Глава 2. Движение в неинерциальных системах отсчёта (НИСО)

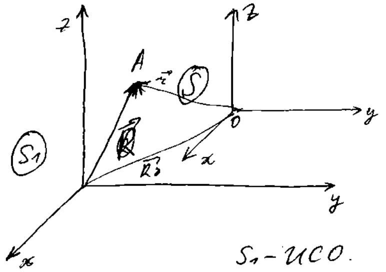
§1. Сила инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчёта.

1) До сих пор руководствовались: а) закон Галилея (есть ИСО) (в ИСО).

б) в ИСО: $m\vec{a} = \vec{F}$

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$$

2) Теперь:



S_1 – ИСО.

S – НИСО.

$$\vec{R} = \vec{R_0} + \vec{r}$$

$t = t_1$ – время абсолютно

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R_0}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{u_0} + \vec{v}_{отн.}$$

$\vec{u_0}$ – переносная (вместе с S).

$\vec{v}_{отн.}$ – отн. скорость (с точки зрения S).

$\vec{v}$ – скорость точки A (с точки зрения S_1).

$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{R_0}}{dt^2} + \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \vec{a_0} + \vec{a}_{отн}$$

$\vec{a}$ – уск. точки в системе S_1 (ИСО)

$\vec{a_0}$ – переносное ускорение

$\vec{a}_{отн}$ – ускорение отн. движения (в системе S – НИСО)

ИСО: (S_1): $m\vec a = \vec F$

$$m\vec a_0 + m\vec a_{отн} = \vec F \quad (*)$$

НИСО: (S): $$m\vec a_{отн} = \underbrace{\vec F - m\vec a_0}_{\text{силы в } S} \quad (1)$$

$$\vec F_{ин} = -m\vec a_0 \quad (2)$$ — переносная сила инерции.

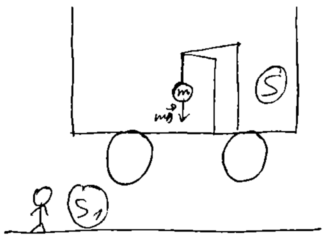
3) Силы инерции.

$$m\vec a_{отн} = \vec F + F_{ин}$$

силы инерции — реальные силы, они имеют иную природу по сравнению с F.

Для них нет III-з. Ньют.

не инвариантны отн. S.

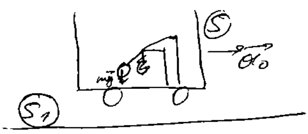


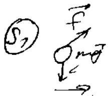
а) вагон неподвижен ($a_0 = 0$)

(S_1): $\vec F = m\vec g - \vec f = 0$

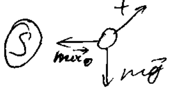
(S): то же самое

б) вагон движется ($a_0 \neq 0$)





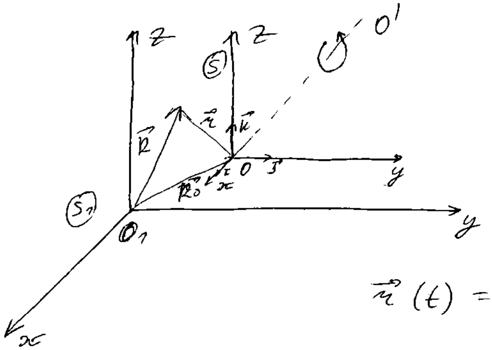
$\vec F^* = m\vec a_0$



$$\vec f + m\vec a_0 + m\vec g = 0.$$

§2. Силы инерции при произвольном ускоренном движении С.О.

Произвольное движение — совокупность перемещений и поворотов.



$$\vec{r}(t) = \vec{i}(t)\cdot x(t) + \vec{j}(t)\, y(t) + \vec{k}(t)\, z(t)$$

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r} \; ; \; t_1 = t.$$

$$\underbrace{\frac{d\vec{R}}{dt}}_{\vec{v}} = \underbrace{\frac{d\vec{R}_0}{dt}}_{\vec{v}_0} + \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\neq \vec{v}_{отн}}$$

$$\underbrace{\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}}_{\vec{a}} = \underbrace{\frac{d^2\vec{R}_0}{dt^2}}_{\vec{a}_0} + \underbrace{\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}}_{\neq \vec{a}_{отн}}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega}\times\vec{r}] \qquad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\vec{i}(t)x(t) + \vec{j}(t)y(t) + \vec{k}(t)z(t)\right] =$$

$$= \underbrace{\frac{d\vec{i}}{dt}}_{[\vec{\omega}\times\vec{i}]} x + \underbrace{\frac{d\vec{j}}{dt}}_{[\vec{\omega}\times\vec{j}]} y + \underbrace{\frac{d\vec{k}}{dt}}_{[\vec{\omega}\times\vec{k}]} z + \underbrace{\vec{i}\frac{dx}{dt} + \vec{j}\frac{dy}{dt} + \vec{k}\frac{dz}{dt}}_{\vec{v}_{отн}}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_{отн} + [\vec{\omega}\times\vec{r}]$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + v_{отн} + [\vec{\omega}\times\vec{r}] \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_{отн} + [\vec{\omega}\times\vec{r}] \quad (2)$$

$$a = a_0 + \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (3)$$

29.11.10г.

$$\boxed{\frac{d\vec{i}}{dt} = [\vec{\omega}\times\vec{i}]}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{отн}}{dt} + \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d}{dt}[\vec{\omega}\times\vec{r}]$$

$$\frac{d\vec{v}_0}{dt} = \vec{a}_0 \; ; \; \frac{d\vec{v}_{отн}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(i\frac{d\vec{x}}{dt} + j\frac{dy}{dt} + k\frac{d\vec{z}}{dt}\right) =$$

$$= \vec{a}_{отн} + [\vec{\omega}\times\vec{v}_{отн}]$$

$$\frac{d}{dt}[\vec{\omega}\times\vec{r}] = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right] + \left[\vec{\omega}\times\frac{d\vec{r}}{dt}\right] \overset{(2)}{=} \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right] +$$

$$+ [\vec{\omega}\times\vec{v}_{отн}] + [\vec{\omega}\times[\vec{\omega}\times\vec{r}]]$$

$$[\vec\omega \times [\vec\omega \times \vec r]] = [\vec\omega \times [\vec\omega \times \vec r_\perp]] + \underbrace{[\vec\omega \times [\vec\omega \times \vec r_\parallel]]}_{=0} =$$

$\vec r = \vec r_\perp + \vec r_\parallel$

$$= \vec\omega(\vec\omega \cdot \vec r_\perp) - \omega^2 \vec r_\perp$$

$$\underset{\text{поступ.}}{\vec a = \vec a_0} + \vec a_{отн} + 2[\vec\omega \times \vec v_{отн}] + \left[\frac{d\vec\omega}{dt} \times \vec r\right] - \omega^2 \vec r_\perp \quad (3) =$$

(теорема Кориолиса)

$$= a_0 + 2[\vec\omega \times \vec v_{отн}] + \left[\frac{d\vec\omega}{dt} \times \vec r\right] - \omega^2 \vec r + \vec a_{отн} =$$

$$= \underbrace{a_{отн}}_{\text{уск. отн. движ.}} + \underbrace{2[\vec\omega \times \vec v_{отн}]}_{\text{ускорение кориолисового движения}} + \underbrace{\vec a_0 + \left[\frac{d\vec\omega}{dt} \times \vec r\right] - \omega^2 \vec r}_{\text{уск. переносного движения.}}$$

Ур-е движения в ИСО (5₁) $m\vec a = \vec F$, $m \cdot (3)$

$$\vec F = m\vec a_{отн} + 2m[\vec\omega \times \vec v_{отн}] + m\vec a_0 + m\left[\frac{d\vec\omega}{dt} \times \vec r\right] - m\omega^2 \vec r_\perp$$

Ур-е движения в НИСО (5) $m\vec a_{отн} = \vec F - 2m[\vec\omega \times \vec v_{отн}] -$

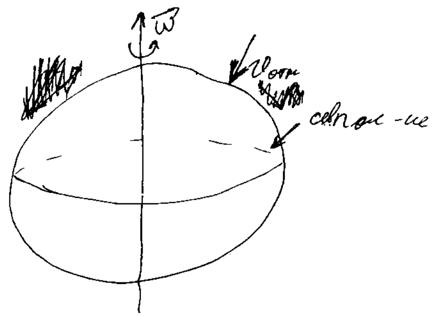
$$- m\vec a_0 - m\left[\frac{d\vec\omega}{dt} \times \vec r\right] + m\omega^2 \vec r_\perp =$$

$$= \vec F + \vec F_{кор} + \vec F_{переносная} \quad (3^*)$$

$$\vec F_{кор} = -2m[\vec\omega \times \vec v_{отн}] = 2m[\vec v_{отн} \times \vec\omega] \quad (4)$$

$$\vec F_{переносная} = \underbrace{-m a_0}_{\text{переносная сила инерции}} + \underbrace{m\,\omega^2 \vec r_\perp}_{\text{центробежная сила}} - \underbrace{m\left[\frac{d\vec\omega}{dt} \times \vec r\right]}_{\text{неравномерна вращение}} \quad (5)$$

/в ИСО $\omega = 0$ и $a_0 = 0$ => в ИСО $F_{кор}$ $F_{переносной}$ нету/



$F_{кор}$ на Земле

1) отклонение по вертикали на восток

2) Размывание берегов

в Сев п - правый

в Юж п - левый

3) воронка в Сев полушарии против часовой стрелки, в южном - наоборот

4) маятник Фуко

§3. Движение тела на Земле.

$\omega = const$; $\frac{d\omega}{dt} = 0$

1) $m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + 2m[\vec{v}_{отн} \times \vec{\omega}] - m\vec{a}_0 + m\omega^2\vec{r}_\perp - \underbrace{m\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}\right]}_{=0}$

$\boxed{\begin{array}{l} F \text{ — тр, грав, упр, } \\ \text{Гав. из-}g, \\ F_0 \{ \text{сила притяжения солнца и луны.} \\ F_3 = \frac{GMm}{R^2} \\ \vec{F} = \vec{F} + \vec{F}_3 + \vec{F}_0 \Rightarrow 1 \end{array}}$

$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + (F_3 + m\omega^2\vec{r}_\perp) + \underbrace{(\vec{F}_0 - m\vec{a}_0)}_{=0} + 2m[\vec{v}_{отн} \times \vec{\omega}]$ (2)

$F_3 = -\frac{GMm}{R^2} \cdot \frac{\vec{R}}{R} = m\vec{g}_{абс}$

$/ v \Leftrightarrow v_{отн};\ a \Leftrightarrow a_{отн} /$

$m\vec{a} = \vec{F} + m(\vec{g}_{абс} + \omega^2\vec{r}_\perp) + 2m(\vec{v}\,\vec{\omega})$ (3)

Уравнение 3 описывает движение тел на Земле.

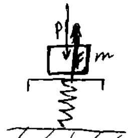
Измерение g:

„своб." $\overset{(?)}{\Rightarrow}$ $\vec{F} = 0$; $v = 0$ $\Rightarrow$ по формуле (3):

$m\underbrace{a}_{=\vec{g}} = 0 + m(\vec{g}_{абс} + \omega^2\vec{r}_\perp) + 0$

$\vec{g} = \vec{g}_{абс} + \omega^2\vec{r}_\perp$ (4)

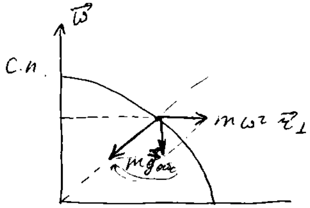
Вес тела на Земле:



вес тела — это сила реакции, если тело неподвижно: $\vec{F} = -\vec{P}$

$\vec{P} = m\vec{g} = m(\vec{g}_{абс} + \omega^2\vec{r}_\perp)$ (5)

$\vec{g}_{абс} = -\frac{GM}{R^2} \cdot \frac{\vec{R}}{R}$

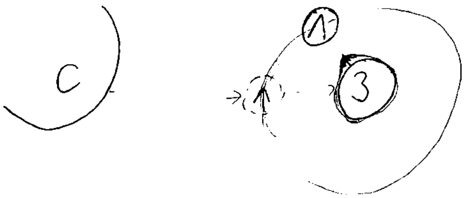


$\langle g_{\text{на полюсе}} \rangle = 983{,}2 \ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$

$\langle g_{\text{на экваторе}} \rangle = 981{,}4 \ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$

Приливы:

(вынужденные колебания (воды)).



$\vec F_0 - m\vec a_0 \neq 0$

Сизигийный прилив — прилив, при котором солнце и луна находятся на одной линии.

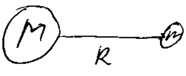
§4. Гравитационная масса. Обобщённый закон Галилея.

З.С.И: $\vec p = m_\tau \vec v = const$

$/m_\tau = m_{\text{инертная}}/$

$$\frac{d\vec p}{dt} = m_\tau \vec a = \vec F$$

$\vec P = -\vec F$; $\vec P = m_g \vec g$



$$F_{\text{гр}} = -\frac{G M m}{R^2} \frac{\vec R}{R}$$

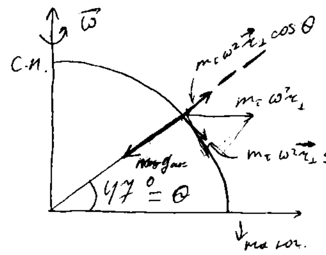
В ИСО: $\vec F = \vec F_{\text{гр}}$

$m_\tau \vec a = m_g \vec g$

$$\vec a = \frac{m_g}{m_\tau} \vec g$$

$$\vec g = \vec a$$

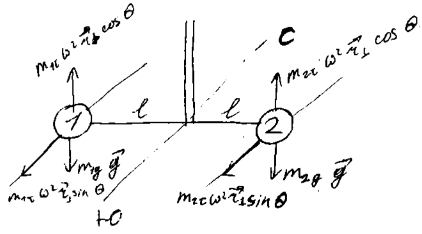
$$\frac{m_g}{m_\tau} = 1$$



Этвеш

(1) $m\vec g = m\vec g_{абс} + m_\tau\omega^2\vec r_\perp$

$g_{абс} = \frac{MG}{R^2}$



Уравн. весы $l_1 = l_2 = l$

по гориз-ли: $m_{1g} g - m_{1\tau}\omega^2\vec r_\perp\cos\theta =$

$= m_{2g} g - m_{2\tau}\omega^2\vec r_\perp\cos\theta$ (1)

(закручивание: $\omega^2 r_\perp\sin\theta\,(m_{1\tau}-m_{2\tau})\cdot l = M$ (2))

(1') $m_{\tau 1}\left(\frac{m_{1g}}{m_{1\tau}} g - \omega^2 r_\perp\cos\theta\right) = m_{2\tau}\left(\frac{m_{2g}}{m_{2\tau}} g - \omega^2 r_\perp\cos\theta\right)$

(2') $m_{1\tau}\omega^2 r_\perp\sin\theta\left(1-\frac{m_{2\tau}}{m_{1\tau}}\right) l = M$

Если $\frac{m_{1g}}{m_{1\tau}} \neq \frac{m_{2g}}{m_{2\tau}}$ ~~то равновесие весов будет~~

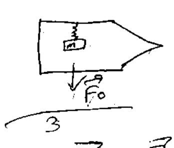
~~нар~~ $\Rightarrow m_{1\tau} \neq m_{2\tau} \xRightarrow{(2')} M \neq 0$

Угол поворота $\Delta\varphi = 0$; $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 5\cdot 10^{-9}$.

§5. Принцип эквивалентности гравитационных сил и сил инерции.

$m\vec a = \vec F + m\omega^2\vec r_\perp + 2m[\vec v\times\vec\omega] - m\vec a_0$

$\vec F \Rightarrow \vec F_{упр} + \vec F_0 + \vec F_{гр}$



посл. пор.: $\vec F_{упр}$; $\vec F_{гр} = -\frac{GMm}{r^2}\frac{\vec r}{r}$ // $m\vec g_{абс}$

$\vec F_0 = -\frac{GM_3 m}{R^2}\frac{\vec R}{R}$

$m\vec a = \vec F_{упр} + \underbrace{(\vec F_{гр} + m\omega^2\vec r_\perp)}_{m\vec g = m\vec g_{абс} + m\omega^2\vec r_\perp} + 2m[\vec v\times\vec\omega] + \underbrace{(\vec F_0 - m\vec a_0)}_{(1)}$

1) Если $\omega = 0$ /ракета не вращается/; $v = 0$

$$m\vec{a} = \vec{F}_{упр} + m\vec{g}_{абс}$$

$$\vec{F}_{упр} = m\vec{a} - m\vec{g}_{абс}$$

2) Если $\omega \neq 0$, $v \stackrel{?}{=} 0$.

можно получить искусственную „тяжесть" за счёт $m\omega^2 r_\perp$

Все механические явления в равномерно ускоренном корабле будут происходить точно также как в неподвижном корабле, находящемся в однородном поле тяжести.

Все физические явления ~~происходящие~~ в равномерноускоренном корабле будут происходить точно также как в неподвижном корабле, находящимся в однородном поле тяжести (Эйнштейн)

грав. поле → поле сил инерции
грав. поле → поле сил грав. притяжения.

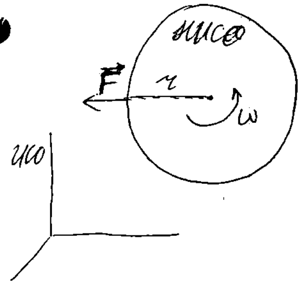
§ 6 Основное содержание общей теории относительности.

Закон Галилея в интерпретации Эйнштейна: одинаковость величины „g" в однородном поле определяется действием гравитирующего тела на пространство

Суть О.Т.О. – рассмотрение вопроса о том, как гравитационное поле действует на пространство и время.

06.12.10г.

1) Влияние гравитационного поля на время.



а) $\omega = 0$ (диск неподвижен); $t = t'$

$v = \omega r$, $\Delta t = \dfrac{\tau}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

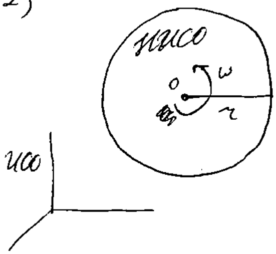
б) $\omega \neq 0$;

из ИСО

в) из НИСО; $\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}_\perp$

часы идут быстрее или медленнее в зависимости от интенсивности гравитационного поля.

2)



а) $\omega = 0$; $l = l_0$; $r = n_1 \cdot 1$

$L_{окр} = n_2 \, 1$

$\dfrac{L_{окр}}{r} = \dfrac{n_2}{n_1} = 2\pi$

б) $\omega \neq 0$ $r = n_1 \cdot 1$

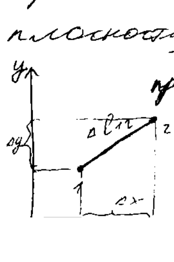
$L_{окр} = n_3 \cdot 1$

$\dfrac{L_{окр}}{r} = \dfrac{n_3}{n_1} > 2\pi$

$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}_\perp$

§4. Геометрия поверхности. Метрические коэффициенты.

1) Геометрия на плоскости (Евклидова геометрия на плоскости):

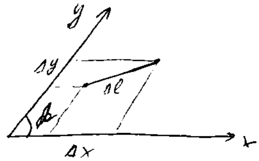


прямоуг. координаты

$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$ (1)

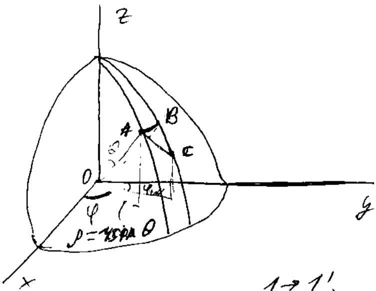
в треугольнике сумма внутр углов равна π.

2) Эвклидова геометрия на плоскости косоугольн коорд.



$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 - \Delta x \Delta y \cos(\pi - \alpha) =$$
$$= \Delta x^2 + \Delta y^2 + 2\Delta x \Delta y \cos\alpha \quad (2)$$

3) Геометрия на сферической поверхности



$1 \to 1' \to 2$
$A \to B \to C$

Точка 1: r, θ, φ

Точка 2: $r; \theta + \Delta\theta; \varphi + \Delta\varphi$

$$\rho = r \cdot \sin\theta$$

$$AB \overset{1 \to 1'}{=} \rho \cdot \Delta\varphi = r \sin\theta \cdot \Delta\varphi$$

$$BC = 1' \to 2 = r\,\Delta\theta$$

для бесконечно малого $\Delta ABC \Longrightarrow AB^2 = AB^2 + BC^2$

$$\underbrace{\Delta l^2}_{AC} = r^2 \sin^2\theta\, \Delta\varphi^2 + r^2 \Delta\theta^2 \quad (3)$$

4) Обобщённые Гауссовские координаты: x_1 и x_2

Сравним:

$$\Delta l^2 = \gamma_{11} \Delta x_1 \Delta x_1 + 2\gamma_{12} \Delta x_1 \Delta x_2 + \gamma_{22} \Delta x_2 \Delta x_2 \quad (4)$$

(4) $\longleftrightarrow$ (1) : $\gamma_{11} = \gamma_{22} = 1$; $\gamma_{12} = 0$

(4) $\leftrightarrow$ (2) $\gamma_{11} = \gamma_{22} = 1$; $\gamma_{12} = \cos\alpha$

(4) $\Leftrightarrow$ (3) : $x_1 = \theta$; $x_2 = \varphi$

$$\gamma_{11} = r^2;\ \gamma_{22} = r^2 \sin^2\theta;\ \gamma_{12} = 0$$

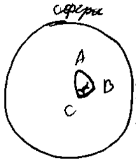
γ_{22} – коэффициент при φ, но зависит от θ, значит преобразования эвклидовой геометрии не действ.

$$(\Delta l)^2 = \sum_{i,k=1}^{N} \gamma_{ik} \Delta x_i \Delta x_k$$

Метр. коэф. γ характеризуют всю геометрию поверхности.

Кривизна поверхности определяется с помощью 3-го пространственного измерения. Кривизна сферы равняется радиусу.

5) Кривизна.



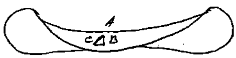
в сферическом $\triangle ABC$ сумма углов больше π.

$$S_{сф.\triangle} = R^2\left(\sum \alpha_i - \pi\right).$$

~~кривизна сф.~~

$$\frac{\sum \alpha_i - \pi}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{R^2} = C$$ — кривизна поверхности.

$C > 0$! (для сферы)



$\sum \alpha_i < \pi$ $\qquad$ $C = \frac{\sum \alpha_i - \pi}{S_{\triangle ABC}} < 0$! (для седловидной впадины)

если на плоскости, то $\sum \alpha_i = \pi \Rightarrow C = 0$.

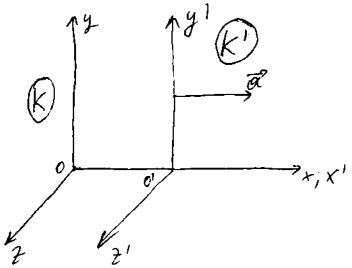
§8. Кривизна пространства-времени.

1) В ИСО (см. СТО) $ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 =$

$= ds'^2 = c^2dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2$

ds^2 — инвариант.

2) В НИСО.



$\vec{a}$ — ускорение (K') вдоль оси X.

$\frac{v}{c} \ll 1;\ t \approx t'$

$y = y';\ z = z';\ t = t'$

$x = x' + \frac{at^2}{2}$

$$\left.\begin{aligned} dS^2 &= c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \\ dS'^2 &= c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 \end{aligned}\right\}$$ в ИСО равны.

$$dS^2 = c^2dt^2 - \underbrace{\left(dx' + at\,dt\right)^2}_{dx'^2 + a^2t^2dt^2 + 2at\,dx'dt} - dy^2 - dz^2 =$$

$$= (c^2 - a^2t^2)dt^2 - dx'^2 - dy^2 - dz^2 - 2at\,dx'dt$$

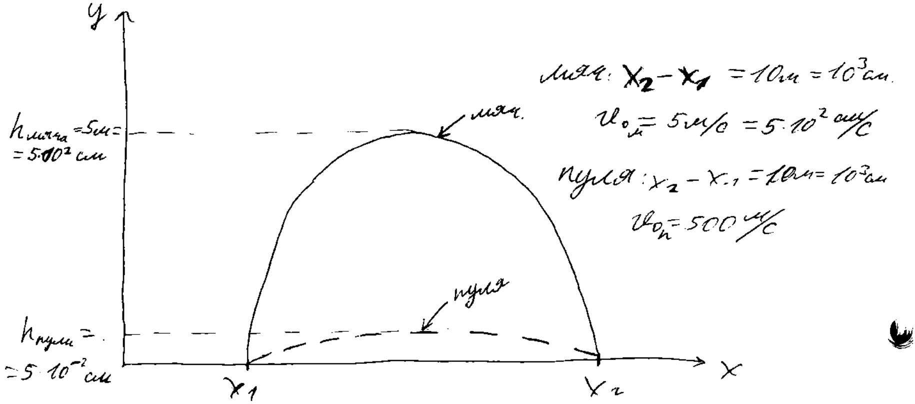
$ds^2 \neq dS'^2$ — в НИСО не равны.

Следовательно геометрия плоского пространства времени Минковского не работает в НИСО, или, то же самое, ИСО + поле тяготения. / НИСО $\equiv$ ИСО + поле тяготения /

$$dS^2 = \sum_{i,k=1}^{4} g_{ik}\, x_i x_k \;;\; g_{ik}$$ — метрический тензор

Пространство воздействует на материю, указывая „как ей двигаться", а материя указывает ~~материи~~ пространству „как искривляться".

§ 9 Кривизна пространства-времени в гравитационном поле Земли



$t_{\text{полёта}} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$

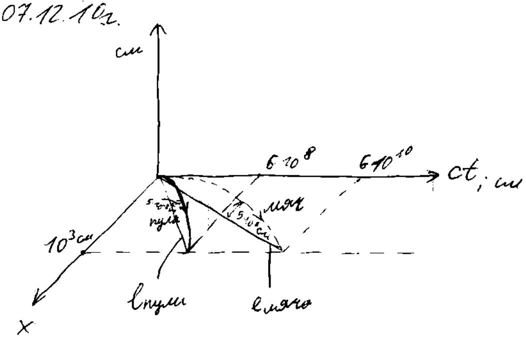
$t_{\text{пули}} = 2\sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 10^{-2}}{10^{3}\,\text{см}/\text{с}^2}} = 2\sqrt{10^{-4}} = 2\cdot 10^{-2}$ с.

$t_{\text{мяча}} = 2\sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 10^{2}}{10^{3}}} = 2$ с.

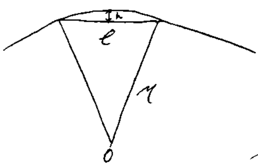
$c\cdot t_{\text{пули}} = 6\cdot 10^{8}$ см

$c\cdot t_{\text{мяча}} = 6\cdot 10^{10}$ см

07.12.10г.



$l_{\text{пули}} \approx 6\cdot 10^{8}$ см; $l_{\text{мяча}} \approx 6\cdot 10^{10}$ см.



$r = l^2/8h$

$r_{\text{пули}} = \frac{36\cdot 10^{16}}{8\cdot 5\cdot 10^{-2}} \approx 10^{18}$ см

$r_{\text{пули}}$ – привизна искривления пули в 4-х мерном пространстве времени.

$r_{\text{мяча}} = \frac{36\cdot 10^{20}}{8\cdot 5\cdot 10^{2}} \approx 10^{18}$ см.

$\boxed{r_{\text{пули}} = r_{\text{мяча}}}$

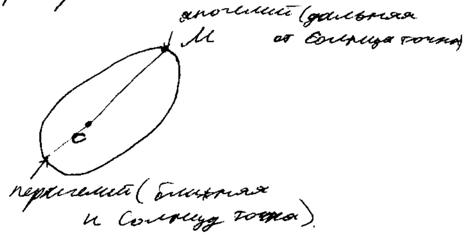
$[\;]_{\text{см}} < {g \atop c}$; $r = \frac{c^2}{g} = 10^{18}$ см $\approx$

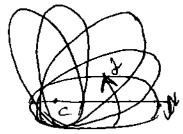
$\approx$ 1 св. год

§10. Экспериментальное подтверждение О.Т.О.

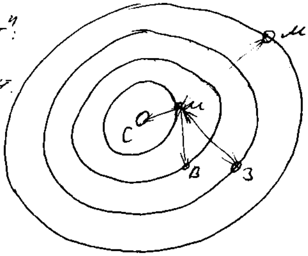
1) Вращение перигелия орбиты Меркурия:

/поворот плоскости эллиптических орбит/





за 100 лет ≈ $1,5^\circ$ — эксп. = 5599,74''



— „классический эффект": (за счёт взаим-ия планет)

расчёт: 5557,18'' за 100 лет.

5557,18'' ≈ $1,54^\circ$

— „расчёт из ОТО":

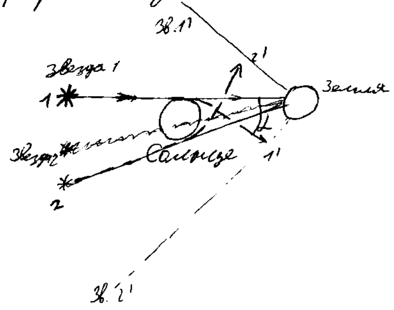
за счёт искривления гравитационного поля Солнца: 42,'' за 100 лет.

('' — секунда).

эксп. — классич. = 42,56'' за 100 лет.

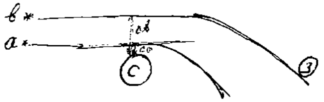
2) Отклонение светового луча в гравитационном поле Солнца:

/гравитационные линзы/



зв1' и зв2' получены путём мысленного „дополнения" траектории движения света от зв1 и зв2

Эддингтон увидел, что если сравнить положение звёзд на небе при затмении и без затмений, то видно точное „разбегание“



$\alpha = \left(\frac{1,7}{\Delta}\right)''$ /в секундах/ ; Δ - ближайшая от Солнца точка

Эксп. $\alpha = \left(\frac{1,7}{\Delta}\right)''$ — от „Ньютона“ $F = \frac{GM_c m_ф}{r^2}$ траектории луча. $\frac{1}{2}$ экспер.

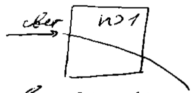
— от „ОТО“; $\frac{1}{2}$ экспер.

грав. масса фотона → $m_{\text{полная фотона}} = \frac{\hbar\omega}{c^2} = \frac{E}{c^2}$

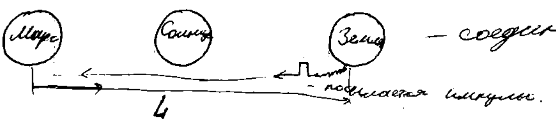
3) Запаздывание электромагнитного импульса.

(2) - можно рассматривать не только как искривление: $\xrightarrow{\text{свет}}$ $\boxed{\text{вак; } n=1}$ $\longrightarrow$ $v = \frac{c}{n}$, n - показатель преломления.

если возрастает $n>1$, то свет преломляется, т.е. подобие (2)



Скорость света в сильном гравитационном поле $< c$, т.е. преломляется /$n>1$/.



— соединение планет.

$t = \frac{2L}{c}$

с поправками ОТО:

$t^* = \frac{2L}{v}$; $v \neq c$.

$t^* - t = \Delta t$ - запаздывание, которое можно исследовать экспериментально.

$\Delta t \cdot c = \Delta L$

Экспериментальная чувствительность: $\frac{\Delta l}{l} = 1\,\text{м}$? погрешность

$$\Delta t = 2\cdot 10^{-8}\,c = 2\,\text{мкс}.$$

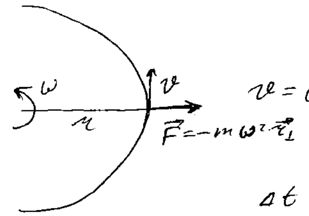
т. е. изменение расстояния 60 м.

отклонение $\Delta(60 \pm 1)$ м

4) Гравитационное смещение спектральных линий:

/не то, что наблюдал Хаббл/.

из ЗБ.



$v = \omega r.$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t \to T \qquad \frac{1}{T} = \nu$$

$$\Delta t_0 \to T_0 \qquad \frac{1}{T_0} = \nu_0 \text{ — собств. частота.}$$

$$\nu = \nu \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

т.к. $\frac{v}{c} \ll 1$, то

$$\nu = \nu_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \approx \nu_0\left(1-\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \nu_0\left(1-\frac{1}{2}\frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right) \quad (*)$$

$$\vec F = -\operatorname{grad} U = +m\omega^2\vec r$$

$$U = -\int \vec F d\vec r = -\int_r^0 m\omega^2 \vec r\, d\vec r = \frac{m\omega^2 r^2}{2}$$

$\varphi = \frac{U}{m}$ — потенциал

$$\varphi = \frac{U}{m} = \frac{\omega^2 r^2}{2} \quad (**)$$

$$\nu = \nu_0\left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right) \quad (1)$$

ν_0 — частота при $\varphi = 0$, т.е. в свободном от грав-го воздействия пространстве.

ν – частота при $\varphi \neq 0$

Имея в виду принцип эквивалентности сил инерции (φ) можно трактовать как потенциал единого грав-го поля.

13.12.10 г.

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right) \quad (1)$$

ν_0 — это там, где $\varphi = 0$

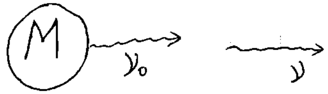
ν — это там, где $\varphi \neq 0$

4) а) Поле тяготения

$$U = -\frac{GMm}{r}\ ; \ \varphi = \frac{GM}{r}\ ; \ \varphi = \frac{U}{m}.$$

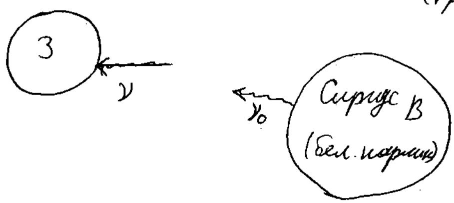
$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{GM}{c^2} \cdot \frac{1}{r}\right) \quad (2)$$

$\nu > \nu_0$; $\lambda < \lambda_0$
(фиол. смещение)



$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{GM}{c^2} \cdot \frac{1}{r}\right) \quad (3)$$

$\nu < \nu_0$; $\lambda > \lambda_0$
(красное смещение).



$M_с >> M_з$

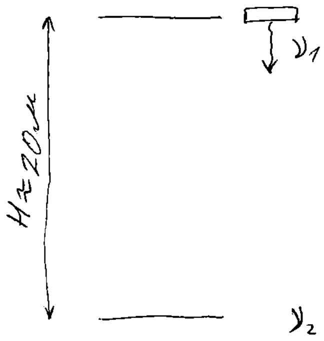
$$\varphi_с = -\frac{GM_с}{r}$$

$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 6 \cdot 10^{-5}$ — теор знач. $\quad \varphi_з = \frac{GM_з}{r}$

$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 6,6 \cdot 10^{-5}$ — эксп. знач.

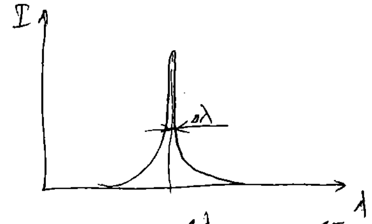
5) „Гравитационная масса" фотона:

Паунд, Ребка, 1960 год — Harward.



$; \varepsilon = h\nu_1; m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu_1}{c^2}$

– по эффекту Мессбауэра.



$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx 10^{-15}$

$\varepsilon_2 = h\nu_2 = h\nu_1 + mgH$

$h\nu_2 = h\nu_1 + \frac{h\nu_1}{c^2} gH$

$\nu_2 = \nu_1\left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)$

$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$

т.к. $H = 20$ м, то теор. значение $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2\cdot10^{-15}$

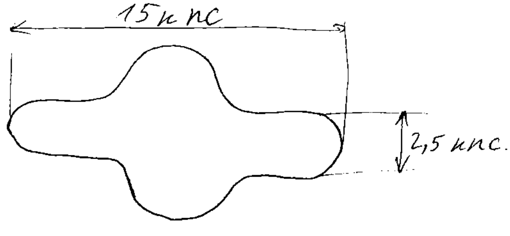
$\frac{\Delta\nu_{эксп}}{\Delta\nu_{теор}} = (1,05 \pm 0,10)$

§ 11. Строение и свойства вселенной.

1 св. год $= c \cdot 1$ год $= 10^{18}$ см.

1 год $\approx 3 \cdot 10^7$ с

1 парсек $= 3 \cdot 10^{18}$ см $= 3$ св. года.
(1 пс)



Скопл. галактик $\approx 5 \div 50$ Мпс.

$L < 100$ Мпс – вселенная неоднородна.

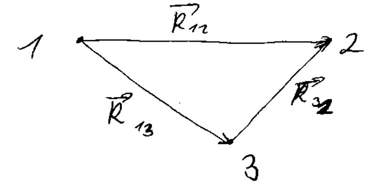
$L > 100$ Мпс – вселенная однородна.

Плотность (ср.) однородности:

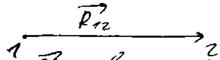
$3\cdot10^{-31}\frac{г}{см^3} < \langle\rho\rangle < 3\cdot10^{-28}\frac{г}{см^3}$ — экспериментальные оценки.

/без учёта тёмной материи/.

Вселенная однородна — одинаковость свойств на всём протяжении /нет выделенных расстояний/.



$\vec R_{13} + \vec R_{32} = \vec R_{12}$ (1)



$\vec v_{12}$ вдоль $\vec R_{12}$, т.к. нет никаких др. выд. напр.

Вселенная изотропна /нет никаких выделенных направлений/.

$$\vec v_{13} + \vec v_{32} = \vec v_{12} \quad (2)$$

$$|\vec v| = f(|\vec R|)$$

Поскольку рав-ва (1) и (2) справедливы для любых 3-х тел, то они совместимы только тогда, когда: $v \ll c$.

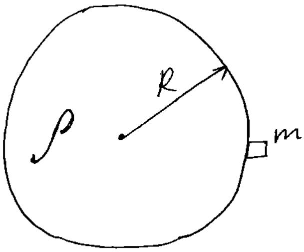
$v = HR$; H — постоянная.

$$HR < c$$

$$R < \frac{c}{H} = 10^{28}\ см \approx 10^{10}\ св.\ лет.$$

/Размер Метагалактики/.

При описании эволюции вселенной можно использовать законы классической физики.



$$M = V \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

Энергия массы „m"

$$E = \underbrace{E_{кин}}_{\frac{mv^2}{2}} + \underbrace{U}_{-\frac{GMm}{R}}$$

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} \quad (3)$$

З.С.Э.: $E = const.$

$E_{кин} > U$; $E>0$
— расширение (скор увел.)

$E_{кин} < U$, $E<0$
— сжатие

$E_{кин} = U$; $E=0$
— расширение с пост-ой скоростью

а) $E=0$; $\frac{1}{2} mv^2 = -\frac{GMm}{R}$; $\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = +\frac{2GM}{R}$

$$(*) \quad \boxed{\frac{dR}{dt} = \frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{R}}} ; \quad \sqrt{R}\, dR = \sqrt{2GM}\, dt$$

$$\frac{2}{3} R^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2GM} \cdot t + \beta$$

$\beta = const$

при $t \to 0$ $R \to 0 \mid \Rightarrow \beta = 0$

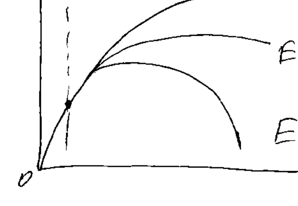
$$R = \left(\frac{9}{2} GM\right)^{\frac{1}{3}} \cdot t^{\frac{2}{3}} \quad (4).$$

$$(*) \quad v = \frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{R}}$$

$$H = \frac{V}{R} = \frac{2}{3} t \quad (5)$$

/t — возраст вселенной/.

$$\frac{1}{H} = \frac{3}{2} t \quad (5')$$



$E>0$ — гипербола

$E=0$ — парабола

$E<0$ — эллипс.

14.12.10г.

$v = \frac{dR}{dt} = H \cdot R$ – закон Хаббла; подставим „v" в ③:

$$E = \frac{m}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GmM}{R}$$

$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{R} \qquad / M = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho /$$

$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{G\, 4\pi R^2 \rho}{3}$$

$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2} H^2 R^2 - \frac{4G\pi R^2}{3} \cdot \rho$$

$$\frac{3E}{4G\pi R^2 m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{H^2 \cdot 3}{4G\pi} - \rho$$

$$\rho_{\text{критическое}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{H^2}{G\pi}$$

$$\frac{3E}{4\pi G R^2 m} = \rho_{\text{кр.}} - \rho \quad ⑥$$

при $H = 5 \cdot 10^{-18}\ (c^{-1})$

$$\rho_{\text{кр.}} \approx 5 \cdot 10^{-30} \left(\frac{г}{см^3}\right)$$

если $\rho < \rho_{\text{кр.}}$, то из ур-я ⑥ следует, что $E > 0$;

$\rho > \rho_{\text{кр.}} \Rightarrow E < 0$;

$\rho = \rho_{\text{кр.}} \Rightarrow E = 0$

В этой модели (однородной изотропной вселенной) радиус кривизны равен:

$$r = \frac{c}{H}\sqrt{\frac{\rho_{\text{кр.}}}{\rho - \rho_{\text{кр.}}}} \quad ⑦$$

Кривизна пропорциональна квадрату „обратного" радиуса: кривизна $\sim \frac{1}{r^2}$.

$$r^2 = \frac{c^2}{H^2} \cdot \frac{\rho_{\text{кр.}}}{\rho - \rho_{\text{кр}}}$$

$\rho < \rho_{\text{кр.}} \Rightarrow$ кривизна < 0 (седло)

$\rho > \rho_{\text{кр}} \Rightarrow$ кривизна > 0 (сфера)

$\rho = \rho_{\text{кр.}} \Rightarrow$ кривизна $= 0$ (прямая плоскость)

В 2001 году в Америке запустили спутник WMAP (в честь Wilkinson(а)), по данным которого получено: $H = 72\ \frac{км/с}{МПк} = 2{,}4\cdot 10^{-18}\,(с^{-1})$ (МПк – мегапарсек)

$\Rightarrow \tau = (13{,}4 \pm 0{,}3)$ Млрд. лет. /τ – время жизни вселенной/.

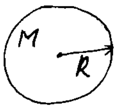
$\frac{\rho}{\rho_{кр}} = (1{,}02 \pm 0{,}02)$ /практически получается случай $\rho = \rho_c$ / $E = 0$/.

/В 20-м веке: $3\cdot 10^{-31} < \rho < 3\cdot 10^{-28}\ \frac{г}{см^3}$/.

§12. Гравитационный радиус.

$$\cancel{M}c^2 = \frac{GM\cancel{M}}{R} \qquad /U = -\frac{GMm}{R}/.$$

① $R_{гр} = \frac{GM}{c^2}$ – гравитационный радиус.



2-я космическая скорость:

$$\frac{\cancel{m}v^2}{2} > \frac{GM\cancel{m}}{R}$$

$$R \geq \frac{GM}{v^2}$$ /радиус должен быть больше этого, чтобы улет?/

если $v = c$, то $\qquad R = \frac{GM}{v^2}$ – предельный случай.

$$R = R_{гр} = \frac{GM}{c^2} \quad ①.$$

в §10: $\nu = \nu_0\left(1 - \frac{GM_{зв}}{c^2}\cdot\frac{1}{r_{зв}}\right)$

$$\nu = \nu_0\left(1 - \frac{R_{гр}}{r_{зв}}\right)$$

Для Земли: $R_{земли} = 6400$ км.

$R_{гр.} = 0{,}5$ см.

Для Солнца: $R_{солнца} = 7\cdot 10^5$ км.

$R_{гр.} = 1$ км.

Для Вселенной: $R_{гр.} = \frac{GM}{c^2}$; $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$.

$R_{гр.} \approx \frac{c}{\sqrt{\rho \cdot G}} \approx 10^{28}$ см $= R_{метагалактики}$ (видимой части Вселенной)