

1.5. Статистическое распределение. Квазизамкнутость.

1.5.1. Статистическое распределение.

Рассмотрим систему с огромным числом частиц как реальное макроскопическое тело. При этом о такой системе говорят, как о системе с большим числом *степеней свободы*.

Определение: *числом степеней свободы механической системы называется количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы.*

Положение материальной точки (частица, молекула) задается тремя координатами (x, y, z или r, θ, φ), следовательно, она имеет три степени свободы. Для сложных систем, состоящих из большого числа частиц, различают *поступательные*, *вращательные* и *колебательные* степени свободы. К степеням свободы мы еще вернемся в курсе далее.

Предположим, что система замкнутая, т.е. она не взаимодействует ни с какими другими телами. Тогда состояние системы можно характеризовать энергией E , причем $E = const$. Но энергии отдельных кусочков системы могут не оставаться постоянными.

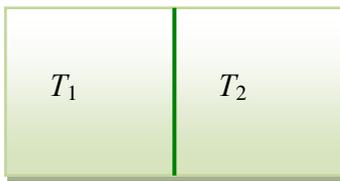


Рис. 5.1.

Опыт показывает, что, если система состоит из двух макрокусков с разной температурой T_1 и T_2 (рис.5.1), то температуры этих кусков выравниваются (даже в пренебрежении диффузией или перемешиванием в газах). Что же происходит со временем? Подсистемы обмениваются внутренней энергией, которую можно записать как сумму:

$$E_{\text{внутр}} = E_{\text{кин}}^{\text{внутр}} + U^{\text{внутр}}, \quad (1.5.1)$$

где $E_{\text{кин}}^{\text{внутр}}$ – поступательная и вращательная кинетические энергии молекул (атомов), $U^{\text{внутр}}$ – колебательная энергия молекул. Напомним, что внутренняя энергия является частью полной энергии системы:

$$E_{\text{полная}} = \frac{MV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + U_{\text{внешн}} + E_{\text{внутр}}, \quad (1.5.2)$$

где первые два слагаемых – кинетическая энергия поступательного и вращательного движений системы как целого, третье слагаемое – потенциальная энергия системы во внешнем поле.

Обмен подсистемами внутренней энергией называем *тепловым взаимодействием*, иначе *теплообменом*.

Итак, рассматриваем *замкнутую макросистему* с большим числом степеней свободы (частиц). Выделим из этой системы некоторую подсистему, весьма малую по сравнению со всей системой, но тоже

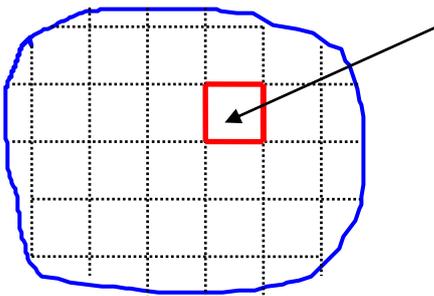


Рис. 5.2.

имеющей большое число частиц (т.е. с большим числом степеней свободы). *Подсистема* является тоже макросистемой, но она уже *не является замкнутой*, она испытывает всевозможные внешние взаимодействия со стороны остальных частей системы (см рис. 5.2).

Благодаря огромному числу степеней свободы этой подсистемы и остальных частей эти взаимодействия будут иметь весьма сложный и запутанный характер. Поэтому состояние рассматриваемой части системы будет меняться со временем также весьма сложным и запутанным образом. Точное решение проблемы о поведении такой системы является невыполнимой задачей.

Другой подход в описании поведения такой подсистемы – статистический. Он состоит в том, чтобы *рассматривать различные состояния подсистемы как случайные величины*, которые появляются в соответствии со своей вероятностью (как некоторое количество частиц, находящееся в объеме V_1 , рассмотренное ранее). Вероятности нахождения подсистемы в разных состояниях также различны, поэтому рассматривая состояния как случайные величины необходимо определить значения этих вероятностей.

Вероятность состояния выделенной подсистемы рассмотрим через время пребывания подсистемы в этом состоянии. Введем достаточно долгий промежуток времени τ , за который в силу сложности и запутанности внешних воздействий со стороны других частей системы выделенная нами подсистема пройдет через *все возможные состояния*. Вводя вероятность каждого состояния $\Delta t_i / \tau$, где Δt_i – время

нахождения в i -ом состоянии, мы получим какое-то распределение вероятностей, которое назовем *статистическим распределением*.

Важнейшие свойства статистических распределений: статистическое распределение малой подсистемы *не зависит*:

- 1) от начального состояния какой-либо другой малой части той же системы, так как влияние этого начального состояния будет в течение времени τ вытеснено влиянием остальных обширных частей макросистемы;
- 2) от начального состояния самой подсистемы, поскольку данная подсистема с течением времени проходит через все возможные состояния и каждое из них может быть выбрано в качестве начального.

Это свойство макросистем и дает возможность находить функцию распределения, не решая уравнения механики для этой системы с учетом начальных условий. Если задача решена, и статистическое распределение малой макроскопической подсистемы найдено, тогда можно вычислить вероятности различных значений любых физических величин, зависящих от состояния рассматриваемой подсистемы.

Из предыдущего параграфа §1.4. мы выяснили, что относительные флуктуации быстро падают с увеличением числа частиц в подсистеме, то есть в течение достаточно большого промежутка времени физические величины подсистемы мало отклоняются от средних значений. Поэтому *статистические предсказания для физических величин приобретают практически определенный, а не вероятный характер*.

1.5.2. Квазизамкнутость.

Выделенная подсистема незамкнута, она подвергается непрерывному воздействию со стороны прочих частей системы, именно благодаря этому и будет иметь место статистическое распределение. Однако энергия ее взаимодействия с другими частями для достаточно большой макросистемы (с большим числом частиц) будет меньше энергии, содержащейся внутри подсистемы.

В самом деле, обмен внутренней энергией (тепловое взаимодействие) происходит через ограничивающую подсистему поверхность. Это означает, что во взаимодействии с окружающими частями участвуют преимущественно те частицы выделенной подсистемы, которые находятся вблизи поверхности, или, иначе говоря, обмен внутренней энергией – это *поверхностный эффект*.

Наряду с этими взаимодействиями существуют взаимодействия отдельных частиц выделенной подсистемы друг с другом, которые являются уже *объемным эффектом*.

Можно провести следующие довольно простые размерные оценки.

Объемные эффекты и объемная энергия $E_{об}$ подсистемы пропорциональны объему $\sim L^3$ (здесь L – размер объема), а объем пропорционален $\sim N$ – числу частиц в подсистеме.

Поверхностная энергия $E_{пов}$ подсистемы пропорциональна поверхности $\sim L^2$ (размер поверхности), и, следовательно, $\sim N^{2/3}$ (так как на один линейный размер L приходится $N^{1/3}$ частиц). Взяв отношение энергий, получаем оценку:

$$\frac{E_{пов}}{E_{об}} \sim \frac{1}{L} \sim \frac{1}{N^{1/3}} \ll 1, \text{ если } N \text{ велико.} \quad (1.5.3)$$

Таким образом, с увеличением числа частиц в подсистеме объемные эффекты растут значительно быстрее, чем поверхностные. И при выборе достаточно большой подсистемы ее взаимодействие с окружающими частями будет мало по сравнению с внутренними взаимодействиями. Это справедливо и в том случае, когда взаимодействие между частицами мало (например – идеальный газ).

Итак, такие подсистемы трактуются как *квазизамкнутые системы*, то есть как такие системы, которые, по крайней мере, в течение малых промежутков времени Δt ведут себя приблизительно так же, как и замкнутые системы.

Таким образом, в течение достаточно малого промежутка времени всякая макроскопическая система, являющаяся малой частью замкнутой макроскопической системы, ведет себя приблизительно как замкнутая система, т.е. является *квазизамкнутой*.

При этом является очень важным, что практически все величины, представляющие физический интерес, становятся *аддитивными*. В частности, энергия, иначе полная энергия системы, представима в виде суммы

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n = \sum_i \varepsilon_i \quad (1.5.4)$$

где ε_i – энергия квазизамкнутой подсистемы. Это равенство приблизительное, но точность его выполнения тем больше, чем больше частиц в системе и подсистемах.

1.5.3. Статистическое равновесие.

Рассматриваемая замкнутая макросистема находится в *состоянии статистического равновесия*, если для каждой ее части, также являющейся самой по себе макросистемой, физические величины с большой относительной точностью равны своим средним значениям.

Сделаем сейчас некоторые утверждения, к которым мы еще вернемся позднее.

- 1). Если система наблюдается в течение достаточно большого промежутка времени, то подавляющую часть этого промежутка она проводит в состоянии статистического равновесия.
- 2). Если в какой-то начальный момент времени система не находилась в состоянии статистического равновесия (например, искусственно была выведена из него внешними воздействиями, а потом снова стала замкнутой), то в дальнейшем она обязательно перейдет в состояние статистического равновесия.

Промежуток времени перехода в статистическое равновесие есть **время релаксации**.

Переходные процессы изучает *кинетика*, которые мы не рассматриваем в настоящем курсе. *Статистика* изучает системы, находящиеся в статистическом равновесии.

Важнейший результат этого рассмотрения: *подсистему, входящую в замкнутую систему, и ее энергию можно рассматривать и описывать статистически*. Это и есть вероятностное описание тепловых процессов.