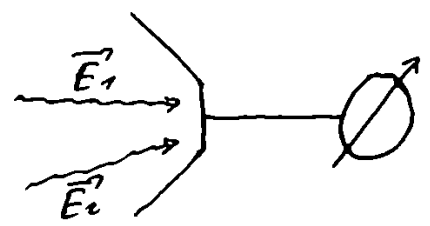
$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$$



$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

если  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$  (колебания совпадают по фазе), то  $A^2 = (A_1 + A_2)^2$   
 если  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , то  $A^2 = (A_1 - A_2)^2$



$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$   
 колебания  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  имеют одинаковую плоскость поляризации, следовательно совпадают.

лучи  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_1)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_2)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$|\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02}|$$

$I \sim E_0^2$   
 ↑ интенсивность

$$I \sim \langle E_0^2 \rangle$$

$$I = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2 \langle (\vec{E}_1 \vec{E}_2) \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle$$

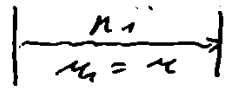
если  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  переменное, то  $\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = 0$  и  $\Rightarrow I = I_1 + I_2$   
 если  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{const}$ , то  $\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle \neq 0$ :  
 если  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ , то  $I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2}$ ; если  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , то  $I = I_1 + I_2 - 2 \sqrt{I_1 I_2}$

Когерентность — согласованное прохождение колебаний; это тогда, когда разность фаз не меняется:  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{const}$ .

если  $I_1 = I_2 = I_0$ , то при  $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$ , то  $I = 4I_0$

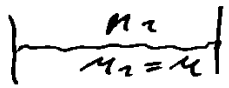
если  $I_1 = I_2 = I_0$ , то при  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ , то  $I = 0$

Разность фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  определяется оптической длиной пути (временем прихода колебаний на рецелтрактор)



$$t_1 = \frac{l}{v_1} = \frac{n_1 \cdot l}{c}$$

$$|v = \frac{c}{n}|$$



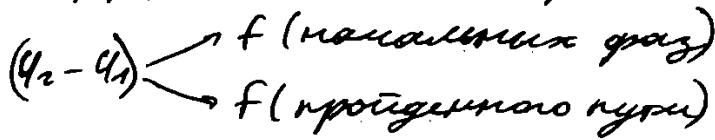
$$t_2 = \frac{l}{v_2} = \frac{n_2 \cdot l}{c}$$

$$n_1 = n_2 = n$$

$l = n \cdot n$  — оптическая длина пути.

(от оптической длины пути зависит время прохождения светом определённого расстояния в определённой среде)

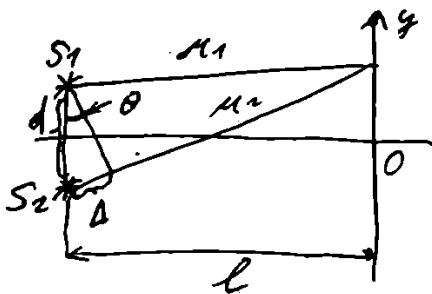
## 12) Интерференционная картина в дальней зоне.



Берём точечный источник света (размеров не имеет), монохроматический источник света с частотой  $\omega$  (оба точечных или оба монохроматических)

Если есть два источника, то они когерентные.

$$E_{01} = E_{02} = E_0$$



$$S_1 \rightarrow E_1 = E_0 \cos(\omega t - k r_1 + \varphi_1)$$

$$S_2 \rightarrow E_2 = E_0 \cos(\omega t - k r_2 + \varphi_2)$$

$\Delta = n_2 - n_1$  — геометрическая разность хода.

$$d \ll l$$

$$\int \alpha_1 = \alpha_2 : I = 2I_0 + 2I_0 \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle; \varphi_2 - \varphi_1 = k(n_2 - n_1) = k \cdot \Delta$$

$$\Rightarrow I = 2I_0 (1 + \langle \cos(k \Delta) \rangle)$$

$$y = l \tan \theta \approx l \theta$$

$$r \gg d; r \gg \Delta$$

$$\delta = \kappa \Delta$$

некогерентные волны:  $\kappa \Delta = f(\theta)$ ;  $\langle \cos \rangle = 0 \Rightarrow I = 2I_0$

когерентные волны:  $\langle \cos \kappa \Delta \rangle \neq 0$

если  $\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm (2m+1)\pi$ ;  $\Delta = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ ;  $\Rightarrow I = 0$

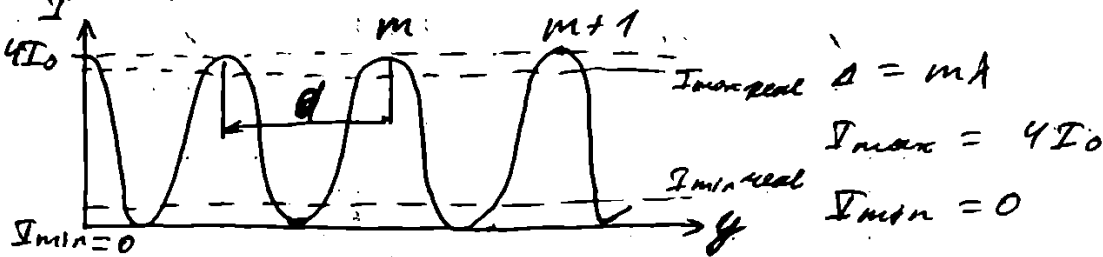
если  $\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$ ;  $\Delta = \pm m\lambda$ ;  $\Rightarrow I = 4I_0$

если:  $\left. \begin{matrix} \vec{E}_1 \text{ в } n_1 \\ \vec{E}_2 \text{ в } n_2 \end{matrix} \right\} \delta = \omega(t_2 - t_1) = \omega \left( \frac{r_2}{c} - \frac{r_1}{c} \right) = \omega \left( \frac{r_2 - r_1}{c} \right) = \omega \left( \frac{\Delta}{c} \right) = \frac{\omega}{c} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \kappa \Delta$

*задержка во времени прихода одного и второго луча*  
*разность оптических путей*

$$\left. \begin{matrix} y = l \tan \theta \approx l \theta \\ \frac{\Delta}{d} = \sin \theta \approx \theta \end{matrix} \right\} \frac{y}{l} = \frac{\Delta}{d}; \quad y = \frac{l \Delta}{d}$$

$$I = 2I_0 (1 + \cos \kappa \Delta) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi y d}{\lambda l} \right) = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi y d}{\lambda l}$$



$$a = \frac{\lambda l}{d}$$

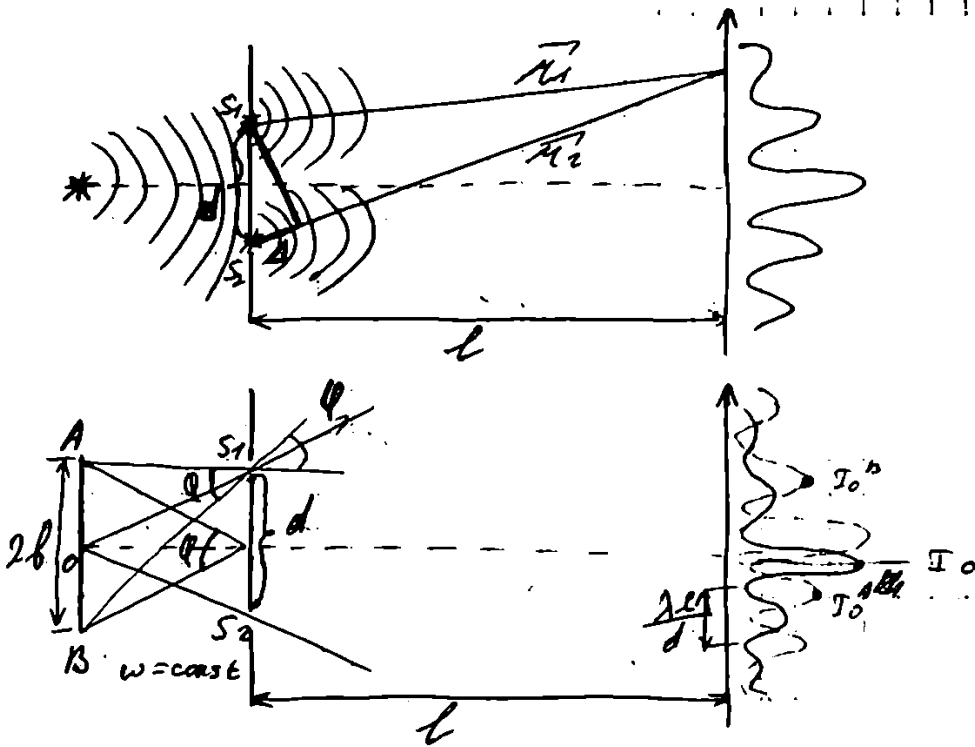
в реальности  $I_{\max} < 4I_0$  и  $I_{\min} > 0$ ;  $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

$0 \leq V \leq 1$ ;  $V$  - видимость (функция видимости)

- когерентность:
- ① идеальная:  $\left\{ \begin{matrix} S_1 \text{ и } S_2 - \text{точечные источники света} \\ \omega_1 = \omega_2 = \omega - \text{монохроматические источники} \end{matrix} \right.$
  - ② реальная:  $\left\{ \begin{matrix} S_1 \text{ и } S_2 - \text{имеют размеры} \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{«пространственная» когерентность} \\ \omega_1 \neq \omega_2 - \text{не монохр. источники} \\ \Rightarrow \text{«временная» когерентность} \end{matrix} \right.$

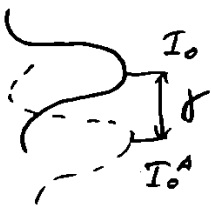
### 13) Пространственная когерентность.

рассмотрим влияние размеров источников на интерференционную картину:



если источники будут не точечными, то картинка будет не точной.

если  $\delta \leq \frac{1}{4} a$ , то картинка еще будет показывать интерференцию

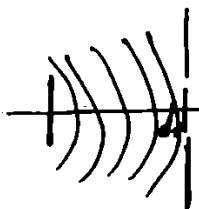


из геометрии:  $\delta \approx \frac{b}{s_1, 0}$ ;  $s_1, 0 = \frac{l}{\sin \frac{\varphi}{2}}$

$$\delta = \frac{b \cdot l}{s_1} \sin \frac{\varphi}{2} = l \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$l \sin \frac{\varphi}{2} \leq \frac{1}{4} \frac{\lambda l}{d}$$

$$\varphi \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda}{d}$$



$d$  "радиус когерентности"

Пример:

Солнце

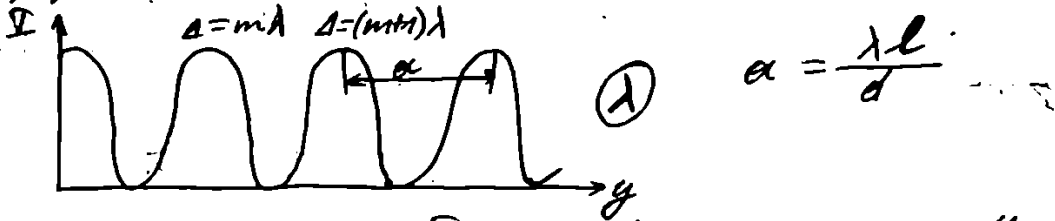
$$\varphi \approx 0,01 \text{ рад}$$

$$\lambda \approx 0,5 \mu = 5 \cdot 10^{-7} \mu$$

$$2d \approx \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-5} \mu = 50 \mu; d \leq 25 \mu$$

# # 14) Временная когерентность.

иначе говоря, временная когерентность — это интерференция не монохроматических волн.



пусть источник будет точечным, т.е.  $\varphi \rightarrow 0$  и радиус когерентности  $d \rightarrow \infty$ :

$$S_1 \rightarrow \lambda$$

$$S_2 \rightarrow \lambda + \Delta\lambda$$



$$(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

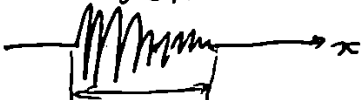
$$\lambda = m\Delta\lambda$$

$$m_{\text{крит.}} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

длина когерентности:

$$L \geq \Delta = m\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$L_{\text{конт}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} ; \lambda \leq \lambda_0 \leq \lambda + \Delta\lambda$$



$\tau_c \approx 10^{-8}$  сек (время излучения) / время когерентности

$$L_c = c\tau_c \quad c = 3 \times 10^8 \text{ м/с}$$

$$\tau_{\text{конт}} \approx \tau_c$$

$$L_c \approx L_{\text{конт}} = c\tau_c$$

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{L} = \frac{\lambda^2}{c\tau}$$

т.к.  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ , то  $|\Delta\nu| = \left| -\frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda \right| \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{c}{\nu} \Delta\nu$

$$\frac{\lambda^2}{c\tau} = \frac{c}{\nu} \Delta\nu ; \Rightarrow \Delta\nu \cdot \tau \approx 1$$

$$\Delta\nu \cdot \tau \approx 1 / 2\pi$$

$$\Delta(\nu \cdot 2\pi) \cdot c \approx 2\pi c$$

$\Delta \omega \cdot c \approx 2\pi c$  - за время  $\Delta t$  наберет фазы  $2\pi$ .  
наберет фазы  $2\pi$ .

т.к.  $c = \frac{\omega}{k}$ ;  $\Rightarrow \Delta \omega \frac{c}{\omega} \approx 2\pi$ ;  $\frac{\omega}{c} = k$  - волновое число.

$$\Delta k \cdot c \approx 2\pi$$

фотон:  $E = \hbar \omega$ ;  $p = \frac{\hbar \omega}{c} = \hbar k$ ;  $L = \frac{\hbar \omega}{\omega} = \hbar$   
 $\Delta p = \hbar \Delta k$

$$\Delta k \Delta x \approx 2\pi / \hbar$$

$$\Delta p \Delta x \approx 2\pi \hbar = \hbar - \text{соотношение неопределенности.}$$

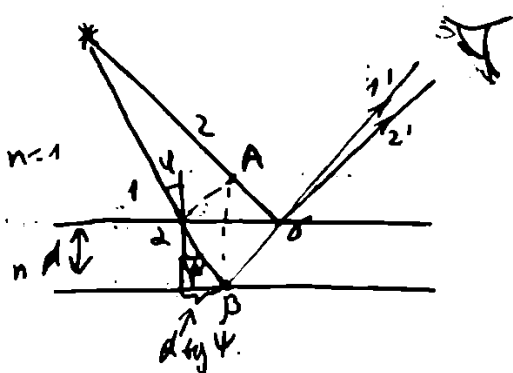
Гиперкороткие волны - не, ультра  
 короткого инфракрасно.

## § 15 Интерференция света при отражении от тонких плёнок.

Свет \* тонкая плёнка на воздухе.



1' и 2' образуют  
 интерференцию.



$$\Delta = (2\beta + \beta\gamma)n - A\gamma$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n - \text{преломл.}$$

~~АВ~~

$$A\gamma = (2\gamma) \sin \varphi = 2d \operatorname{tg} \psi \sin \varphi$$

$$2\gamma = 2d \operatorname{tg} \psi$$

$$2\beta = \beta\gamma = \frac{d}{\cos \psi}$$

$$\Delta = \frac{d}{\cos \psi} - 2d \tan \psi \sin \varphi = \frac{d(1 - \sin \varphi \sin \psi)}{\cos \psi}$$

~~приблиз~~

$$2d \cos \psi + \lambda/2$$

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} + \lambda/2$$

но условие при выполнении от  
 симметрии для волны угла одна  
 перевернута (инвертирована!)  $\lambda/2$ .

/ Ищем из формулы обратен. /

$\frac{\lambda}{2}$  в формуле не численна

$$\Delta = f(d, n, \varphi, \lambda)$$

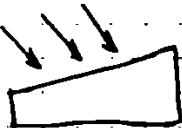
$$\Delta = m\lambda - \text{минимум}$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} - \text{максимум}$$

минимум  $\varphi = \cos^{-1} \left( \frac{\Delta - m\lambda}{d} \right)$

максимум  $\varphi = \cos^{-1} \left( \frac{\Delta - (2m+1)\lambda/2}{d} \right)$

Клин:

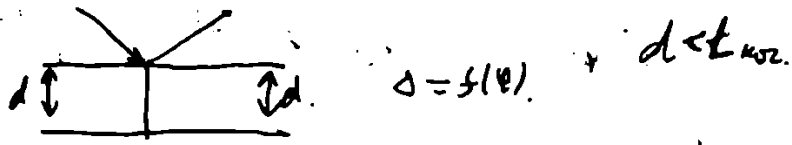


$$\varphi = \cos^{-1} \left( \frac{\Delta - m\lambda}{d} \right)$$

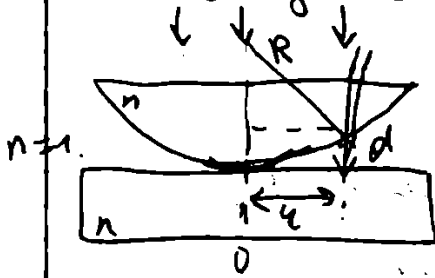
$$\Delta = f(d)$$

$$\Delta = f(\varphi)$$





высота менира равна нулю  
- когда плоская.



- eq. менира

- менира. максимум

высота менира:  $\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$

max:  $\Delta = m\lambda$

min:  $\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$

мин:



R - радиус кривизны

d - радиус кривизны

$$y^2 + (R-d)^2 = R^2$$

$$y^2 + R^2 - 2Rd + \frac{\lambda^2}{4} = R^2 \quad d \ll R.$$

$$y^2 - 2Rd = 0$$

$$y^2 = 2Rd$$

$$d = \frac{y^2}{2R}; \text{ условие максимума: } \delta = m\lambda = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$m\lambda = \frac{y^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \text{ - условие макс.}$$

$$(R \gg \lambda) \quad (m - \frac{1}{2})\lambda \cdot R = y^2 \text{ - условие макс.}$$

$$\text{min: } (2m+1)\frac{\lambda}{2} = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{y^2}{2R} = 2m\frac{\lambda}{2} = m\lambda; \quad y^2 = 2m\lambda R \text{ - минимум.}$$

Об изменении интенсивности.

~~и~~

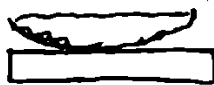
## § 16 Трансформация при переходе от непрерывности.

1. Комплекс относительности и относительности поперечных движений.
2. Увеличение поперечности.  
(при значении угла).
3. Комплексная поперечности относительности.

оттиск



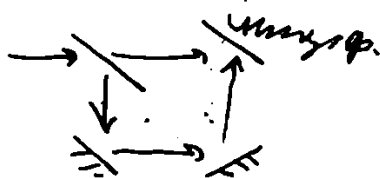
-хрен, ес  
не  
показал



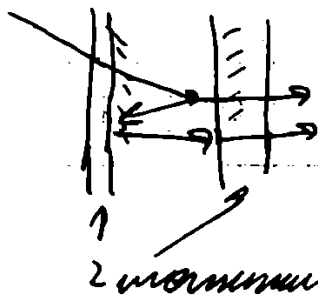
-хрен,  
е не  
показал

4. проведение оттиска.
5. интерференционный зеркала
6. Интерферометр Майкельсона
7. Интерферометр Фабри-Пери

⑥



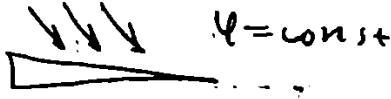
⑦



Михельсона интерферометр.

результат перехода от молекул к моль

a)  $\Delta = f(d, \varphi, n, \lambda)$



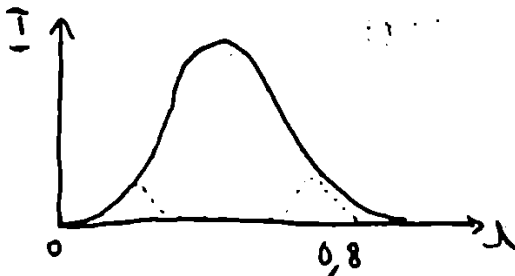
- условия полноты  
мощности.

b)



полн. мощность.

задача 18. 15.11.2011

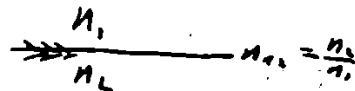


интервал - 0,8 - 4%

необходимо определить параметры

- определить амплитуду

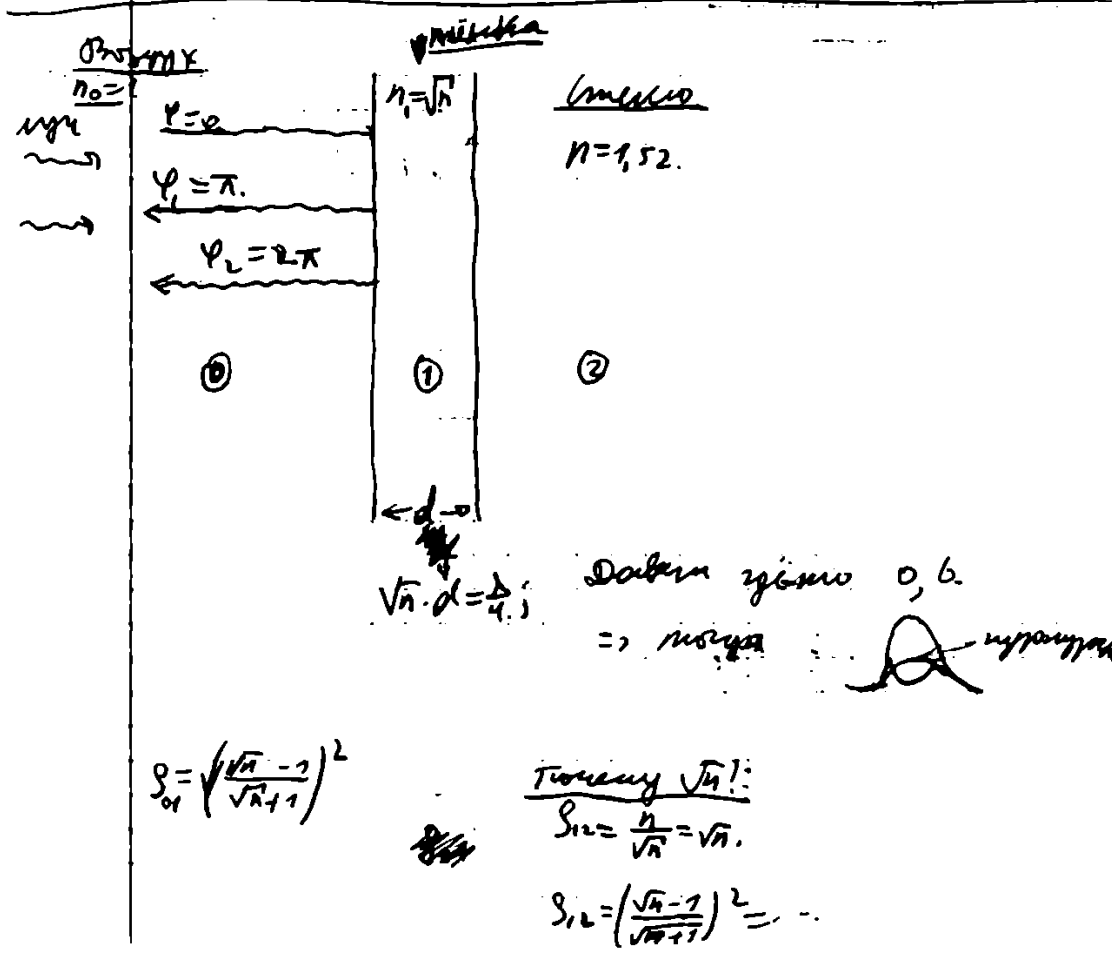
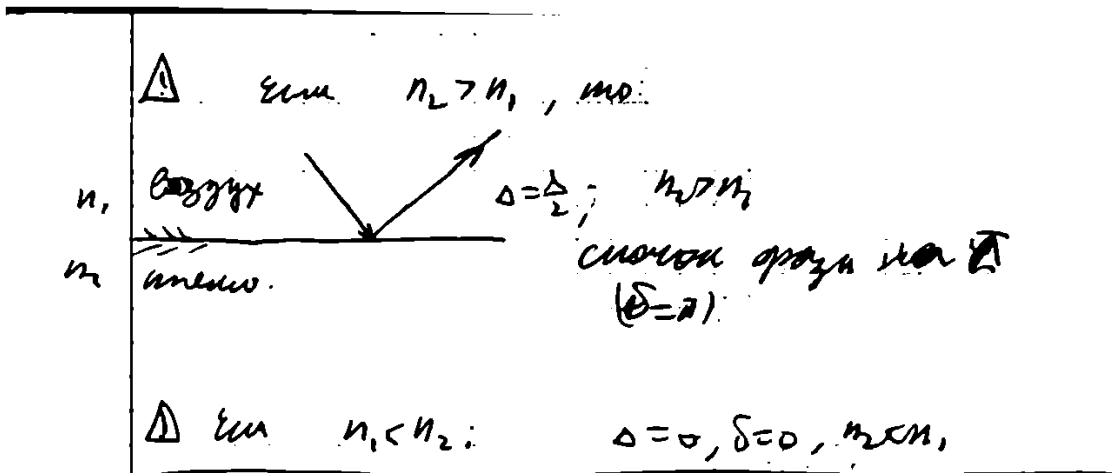
$$P|_{\varphi=0} = \left( \frac{n_L - n_1}{n_L + 1} \right)^2 \leftarrow \text{коэф. отражения}$$



в n = 1

интервал  $n = 1,52$ ;

$$\left( \frac{0,52}{2,52} \right)^2 = 0,04$$

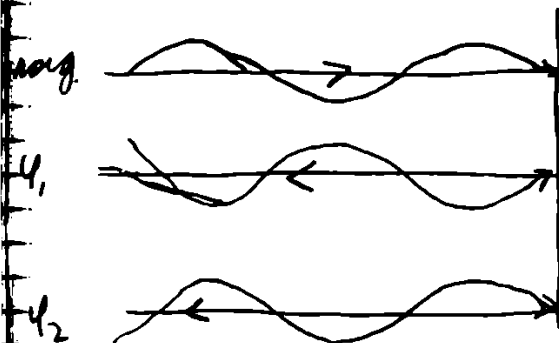


=> Котор. отраженная волна отрицательна  
 отражателю с равной вероятностью

↔ над фазы  $\pi$  - 1 фаза  
 и еще фазы  $\pi$  - 2 фазы.

$$\varphi_2 = \varphi_1 = \pi - \text{в фазе}$$

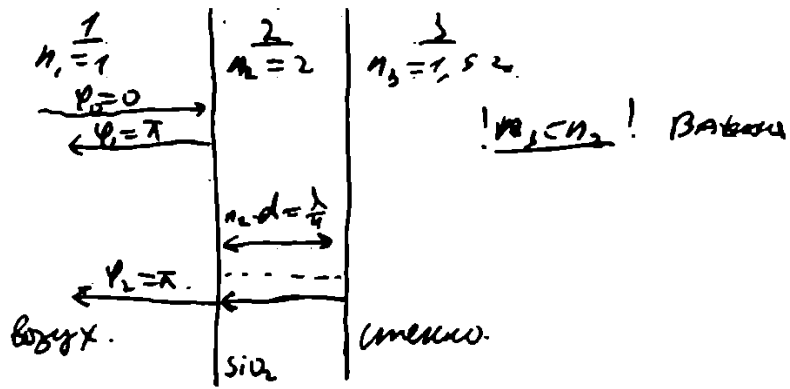
=> нет сдвига фазы 0.



или 0.  
 Котор. отраженная 1%

### Интерференционные зеркала.

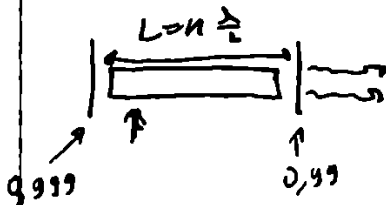
Ем кини  $\varphi$  котор  $S$ , тн  
 $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  сдвиги



$$\begin{cases} n_2 > n_3 \\ n_2 > n_1 \end{cases}$$

=> максимум.

названия:



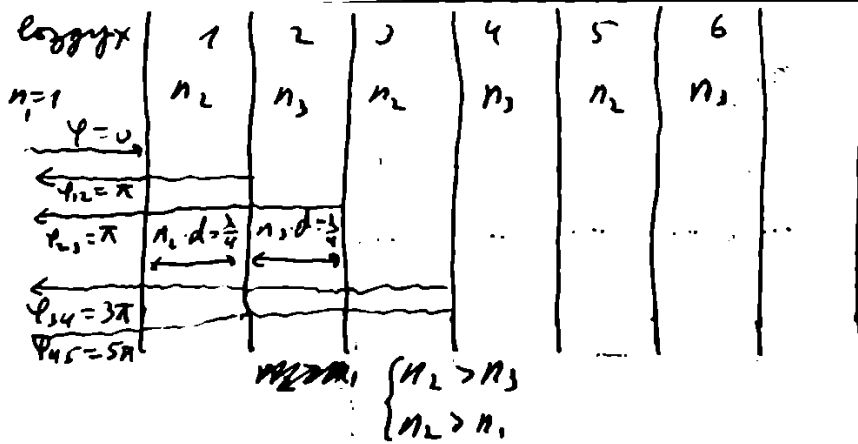
Замысловитое именуемое

Зримо.

РБР - резонансный диэлектрический резонатор.

LD BR.

~~Возвух.~~  
n=1



fla unene:  $(n_2, 5, 2)$   
 $ZnS: n_2 = 2, 3$   
 $LiF: n_3 = 1, 3$

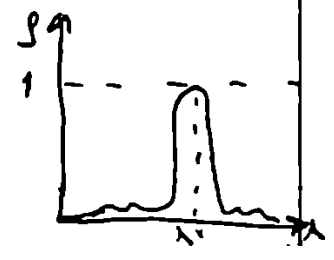
maximus:  
 $n_2 d = \frac{\lambda}{4}; d_2 = \frac{\lambda}{4 n_2}$   
 $n_3 d = \frac{\lambda}{4}; d_3 = \frac{\lambda}{4 n_3}$

$\Rightarrow$  bei unpaariger nym & opage = 7  
 nullenym.

$$\begin{cases} n_2 = 2, 3 \\ n_3 = 1, 3 \end{cases}$$

13nm.  $\Rightarrow \beta = 0,99$

GaAs  $n_2 = 3,6$   
 AlAs  $n_3 = 3,1$

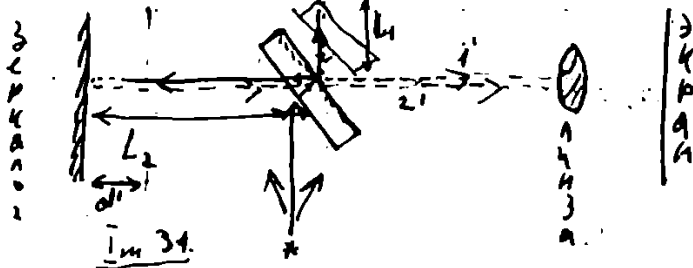




20 ноябрь 2011 г. 0,99.

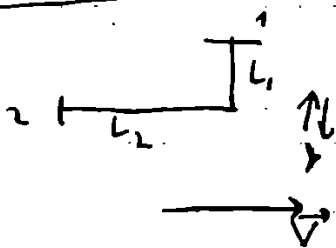
Удмурт Республикасы.

1) Удмурт Республикасы сызыгы 1



Два когерентных источника  
в одной точке имеют разность фаз

из-за разности хода  $d'$  и разности фаз  $\Delta\varphi$



$$t_1 = \frac{L_1}{c}$$

$$t_2 = \frac{L_2}{c-v} + \frac{L_2}{c+v}$$

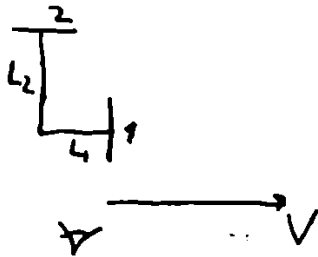
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta\varphi = \omega \Delta t$$

$$k = \frac{\omega}{v}; \quad \omega = kc;$$

$$v = \frac{2.5}{\lambda} c$$

$$\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} \Delta t$$



$$t_2 = \frac{2L_2}{c}$$

$$t_1 = \frac{L_1}{c+v} + \frac{L_1}{c-v}$$

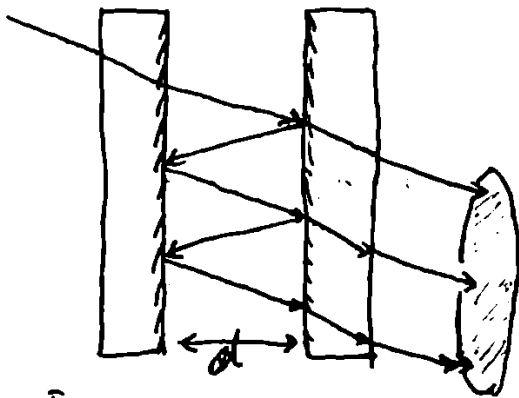
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi c}{\lambda} (t_2 - t_1)$$

if  $\Delta \varphi \neq \Delta \varphi'$ , no fringes for  $\Delta t$ .

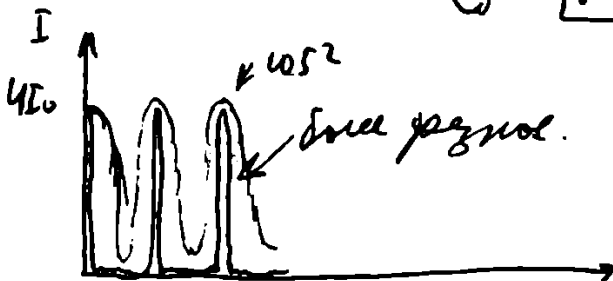
fringes are missing, no star pattern.



Умрежованост Габриел - Перо. - мисно зграду. умрежов.



frepa:  $d \approx 408 \mu\text{m}$ .



# §17. Изучение Вавилова-Черенкова.

1934 год - первая регистрация

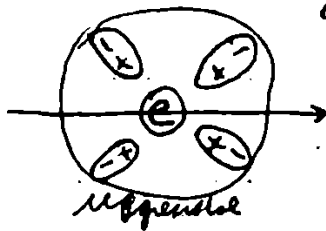
1937 год - Пами и Франк проверили.

Нобелевская премия: 1958 год

при прохождении  $\bar{e}$  через p-м, получаются излучения, которое имеет триплетную (триплетную) структуру.

$$v = \frac{c}{n}; \quad c > v > c$$

Самая медленная, но излучает.



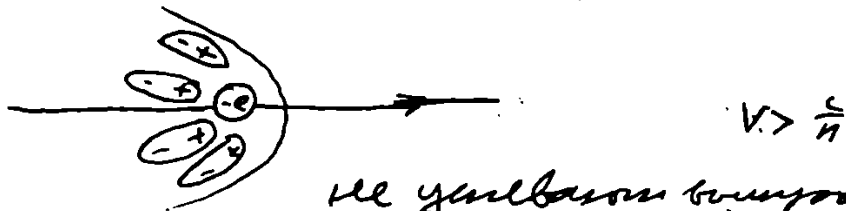
$$v < \frac{c}{n}$$

В-лучи, в которых часто наблюдается.

Средняя-интенсивная радиация Нобелевских премий.

$\Rightarrow$  в данной мере  $I=0$  релат. г. м.

Ем. (с) димар:

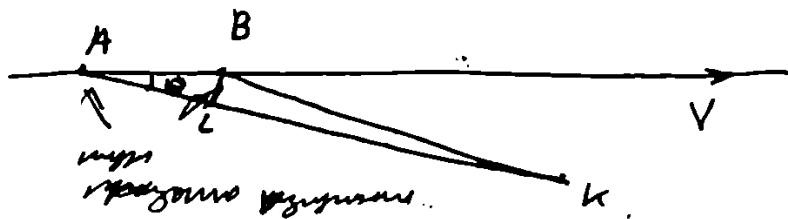


(?)  
Wiki

не ускоренном движении.  
средними не измеряется.

$\Rightarrow$  в этой системе мере  $I \neq 0$   
мы можем релат. г. м.

Почему получается эффект:



Ем. пред. что А и В происходят  
одновременно в  $K_0$  но не одновременно в  $K$ .

$$t_{B,K} = \frac{BK}{c}, \quad t_{A,K} = \frac{AK}{c}$$

$$\Delta t = |t_{B,K} - t_{A,K}| = \frac{AK - BK}{c} \approx \frac{AL}{c}$$

$$t_{AP} = \frac{AB}{v} =$$

$$AL = AB \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \Delta t^* = \frac{AL}{v} - \frac{AB \cos \theta}{u} = \frac{AB}{v} - \frac{AB \cos \theta}{u}$$

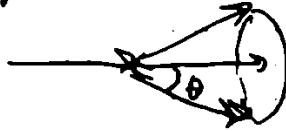
$$= AB \left( \frac{1}{v} - \frac{\cos \theta}{u} \right) \quad (1)$$

$$\Delta t^* = 0 \quad \text{im synchrony.} \Rightarrow \text{concrete}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{\cos \theta}{u}; \quad \cos \theta = \frac{u}{v}$$

$$\text{wegen: } v = u.$$

Diagramm



~~1/2~~

$$\pi^* \mid E_p = E_{\pi^*}$$

$$p \mid v_{\pi^*} > v_p$$

$$v_{\pi^*} > \frac{c}{n}$$

Лекция № 19.

21.11.2019.

{

\*

$\lambda = 3,4$

Табла № 5.

Дифракция ЭМВ.

§ 18. Принцип Гюенса - Френеля

Дифракция ЭМВ — совокупность явлений связанных с их распространением в среде с резкими неоднородностями.

в.д. Кля волна, вифреция дурку или шерху..

1) принцип Г-я Максвелла

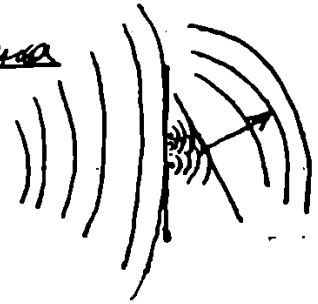
2) принцип Гюенса-Френеля

} Как можно решить задачу.

Дифракция сферических волн - дифракция Френеля.

Дифракция плоских волн - дифракция Фраунгофера.

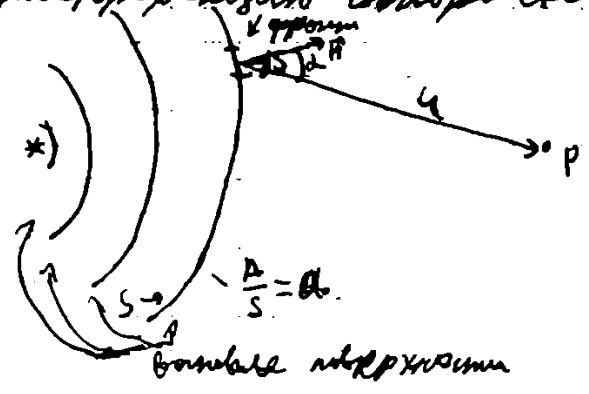
лучи Стокса



лучи Френеля  
Фраунгофера.

т.е. кинетическую энергию волны распространяется  
по направлению движения волн.  
и следовательно угол направления фронта  
фронта. По направлению того же  
направления.

Френель предположил существование  
интерференции волн.



$$\frac{A}{s} = \alpha$$

волна отражена

$S$  - ~~модуль вектора~~ ~~электрического~~ ~~поля~~ ~~в~~ ~~данной~~ ~~точке~~ ~~пространства~~

$A$  - амплитуда

$A_0$  - амплитуда на сг. волны

$\Rightarrow$  найти  $P$  на расстоянии  $d$  от источника  
амплитуду  $dE$ .

$$dE = \frac{k(d)}{r} A_0 ds \cos(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$$

$d$  - угол между направлением и точкой

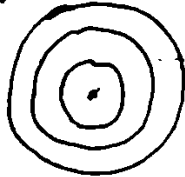
$$k(d) = \begin{cases} 1, & d \approx 0 \\ 0, & d > \pi/2 \end{cases} \quad \text{— направление падающей волны}$$

$A_0 ds$  - амплитуда излучения  $ds$

$\varphi$  - фаза колебаний

$\cos$  - фаза. максимум

$\frac{1}{r}$ , т.к. сферическая волна



$$A_0 \cos(\omega t - k\vec{r}) \cdot A_0 ds$$

$$I \sim A_0^2$$

$$d\varphi = (\vec{S} \cdot d\vec{\Sigma}) ; \Sigma \sim r^2$$

Сила тока

$$\sim I \sim A_0^2$$

$$\Rightarrow I \sim \frac{1}{r^2}$$

$$\text{так } S \cdot d\Sigma = \text{const}$$

$$\varphi = \int d\varphi$$

$$\Rightarrow \text{в сф. волне ампл.} \sim \frac{1}{r}$$



$$E = \int dE; \quad \text{где } dE \text{ — элементарный элемент энергии.}$$

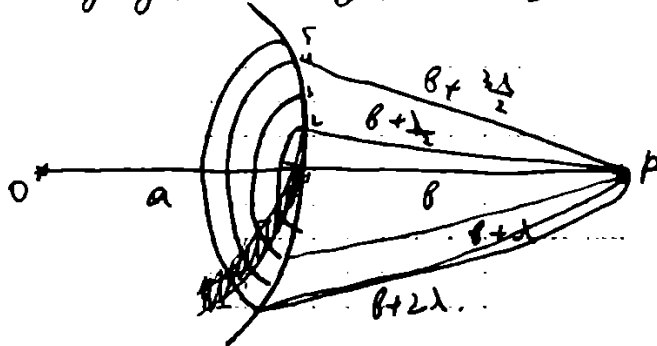
где  $dE$  — элементарный элемент энергии.

Дифференциал — это не интегральное, но он интегрально применяется.

Но это предел элементарного элемента.

### §19. Метод Зюппера Фрелиха.

От элементарного элемента энергии.



$a$  — радиус первой зоны.

$$a = b = 1 \text{ м}; \quad \lambda = 3 \text{ м.}$$

Получаем макс, если да 1)  $b$

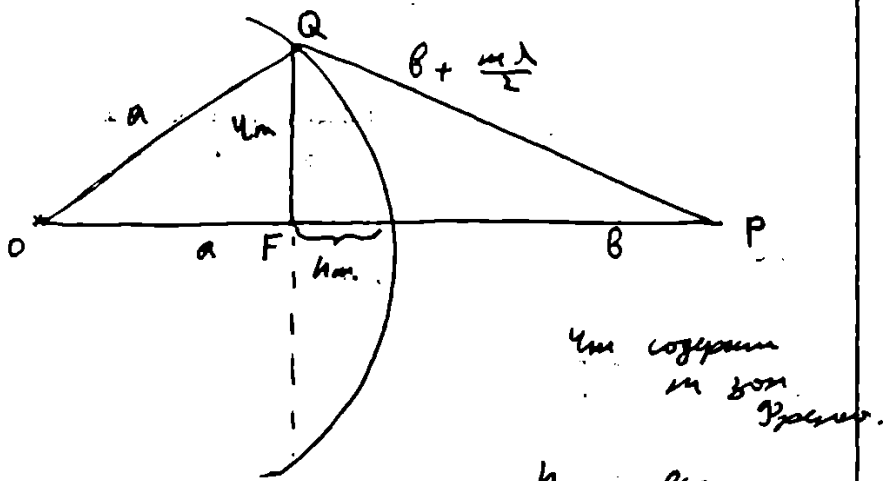
2)  $b + \frac{\lambda}{2}$

3)  $b + \lambda$

4)  $b + 3 \frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow \beta + \frac{m\lambda}{2}$  - man cenni paxuq.

Qaym ( qum) monek yoxuqdu  
 B yoxuqdu ( paz  $\frac{\lambda}{2}$  )



$h_m$  coxpaq  
 m son  
 paxuq.

$h_m$  - qayma  
 qayma.

Thoyaqo juo illeqno em:

$S = 2\pi a \cdot h_m$  - uz coxpaqno m ucu.

S - moxpaqo monek "coxpaqno"

uz  $\Delta OQF$ :  $h_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2$

uz  $\Delta PQF$ :  $h_m^2 = (\beta + \frac{m\lambda}{2})^2 - (\beta + h_m)^2 =$   
 $= \beta^2 + \beta m\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4} - \beta^2 - 2\beta h_m - h_m^2 =$   
 $= \beta m\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4} - 2\beta h_m - h_m^2$

~~uz coxpaqno~~  
~~uz coxpaqno~~

$$2ah_m - h_m^2 = b m \lambda + \frac{m^2 \lambda^2}{4} - 2 b h_m h_m^2$$

$$(2b + 2a)h_m = b m \lambda + \frac{m^2 \lambda^2}{4}$$

$$h_m = \frac{4b m \lambda + m^2 \lambda^2}{8(b+a)} = \frac{b m \lambda}{4(b+a)} \quad \lambda^2 \rightarrow 0. \quad (1)$$

$$S_m = 2\pi a h_m = 2\pi a \cdot \frac{4b m \lambda + m^2 \lambda^2}{8(b+a)} = \frac{\pi a m \lambda (4b + m \lambda)}{4(b+a)}$$

~~Wir~~  $h_m^2$  u.  $\lambda^2$  vernachlässigen.

$$\Rightarrow S_m = \frac{\pi a b}{a+b} m \lambda \quad (3)$$

$$h_m^2 = \frac{a b}{a+b} m \lambda \quad (2)$$

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi a b}{a+b} \lambda$$

$$\Delta S_m = \pi \frac{a b}{a+b} \lambda \quad (4)$$

$\Rightarrow \Delta S_m$  ist konstant um  $m$ .

$\Rightarrow$  man erhält für jede gewisse Anzahl  $m$ .

$$a = b = 1 \text{ m}; \quad \lambda = 3 \text{ m}$$

$$h_m^2 = \frac{1 \cdot 1}{2} m \cdot 3 = 150 \text{ m}^2$$

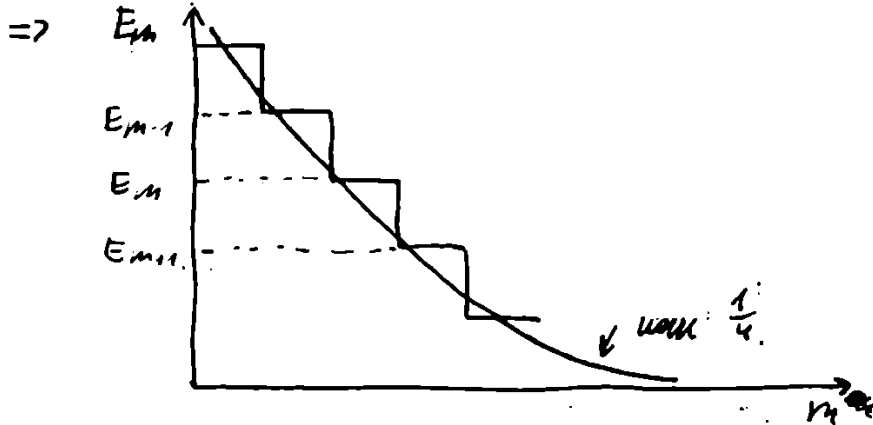
$$\text{mit } m = 1$$

$$h = \sqrt{150} = 12 \text{ m}$$

$$dE = \frac{I_0 (1 - R) a_0 ds \cos(\omega t - R\vec{r} + \varphi)}{r^2}$$

$E_m$  - amplituda bosni, goshogruya

go karami noma.



C paramon m nagarem  $E_m$ .

$$E_m \approx \frac{E_{m+1} + E_{m-1}}{2}$$

komu zavis:

$$E = \int dE$$

$$E = E_1 - E_2 + E_3 + E_4 + E_5 - E_6 + \dots$$

$$E = \frac{E_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2}\right)}_{\text{nesumo } 0} + \underbrace{\left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2}\right)}_{\text{nesumo } 0} + \frac{E_5}{2} - E_6 + \dots$$

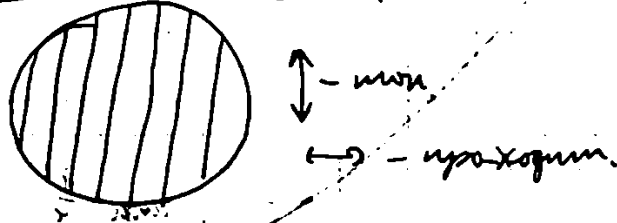
$$\Rightarrow \begin{cases} E = \frac{E_1}{2} + \frac{E_m}{2}, & \text{em m nesumos.} \\ E = \frac{E_1}{2} + \frac{E_m}{2}, & \text{em m nesumos.} \end{cases} \quad (5)$$

Если  $m \rightarrow \infty$ , то получим такое же.

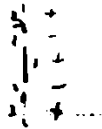
$$E = \frac{E_1}{2} \pm \frac{E_1}{2} = \frac{E_1}{2}$$

$$I \sim E^2; \quad I_1 = E_1^2; \quad I_{\infty} = \frac{E_1^2}{4} = \frac{1}{4} I_1$$

дифракция Френеля



$$E = E_1 + E_2 + E_3 - E_4 \dots$$

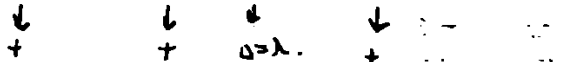


Условие "..."  $\Rightarrow$  полная минимума.

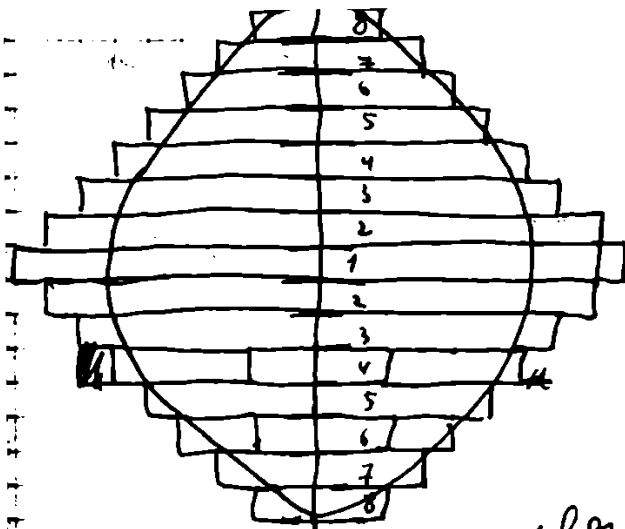
меньше полная минимума полная минимума.

А что, если "..." превышает 8 "..."

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + E_5 - E_6 + E_7$$



$$\Delta = \frac{1}{2} \lambda = n \Delta_1, \quad \Delta = \frac{1}{2} \lambda = n \Delta_2, \quad \Delta = \frac{1}{2} \lambda = n \Delta_3$$



Время прогона,  
это не мизга!

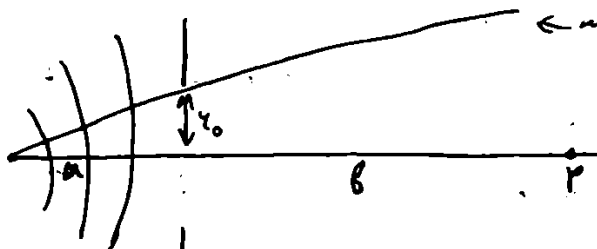
Разбор маммика = мизга.

Линза № 20

28.11.2011

$$E = \frac{E_1}{2} \pm \frac{E_m}{2} \quad (5)$$

"+" - максимум  
"- " - минимум.



← мизга и а и б максимум  
x 3 что дуга

Ем максимум  
там.

$$y_0 = y_m$$



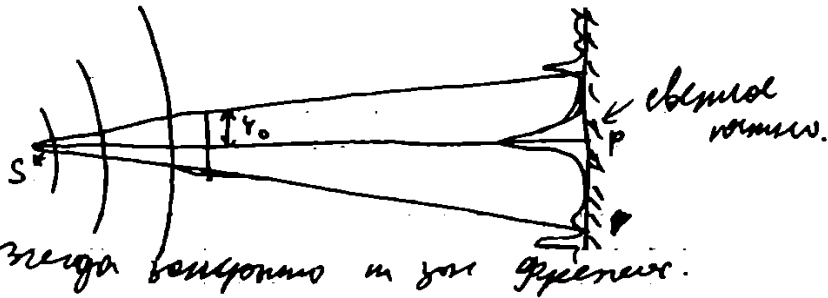
мин  
макс.

макс  
мин  
дуга.

$r = \frac{ab}{a+b} m\lambda$ ;  $\epsilon_m$   $m$   $\lambda$   $a$   $b$ ,  $m$   
 $\epsilon_m$   $m$   $\lambda$   $a$   $b$ ,  $m$

Крайняя волновая зона:  $\xi$ , м.к.  
 Волна сферическая и интерференция  
 как  $\xi$  волна

Освещ. на экране:



$r_0 = r_m$   $I = \frac{I_{m+1}}{2}$

Ограниченный фронт, начинаю с м+1.  
 (это еще зона)

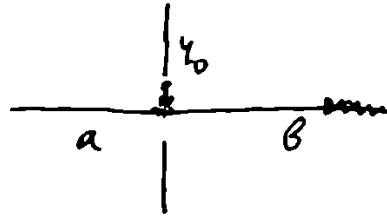
море (еще зона) ограничить (в до  
 м.к.  $\lambda$ )

Пучком: (с): В центре новой зоны  
 будет центр пятна.

Один зон. Начало Френеля, конец

Криво, вместо Теллера - можно  
назвать.

Составление цепи волновой  
и дисперсионной функций.



$$\omega_0^2 = \omega_m^2 = \frac{a \cdot b}{a+b} m \lambda$$

$$a = b.$$

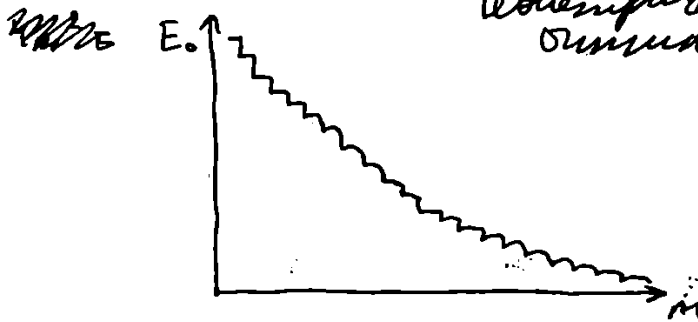
$$\omega_0^2 = \frac{a m \lambda}{2}$$

$$\Rightarrow m \approx \frac{\omega_0^2}{a \lambda} \quad (b).$$

это число работает как параметр

a)  $m \gg 1 : \frac{\omega_0^2}{a \lambda}$

дисперсионная функция.



b)  $m \approx 1$

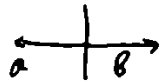
$$\omega_0^2 \approx a \lambda$$

групп. скорость.

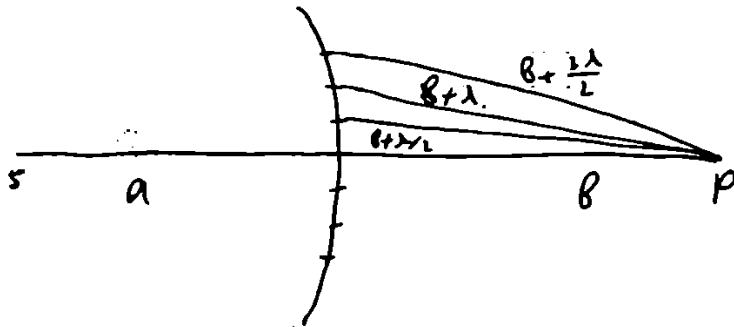
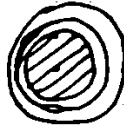
/в. волн./



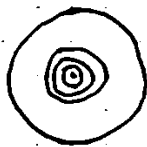
8)  $m \ll 1$  ~~при~~  $a \rightarrow \infty$



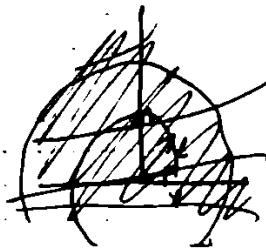
групповую скорость можно  
(групповую скорость)



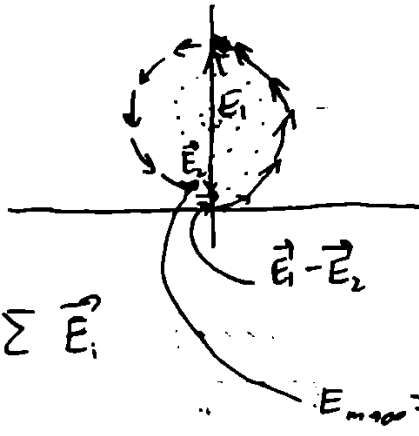
интерференция  
на волнах.



- разбег волн на волнах.



$L$  - длина волны  
 $\psi$  - фаза  
 $\psi(0) = 0$



$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

$$\vec{E}_1 - \vec{E}_2$$

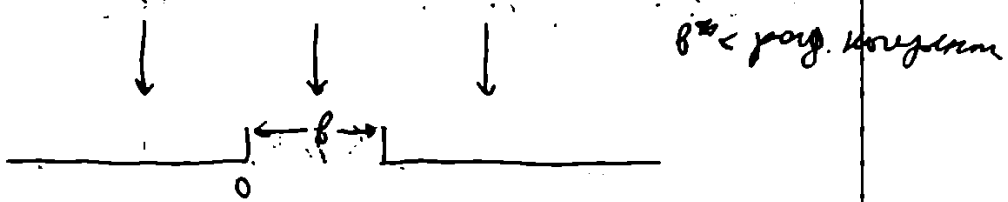
$$E_{max} = \frac{E_1}{2}$$

$$\Gamma = \frac{1}{4} - \text{маленькая величина}$$

Еще небольшая часть энергии, но  
можно всё считать.

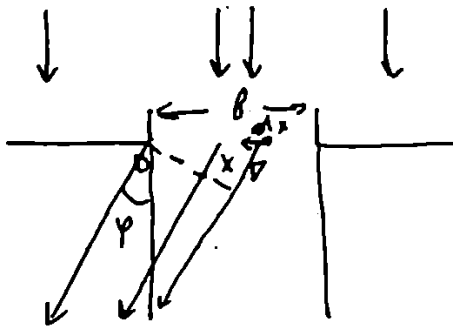
~~Реш~~ 1,5 зом. " Р. Чоблен?

### §20. Дифракция малой волны на щели.



$\beta \ll \text{радиус кривизны}$

$$E_0 \cos(\omega t + \alpha)$$



По формуле-Бреггера:  
 для угла "  $\theta$  " -  $E_0$   
 $\Rightarrow E_0' = \frac{E_0}{b} \cdot dx$

разности хода  $\Delta$  между:

$$\Delta = x \cdot \sin \psi$$

$$\delta = k \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \cdot \sin \psi$$

$$dE = \frac{E_0}{b} \cdot dx \cdot \cos(\omega t - k\Delta) = \frac{E_0}{b} dx \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \psi)$$

$$E = \int_0^b dE = \frac{E_0}{b} \int_0^b \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \psi) dx =$$

$$= \frac{E_0}{b} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \sin \psi \right) \left[ \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \psi) - \sin(\omega t) \right] =$$

$$\Rightarrow E = \frac{E_0}{\frac{2\pi b}{\lambda} \sin \psi} \left\{ \sin \omega t - \sin(\omega t - \frac{2\pi b}{\lambda} \sin \psi) \right\}$$

$$E = \frac{E_0}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \cdot 2 \sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \cdot \cos \left( \omega t - \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)$$

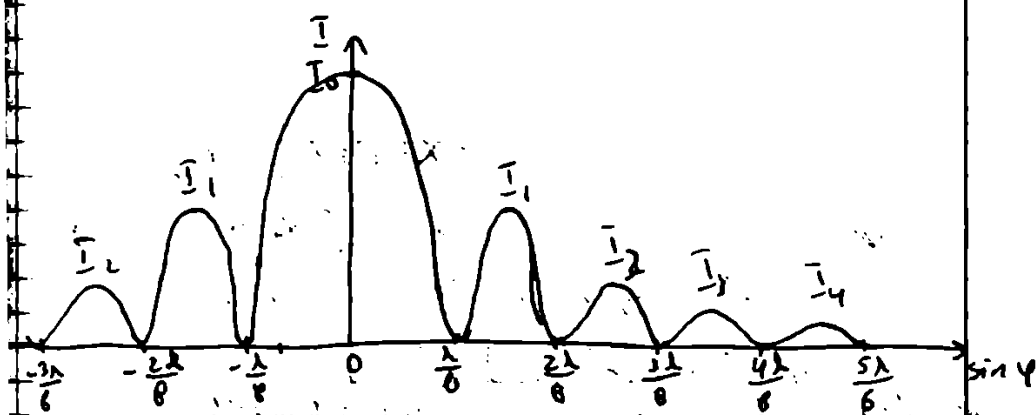
$$d = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \quad (1)$$

$$E = \frac{E_0}{d} \sin d \cdot \cos(\omega t - d) \quad (2)$$

$I \sim (\text{Amplitude})^2$

$$I = E_0^2 \cdot \left( \frac{\sin d}{d} \right)^2 \quad (3)$$

при  $d \rightarrow 0$ ;  $\varphi \rightarrow 0$ ;  $\frac{\sin d}{d} \rightarrow 1$   
 $I \rightarrow I_0$



min :  $\sin d = 0$ ;  $d \neq 0$ ;  $d = \pm m\pi$

$$\frac{\pi b}{\lambda \sin \varphi} = \pm m\pi ; \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{b} \quad \text{--- минимума}$$

$$I_0 : I_1 : I_2 = 1000 : 45 : 16$$

минимумы

~~1580~~

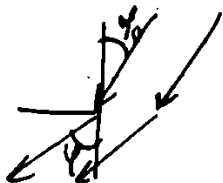
с углом  $\theta$   $\Delta$  увеличивается.

Дифракционная решетка увеличивает ширину угла  $\theta$ .

и если! она при  $\theta \rightarrow \infty$  превращает.

$\downarrow \theta$  - угол. картина размывается.

Решетка повышает контраст.



$$\Delta = X(\sin \theta - \sin \theta_0)$$

$$\delta = \frac{\lambda}{X} X(\sin \theta - \sin \theta_0)$$

Во всех порядках  $\theta$  -  $\theta_0$

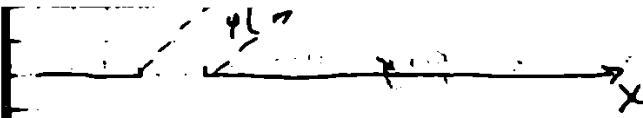
$$\sin \theta \rightarrow (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

Лемма №21

29.11.2011.

§21. Дифракция мощных волн  
на решетках

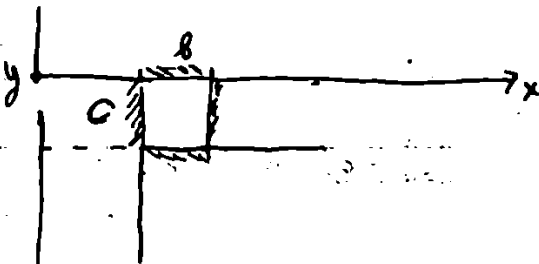
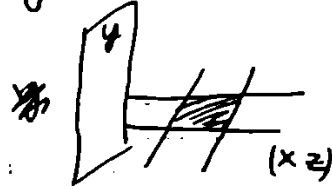
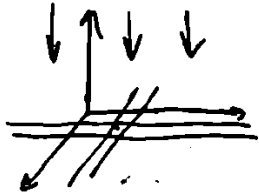
/ Физика /



$$I = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\lambda} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$$

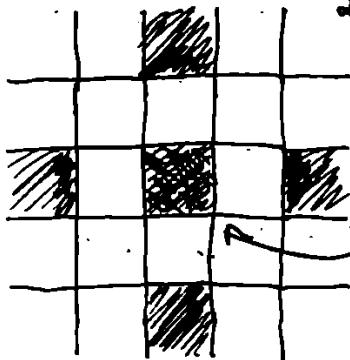
transmissie enge wissel  $\beta$  voor een  $x$ :



$$\Rightarrow I = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\lambda} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta}{\lambda} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi; \quad \beta = \frac{\pi c}{\lambda} \sin \psi$$

$\Rightarrow$



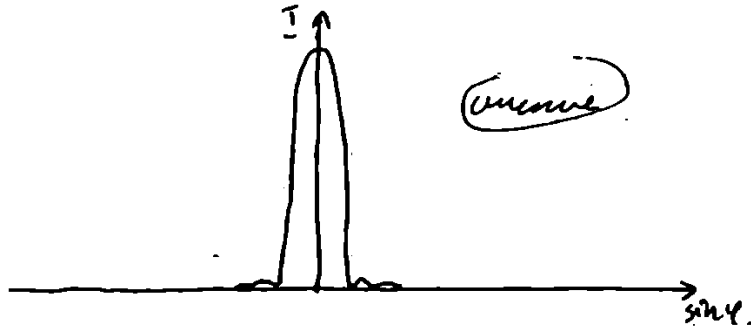
naamloos:

naamloos

Diagramma na kugle anteny



Utem om kugle.  
Za kuglo mesto merya  
sugra:

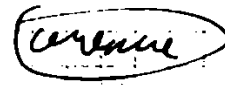
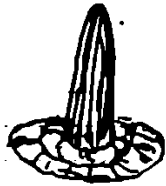


$$\alpha = \frac{\pi 2y_0}{\lambda} \sin \alpha \quad I = I_0$$

$$I = I_0 \cdot \left( \frac{2y_0 \sin \alpha}{\lambda} \right)^2 \quad y_0(\lambda) - \text{op-2 Trevid 1 merya.}$$

$$I_0 : I_1 : I_2 = 1000 : 17 : 4$$

Diagramma na kugle gde 3D

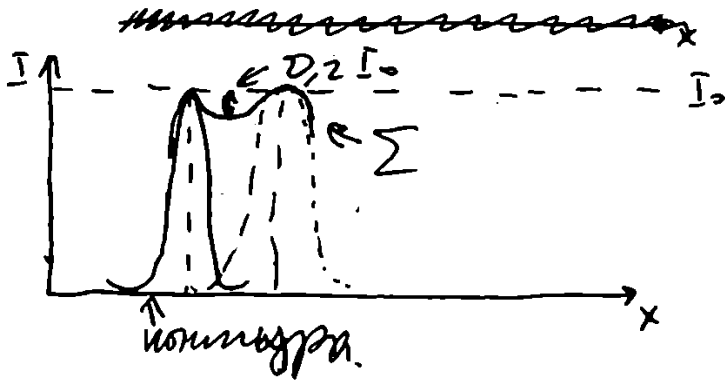


$$(*) \sin \alpha_{\text{min}} = \frac{0.61 \lambda}{D} = \frac{1.22 \lambda}{D}; \quad D = 2y_0$$

Разрешающая способность объектива.

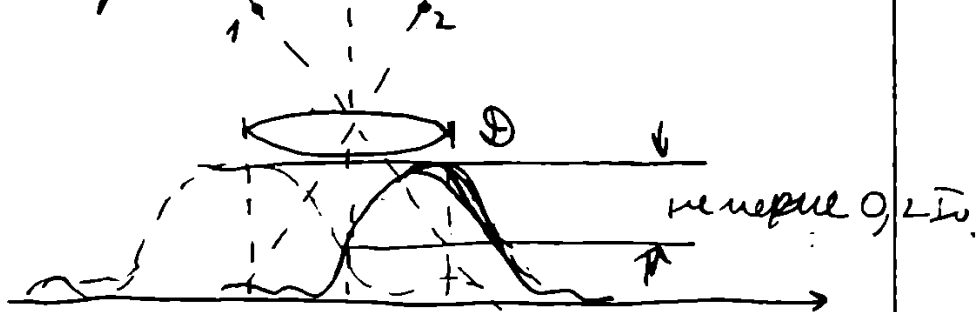
→ 1958 год - оптика "карманный косяк" СССР.

Критерий ТЭОД:



Если при попытке провал не менее ~~0,2 I\_0~~  $0,2 I_0$ , то контура (миним) шире разрешенным.

Пробав менее  $0,2 I_0$  не возмемод:





$$\sin \gamma_{min} \approx \gamma_{min} = \frac{222\lambda}{D}; \quad R = \frac{1}{\gamma_{min}}$$

54



$R = \frac{D}{1,22\lambda}$  (\*\*\*) - угол разрешения свободности

миссион разрешения   
и разрешения 

Задача: Дано отверстие, диаметр 6 см.

Разрешающая способность  
возра диаметра  $D = 2$  см.  
 $\lambda \approx 600$  нм.  $\approx 6 \cdot 10^{-4}$  м.

$$R = \frac{2}{1,22 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} \approx \frac{1}{R} = 0,06$$

### §22 Дифракционная решетка

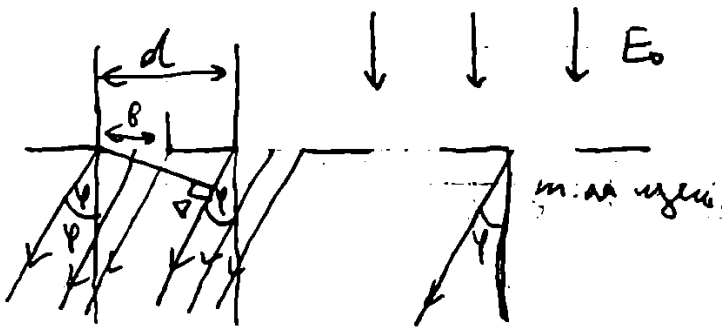
Д.Р. - это совокупность  $N$   
большого количества щелей,  
шириной  $b$ , разделенных

размерами  $d$ .



$N_0 = \frac{1}{\lambda}$  - число волн (узлов) на единицу длины.

Амплитудная группа периодов.



первая угловая максимум  $E_1 = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \omega t$   
 $\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$

$$I_1 = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$\Delta$  - разность хода;  $\Delta = d \sin \varphi$ .

(1)

$$\delta = \kappa \Delta = \kappa d \cdot \sin \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \varphi$$

On binojaci ujeta:  $E_2 = E_0 \cdot \frac{\sin \alpha}{2} \cos(\omega t + \delta)$

$$E_1 = \operatorname{Re} \left\{ E_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{i\omega t} \right\}$$

$$E_2 = \operatorname{Re} \left\{ E_0 \sin \alpha \cdot \frac{1}{2} e^{i\omega t} \cdot \frac{1}{e^{i\delta}} \right\}^*$$

$$E_2 = \left\{ E_0 \frac{\sin \alpha}{2} \frac{e^{i\omega t}}{e^{i\delta}} = E_1 \cdot e^{-i\delta} \right\}$$

$$E_N = \operatorname{Re} \left\{ E_1 \cdot e^{-i(N-1)\delta} \right\}$$

$$E = \sum_{n=1}^N E_n = \sum_{n=1}^N E_1 \cdot e^{-i(n-1)\delta} \quad \ominus$$

log. geometrična no namernina

ku):

$$E = E_1 \cdot \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} = E_0 \cdot \frac{\sin \alpha}{2} e^{i\omega t} \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} \quad (2)$$

formulirani - besedila osumma

$$I \sim A^2$$

$$I = I_0 \cdot \left( \frac{\sin \alpha}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2 \quad (3)$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin \varphi}; \quad \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{\sin \varphi}$$

это же есть максимумы интерференции

Еще формула нормированной интенсивности

$$\left( \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2 = \text{MAX}$$

причем там  $\delta/2 = \pm m\pi$

формы аппроксимации  $\frac{0}{0}$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} = N \text{ по Лопиталя}$$

$$\Rightarrow I \sim N^2 !!!$$

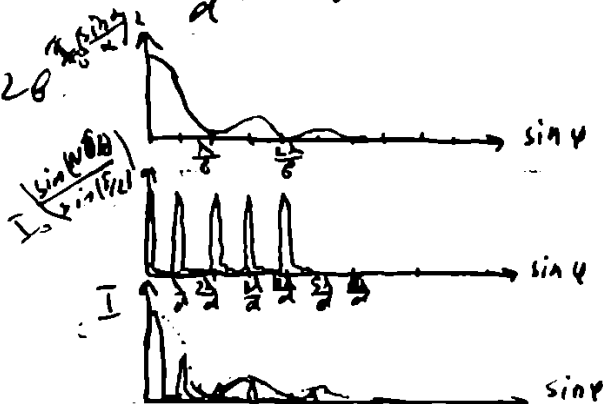
Условие максимума интерференции:

$$\frac{\pm d}{\lambda} \sin \varphi = \pm m \pi$$

Условие минимума интерференции:

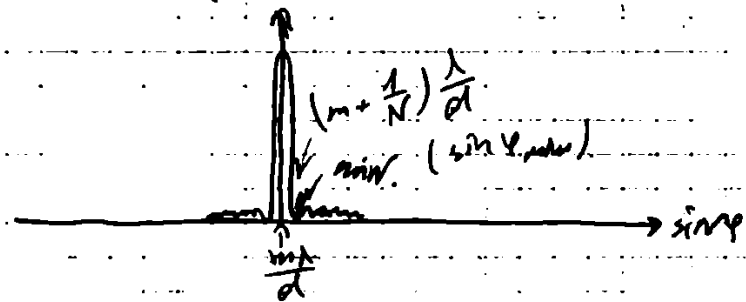
$$\sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{d} \quad (4)$$

$$] d = 2a$$



Каналы  
узкие гамма-лучи  
и др.

интерференция  
интерференция



$$\sin(N \frac{\delta}{2}) \rightarrow 0 \quad \sin(\frac{\delta}{2}) \neq 0 \rightarrow \text{unvollständig}$$

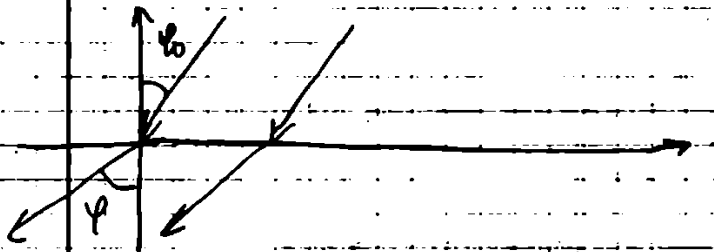
$$\frac{N\delta}{2} = \pm \beta\pi \quad \sin \frac{N\pi d}{\lambda} = \pm \beta\pi$$

$$\sin \phi = \pm \frac{\beta\lambda}{Nd}, \quad \beta \neq N, 2N, 3N, \dots$$

$$\text{min:} \quad \sin \phi = \pm \frac{1}{N} \frac{\beta\lambda}{d}$$

$$\sin \phi_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{d}$$

Nonnormaler Einfall:



$$\text{Wegunterschied } \delta = d(\sin \phi - \sin \phi_0)$$

$$(4) \rightarrow (\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm \frac{m\lambda}{d} \quad (5)$$

Лекция № 29

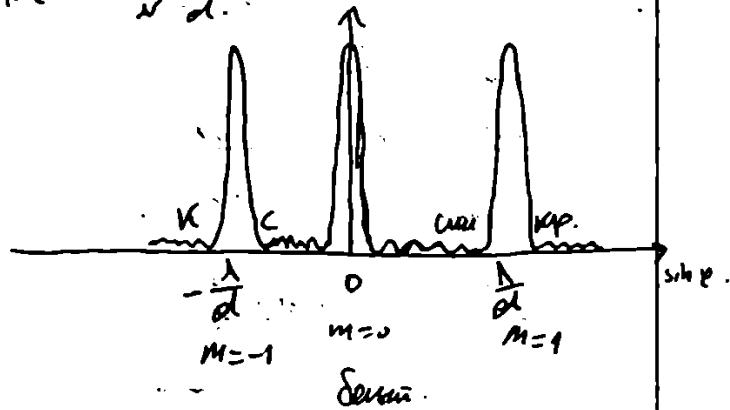
05.12.2011.

### § 23. Дифракционная решётка как селективный элемент

max:  $\sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{d}$

min:  $\sin \varphi = \pm \frac{(2m-1)\lambda}{2d}$

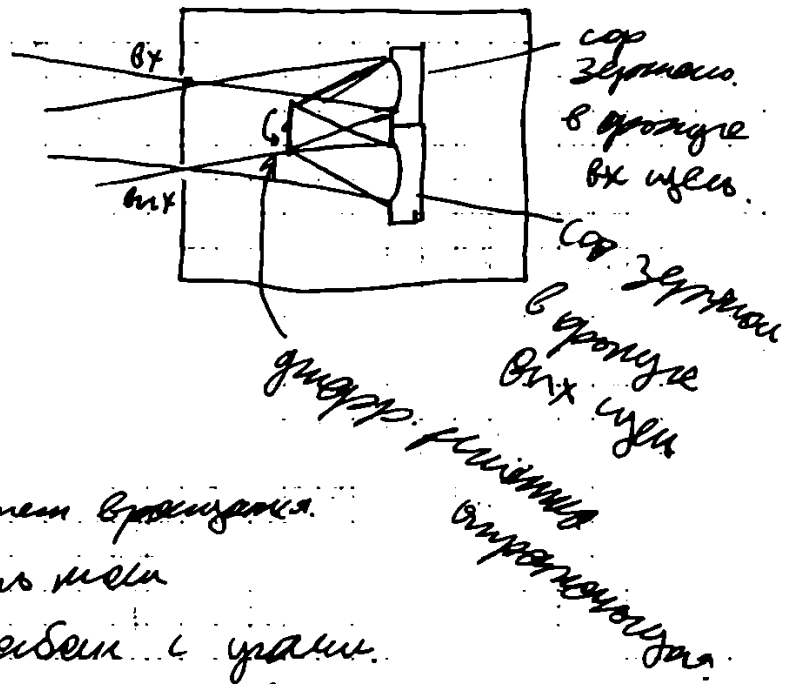
$\sin \varphi = \sin \alpha$



Монохроматоры: - приборы, разделяющие свет в спектр.

МДР - монохроматор дифракционной решётки.





Др. может возникнуть  
и если мала  
безразлична к углу  
или функции косин.

А можно max?

$$m_{max} \quad \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{d}$$

$$|m| = \sin \varphi \cdot d / \lambda$$

$$|m|_{max} \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{N_0 \lambda}$$

$$m \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{N_0 \lambda} \quad (1)$$

$N_0$  - кол-во решеток на мм.

$$\lambda = 600 \text{ нм.} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

$$N_0 = 1200 \text{ 1/мм.} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ 1/м.}$$

$$m \leq \frac{1}{0,6 \cdot 1,2} = \frac{1}{0,7} \approx 1,2 \Rightarrow m = 0, 1, 2 \quad (3)$$

Есть 100 щелей; тогда  $\ddot{\text{U}}$ .  
число макс.:  $2m+1$

Угловая и линейная дисперсии г.р.

$$D_y = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda} \quad ; \quad \Delta \varphi - \text{тоугол на}$$

который разойдутся

2 щели, отличающиеся на  $\Delta \lambda$ .

$$|\sin \varphi| = \frac{m \lambda}{d}$$

$$\cos \varphi \cdot \Delta \varphi = \frac{m}{d} \Delta \lambda$$

$$|D_y| = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{m}{d} = \frac{m}{d} = m N_0$$

$$|D_y| = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda} = \frac{m}{d} = m N_0$$

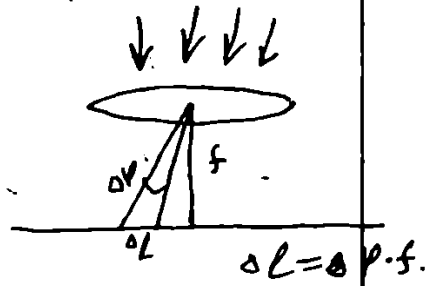
~~...~~ (2)

линейная дисперсия:

$$D_L = \frac{\Delta l}{\Delta \lambda} = f \cdot D_y$$

$$D_L = f m N_0$$

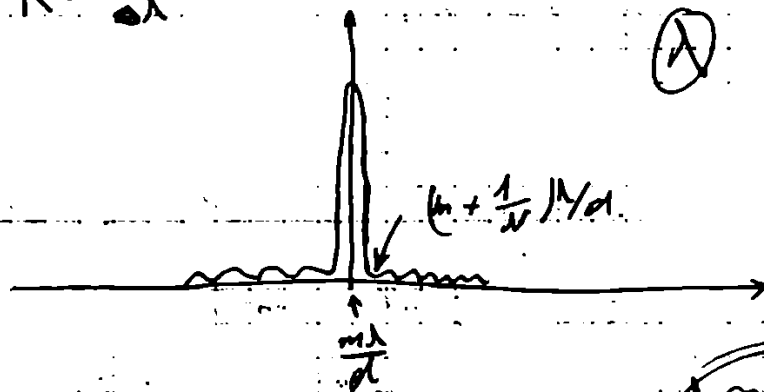
↑  
горизонт. разн. шир.



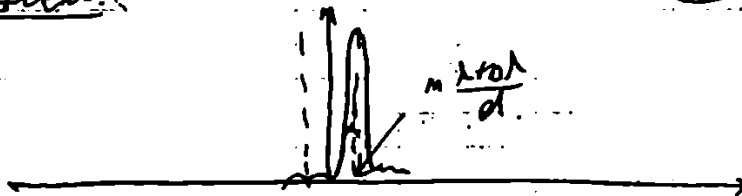


Изменяющаяся мощность гудер.  
решения:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta t}$$



Решение:



$$(n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{a} = m \frac{\lambda}{a} + \frac{m \Delta t}{a}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\lambda}{a} = \frac{m \Delta t}{a}$$

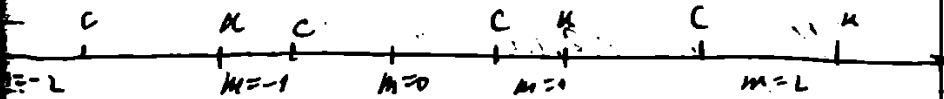
$$\frac{\lambda}{2} = m \Delta t$$

$$R = m \cdot N \quad (3)$$

$n_3$  (2) u (3):  $n_3$   $\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = m$   
 και  $\Delta \lambda = N \lambda$ , με  $N$  να δίνει  
 τον αριθμό των  $\lambda$ .

και  $\Delta \lambda = N \lambda$ , με  $N$  να δίνει  
 τον αριθμό των  $\lambda$ .

Διπεριπεταχία οδών οπτικής  
πλέξης.



στο  $\lambda$ .

Α Γράφημα  $m$  vs  $\lambda$ .

$m = 0$

$$m \frac{\lambda + \Delta \lambda}{\Delta \lambda} = (m+1) \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

$$m \frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda} = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

$$m \Delta \lambda = \lambda \quad ; \quad m = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

$\Rightarrow$  Χρόνος, κατά  $m < \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$  - δίνει  
δύο  
πλέξης.

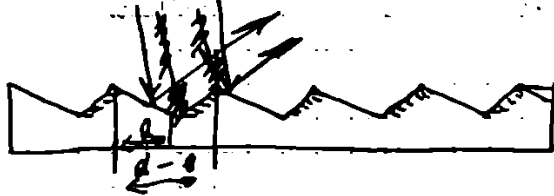
Газовые

1885 год Бугенз - решетка

600  $\mu\text{m}$  - резец угранен металл.

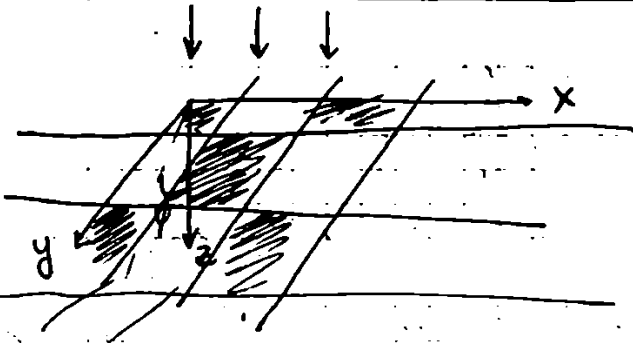
/ Станки с жесткими головками /

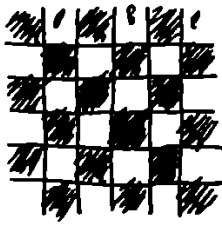
Округленная решетка



Иногда решетка имеет  
примеси.

§ 24. Дифракция плоской волны  
на двупериодной решетке.





- 2-й порядок решетки  
/ сантиметр /

по x  $d_2 = d_0$   
 $\sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{d}$

$$d = \frac{a}{N_0}$$

по y  $d_1 = b_0$   
 $\sin \psi = \pm m \frac{\lambda}{d_1}$

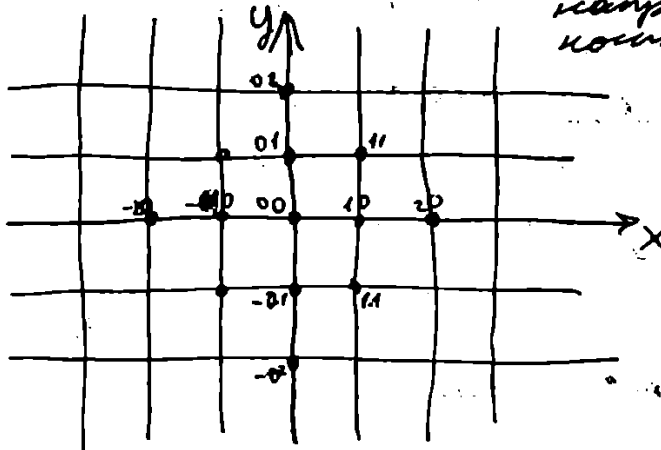
$$d = \frac{a}{N_0} = \frac{b}{N_0}$$

магнетрон на монохромном реш. под  
 углом.

$$\begin{cases} \sin \varphi - \sin \varphi_0 = \pm m \frac{\lambda}{d} \\ \sin \psi - \sin \psi_0 = \pm m \frac{\lambda}{d_1} \end{cases}$$

$$\cos^2 \varphi + \cos^2 \psi + \cos^2 \alpha = 1$$

- сумма квадратов косинусов.



(укажите  
 углы)  
 00, 01, 10, 11, 20, 21, 30, 31

Столбцы и шпороваки на поверхности.

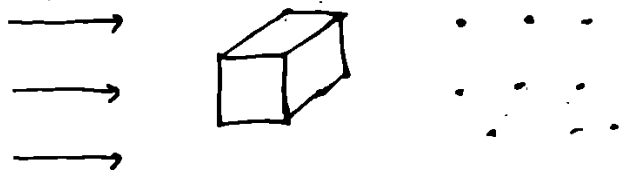
Лекции. Физика. Семестр 3. Часть 3.

Лекция N 23

12.12.2011

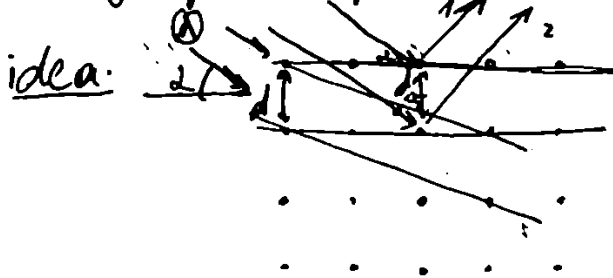
§ 25. Дифракция решетчатых линий  
прозрачные.

/ лучи /



/ лучи отражены /

Визуал - Эпюра (wiki).



Кривая.

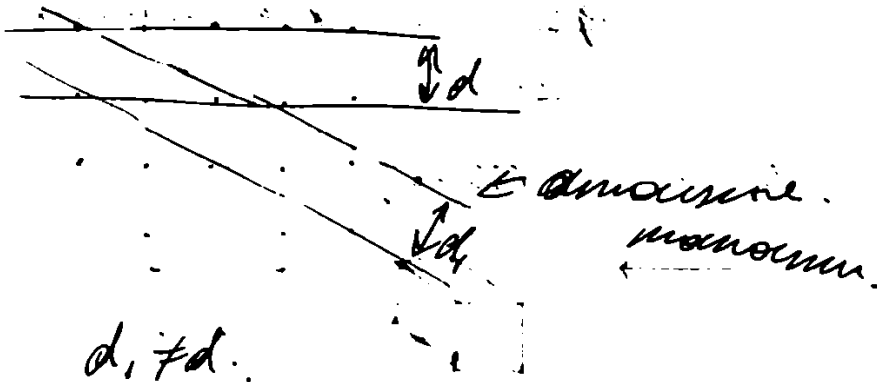
$\Delta_{12} = 2d \sin \alpha$  - разность хода

между лучами 1 и 2.

max:  $2d \sin \alpha = \pm m \lambda$  (\*)  $m = 1, 2, 3, \dots$   
графа Эпюра - Эпюра.

Трехлучевый спектр двойной решетки  
 поочередно.

$$u \neq d$$



$$d_1 \neq d$$

На основе принципа  
 волнового фронта, как  
 волновое разложение  
 амплитудных волн (волн)

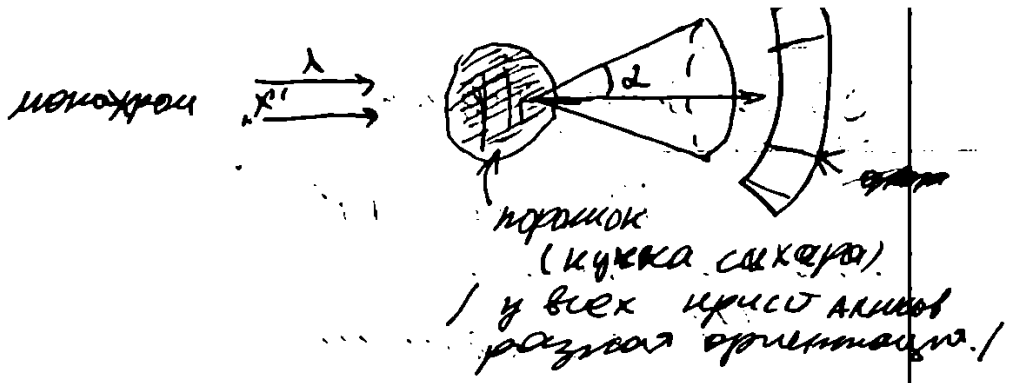
$$2d_1 \sin \alpha_1 = \pm m_1 \lambda$$

$$2d_2 \sin \alpha_2 = \pm m_2 \lambda$$

и т.д.

Трехлучевый спектр

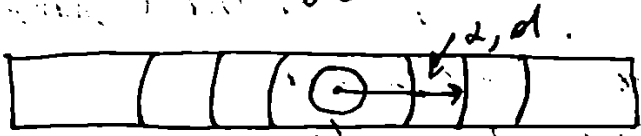
Мемор De Sa - Мерс



рассеяние будет идти по конусу с углом  $\alpha$

— асимметрия

на ней будет:



## § 26: Голограммы.

ПОЛОГРАФИИ - цветное изображение.

Методы записи волн.

1948 год Денис Габор.

(Dennis Gabor)

В Великобритании.

Такие изображения используются для рентгеновской голограммы.

матрица { 1962 год (1963?) - Лейт и Упатникс  
- лазерная голография.

общество { 1964 год (1963?) - Юрий Денисюк.

Голограмма - метод записи волн.

$\lambda \approx 500 \text{ нм}$ ;  $\nu \approx 10^{14} \text{ Гц}$  - видимость.

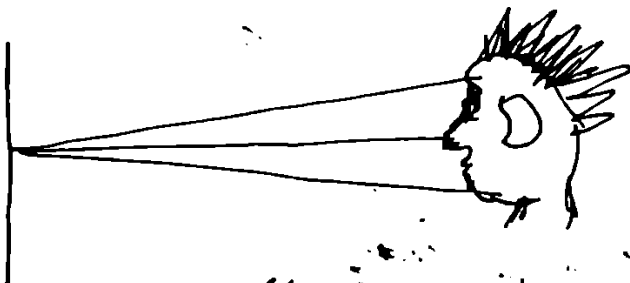
$$I = \frac{1}{T} \int_0^T E_0^2 dt.$$



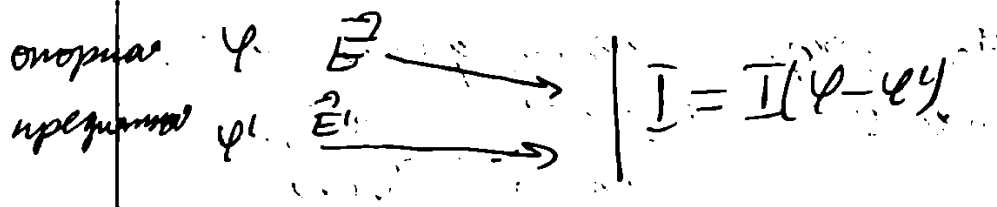
Ротация - много функций I:  
 Фронт:  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(\underbrace{\omega t - \vec{k}\vec{r} + L}_{\text{амплитуда фаза}})$

Любой фронтальной функцией  
 лишь амплитуду!

Если заткнуть и фазу!  
 только в фазе информации  
 об объектах долинах.



Суть явления интерференции  
 в световом: при наличии  
 когерентных волн происходит  
 образование ~~разности~~ <sup>соотношений</sup>  
 в амплитудно-интенсивности  
 интерференционной картины

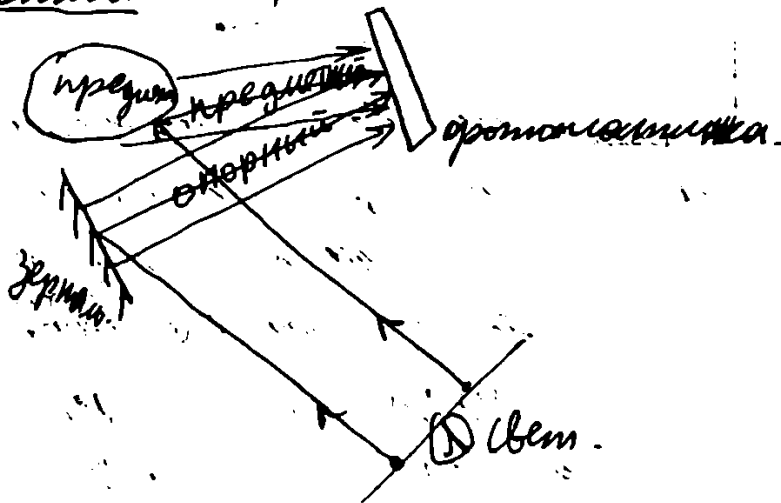


$\Rightarrow$  не может замкнуться разности фаз.

опорная волна  
предметная волна

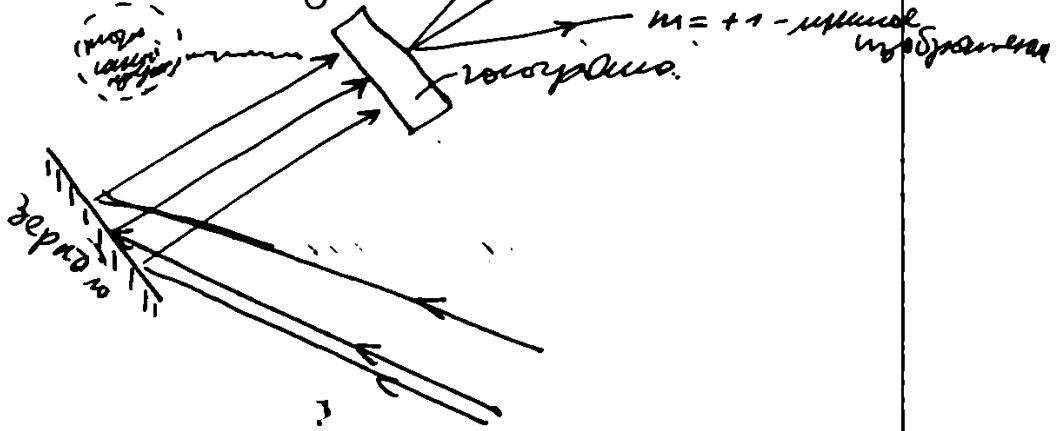
формула, записанная на разности фаз опорной и предметной.

Земля.



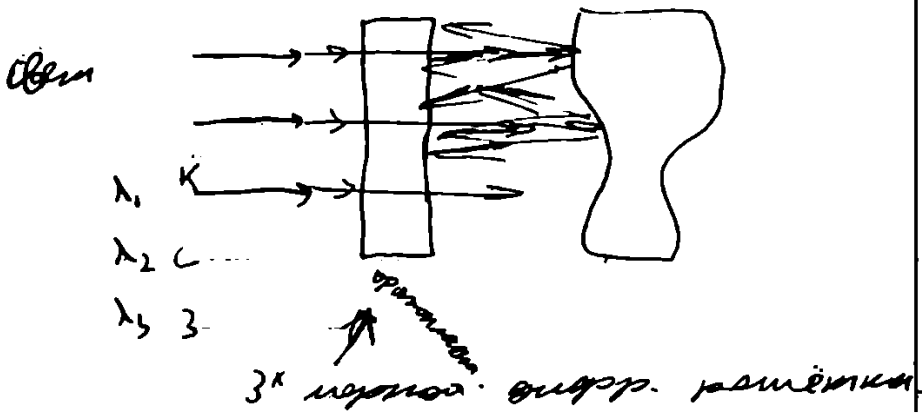
=> на фотоматричке  
 голограмма.

Воспроизведем:



голограмма = синхронизированная  
 дифракционная решётка...

Дифракционная решётка голограммы.

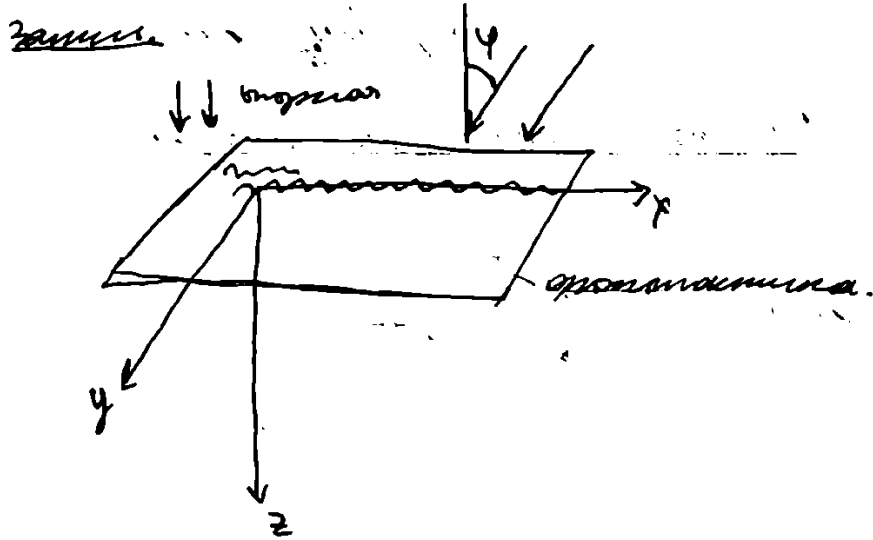


Вопросы.

1. Нет позитива и негатива.
2. Частота колебаний дает полное изображение.
3. Стереоскопичность изображения.
4. Частота колебаний дает интерференцию.

Лекция №4

15.12.11.



$$1) E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) = \text{плоская волна.}$$

$$= E_0 \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z) =$$

Взима в н-му  $xz$ :

$$y=0; \quad k_x=0, \quad k_y=0; \quad k_z \equiv k.$$

$$= E_0 \cos(\omega t - k z) = \text{сигнал.} \quad (1)$$

2) сферическая волна.

в н-му  $xz$  под углом  $\varphi$  к  $z$ -оси.

Предположим геометрию.

$$E_h = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) =$$

$$= E_0 \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z) =$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{или } k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k = k.$$

$$\text{В } / k_x = k \sin \varphi; \quad k_y = 0; \quad k_z = k \cos \varphi. /$$

$$= E_0 \cos(\omega t + k \sin \varphi x - k \cos \varphi z) \quad (2).$$

Взаимная индукция  $Z \rightarrow Z$

$E' = E + E_n$  по принципу суперпозиции

$$E' = E_0 \left[ \cos(\omega t) + \cos\left(\omega t + kx \sin\varphi\right) \right] =$$
$$= E_0 2 \cos \frac{2\omega t + kx \sin\varphi}{2} \cos \frac{kx \sin\varphi}{2} =$$

$$= \underbrace{E_0 \cos \frac{kx \sin\varphi}{2}}_{\text{амплитуда}} \underbrace{\cos\left(\omega t + \frac{kx \sin\varphi}{2}\right)}_{\text{фаза}} =$$

~~$E_0 \cos \frac{kx \sin\varphi}{2} \cos\left(\omega t + \frac{kx \sin\varphi}{2}\right)$~~

Величина  $\cos$  на  $\omega t + \frac{kx \sin\varphi}{2}$

Величина  $\cos$   $\frac{kx \sin\varphi}{2}$  зависит от угла  $\varphi$ .

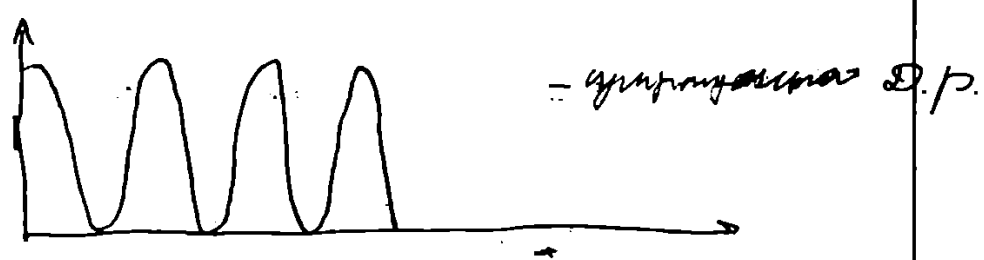
$$I \sim \langle \text{Амплитуда}^2 \rangle = 4I_0 \cos^2 \frac{kx \sin\varphi}{2} =$$

$$E_0^2 = I_0$$

↑  
она и  $I_0$   $\cos^2$   $\frac{kx \sin\varphi}{2}$

$$= 2I_0 \left[ 1 + \cos(kx \sin\varphi) \right] \quad (3)$$

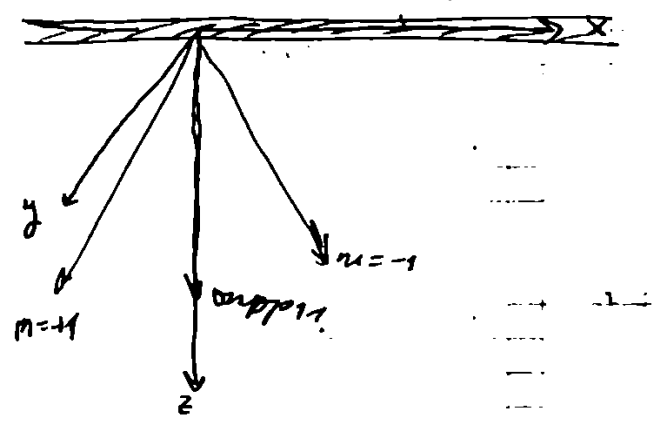
3) - паразитная интерференция от двух источников.



Уравнение  $\varphi(x) \approx a [1 + \cos(kx \sin \theta)]$  (4)

$a$  - высота решетки (730) элемент-интерференции.

Векторное изображение  $(Z=0)$



при  $z=0$   $E'' = E \cdot \epsilon = \epsilon E_0 [1 + \cos(kx \sin \theta)] \cos \omega t$

$$E^y_{z=0} = \alpha E_0 [\cos \omega t + \cos(kx \sin \varphi) \cos \omega t] =$$

$$= \alpha E_0 \cos \omega t + \frac{\alpha E_0}{2} \cos(kx \sin \varphi + \omega t) +$$

$$+ \frac{\alpha E_0}{2} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) =$$

$m = +1$                            $m = -1$                            $m = 0$

$\alpha E_0 \cos \omega t$  — *original beam*.

$\frac{\alpha E_0}{2} \cos(kx \sin \varphi + \omega t)$  — *higher order modes*.

