

1.10. Испускание электромагнитных волн.

1.10.1. Излучение точечного заряда.

До сих пор, изучая свойства электромагнитных волн, мы не задавались вопросом, как возникают такие волны. Рассматривая поле свободно движущегося заряда, мы нашли, что такой заряд не излучает – всегда в любом направлении имеются только тангенциальные составляющие поля вектора \vec{E} (E_{\perp} отсутствует).

Испускание электромагнитных волн происходит при ускоренном движении электрических зарядов. Это утверждение, строго говоря, относится к движению заряда в вакууме. В веществе излучение возможно и при равномерном движении заряда, когда скорость заряженной частицы больше фазовой скорости света в данной среде. Это, так называемый, *эффект Вавилова-Черенкова*.

Рассмотрим точечный заряд q , который до момента времени $t = 0$ ($-\infty < t < 0$) покоился в начале координат. При этом его электрическое поле изображалось радиальными силовыми линиями, выходящими из начала координат. Пусть в момент времени $t = 0$ этот заряд под действием какой-либо внешней силы начинает двигаться с постоянным ускорением a в направлении оси x . По истечении короткого промежутка времени τ действие этой силы прекращается, так что дальнейшее движение заряда происходит равномерно со скоростью $v = a\tau$, приобретенной к концу периода ускорения.

Представим картину силовых линий электрического поля, которое создается движущимся зарядом, спустя большой, по сравнению со временем ускорения τ , промежуток времени t ($t \gg \tau$). В точки, лежащие за пределами сферы радиусом ct (т.е. на расстояниях $r > ct$, центр сферы в начале координат), еще не дошла “информация” о том, что в момент времени $t = 0$ заряд начал движение. Поэтому за пределами этой сферы поле такое же, каким оно было при неподвижном заряде.

$$\vec{E} = q \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (1.10.1)$$

Внутри сферы радиусом $c(t - \tau)$ электрическое поле является полем равномерно движущегося заряда, т.к., начиная с момента времени $t = \tau$, заряд движется уже с постоянной скоростью v :

$$E = \frac{q}{r'^2} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{3/2}}, \quad (1.10.2)$$

Здесь r' – расстояние, отсчитываемое от мгновенного положения заряда, движущегося со скоростью v . Рассмотрим для простоты случай малых скоростей заряда $v \ll c$, то есть пренебрежем релятивистскими поправками. Тогда поле внутри сферы можно положить равным $E = q/r'^2$. То есть при нерелятивистских скоростях движения заряда это поле в момент времени t может быть найдено как поле неподвижного точечного заряда q , находящегося в той точке,

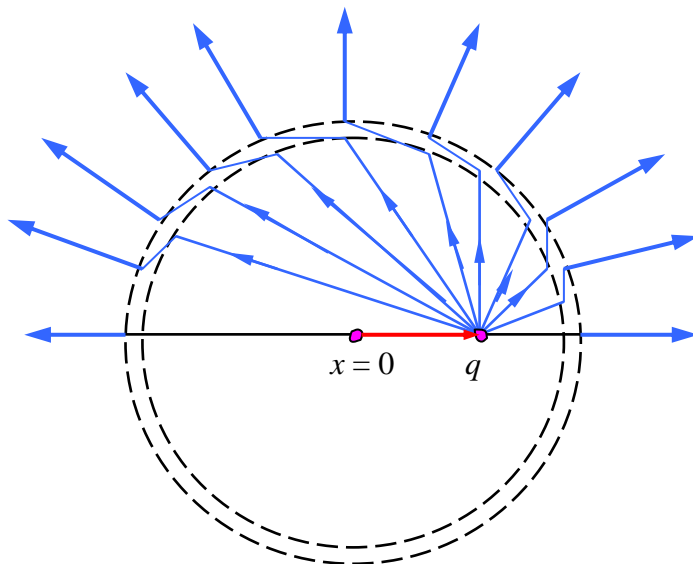


Рис. 10.1.

через которую в момент времени t проходит движущийся заряд. В моменты времени $t \gg \tau$ можно считать, что движущийся заряд находится на расстоянии vt от начала координат (пренебрегая величиной $v\tau/2$).

Таким образом, все изменения электрического поля, связанные с ускоренным движением заряда в течение времени τ , заключены внутри тонкого шарового слоя толщиной $c\tau$ (см рис.10.1). В интересующий нас момент времени t наружный радиус слоя равен ct , а внутренний – $c(t - \tau)$.

Картину электрического поля во внутренней области шарового слоя можно найти, учитывая непрерывность силовых линий (т.к. теорема Гаусса остается справедливой, то число линий сохраняется). Для этого достаточно соединить соответствующие радиальные силовые линии. Вызванный ускоренным движением заряда излом силовых

линий поля “убегает” от заряда со скоростью c . Изломы на силовых линиях, расположенные между сферами $r = ct$ и $r = c(t - \tau)$, – это и есть поле излучения заряда, т.е. испускаемая ускоренно

движущимся зарядом волна (сферический слой, толщиной $\sim \tau$), распространяющаяся со скоростью c от источника.

Рассмотрим одну из силовых линий, составляющую угол ϑ с направлением движения заряда (рис.10.2). Вектор напряженности электрического поля в области излома разложим на две составляющие: радиальную $E_{||}$ и поперечную E_{\perp} . Радиальная составляющая $E_{||}$ – это статическое поле, создаваемое неподвижным зарядом q , находящимся в начале координат. Напряженность этого поля на расстоянии $r = ct$ определяется выражением $E_{||} = q/r^2$.

Поперечная составляющая напряженности E_{\perp} – это поле, излучаемое электрическим зарядом во время его ускоренного движения. Поскольку волна распространяется в радиальном направлении, то вектор \vec{E}_{\perp} перпендикулярен направлению распространения волны.

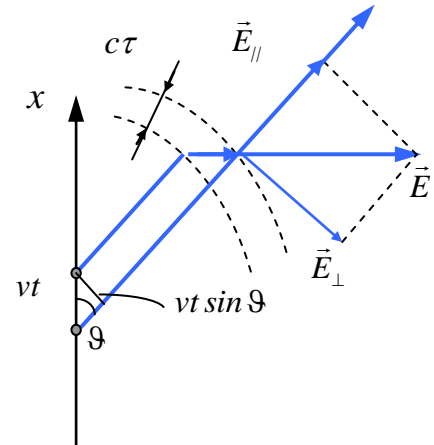


Рис. 10.2.

Из подобия треугольников, изображенных на рисунке 10.3 видно, что

$$\frac{E_{\perp}}{E_{||}} = \frac{v_{\perp} t}{c\tau} = \frac{vt \sin \vartheta}{c\tau}.$$

Учитывая, что $r = ct$, и подставляя $E_{||}$, получаем

$$E_{\perp} = \frac{qv \sin \vartheta}{\tau \cdot c^2 r}.$$

Отношение $v/\tau = a$ представляет собой ускорение, с которым заряд двигался в течение времени от момента 0 до τ , а $a \sin \vartheta = a_{\perp}$, где a_{\perp} – поперечная компонента полного ускорения заряда. Тогда для поперечной составляющей поля получаем:

$$E_{\perp} = \frac{qa \sin \vartheta}{c^2 r} = \frac{qa_{\perp}}{c^2 r}. \quad (1.10.3)$$

Приведенный вывод основан на

предположении, что в пустоте (вакууме) любое электромагнитное возмущение распространяется со скоростью c .

Во-первых, обратим внимание на то, что напряженность электрического поля волны E_{\perp} убывает обратно пропорционально первой степени расстояния r от центра в отличие от напряженности $E_{||}$ электростатического поля точечного заряда, убывающего как $1/r^2$.

Во-вторых, напряженность E_{\perp} поля волны в момент времени t в точке наблюдения, находящейся на расстоянии r от источника, зависит от ускорения a заряда q в более ранний $t = 0$ момент времени. Другими словами, волна, излученная движущимся с ускорением зарядом в момент времени $t = 0$, достигает точки наблюдения через промежуток времени, равный r/c .

Предположим, что заряд q все время движется вдоль оси x с некоторым переменным ускорением $a(t)$, оставаясь при этом вблизи начала координат (движение заряда в антенне или в атоме). Тогда электромагнитная волна будет излучаться непрерывно. Напряженность электрического поля волны в точке наблюдения, находящейся на расстоянии r от начала координат, по-прежнему, будет определяться полученным нами выражением, причем поле $E_{изл} = E_{\perp}$ в момент времени t зависит от ускорения a заряда в более ранний момент времени $t' = t - r/c$:

$$E_{\text{изл}}(\vec{r}, t) = q \frac{a_{\perp}(t')}{c^2 r}. \quad (1.10.4)$$

Вектор \vec{E}_{\perp} в точке, задаваемой радиус-вектором \vec{r} в момент времени t , направлен противоположно направлению поперечной компоненты ускорения \vec{a}_{\perp} заряда q в момент времени t' . Поэтому имеем:

$$\vec{E}_{\text{изл}}(\vec{r}, t) = -q \frac{\vec{a}_{\perp}(t')}{c^2 r}. \quad (1.10.5)$$

$$t' = t - r/c$$

Так как “время запаздывания” r/c принято равным времени прохождения волны от начала координат в точку наблюдения и *неизменным*, то для справедливости полученной формулы существенным является предположение, что совершающий ускоренное движение заряд все время остается вблизи начала координат.

Итак, радиальная составляющая поля $E_r = E_{\parallel}$ в перегибе такая же, как и радиальное поле перед перегибом и после перегиба, поэтому она не несет информации. Это поле не излучается и не является частью бегущей волны. Иначе говоря, если бы детектор был настроен на E_{\parallel} , то он бы не заметил движение заряда. Поэтому излучение заряда происходит только за счет перпендикулярной составляющей E_{\perp} .

Можно рассмотреть излучение заряда q , совершающего гармонические колебания с частотой ω :

$$x(t') = x_0 \cos \omega t';$$

$$a(t') = \ddot{x}(t') = -\omega^2 x_0 \cos \omega t' = -\omega^2 x(t'). \quad (1.10.6)$$

При таком движении заряд излучает монохроматическую волну. Поверхности постоянной фазы

$$\omega \cdot t' = \omega \cdot (t - r/c) = \omega t - kr = \text{const},$$

где $k = \omega/c$, представляют собой сферы с центрами в начале координат, расширяющиеся со скоростью $c = \omega/k$. Расстояние, на которое перемещается поверхность постоянной фазы за время, равное периоду колебаний заряда $T = 2\pi/\omega$, является длиной волны $\lambda = cT = 2\pi/k$.

Выражение (1.10.5), определяющее поле излучение ускоренно движущегося заряда, применимо для описания излучения осциллирующего заряда, если амплитуда его осцилляций x_0 мала по сравнению с длиной волны: $x_0 \ll \lambda$. Только в этом случае время запаздывания можно считать неизменным и полагать равным r/c . Это же условие можно сформулировать как требования, чтобы скорость заряда была много меньше скорости света ($v \ll c$). Такое требование позволяет избежать трудностей, связанных с наложением в точке наблюдения вкладов в поле излучения волн, испущенных в различные ранние моменты времени t' .

Такой излучатель принято называть *электрическим дипольным осциллятором*, а испускаемые им волны – *дипольным* излучением.

1.10.2. Мощность излучения.

Рассмотрим ускоренно движущийся (нерелятивистский $v \ll c$) заряд в некоторой окрестности своего начального положения. Это может быть заряд в антенне или в атоме. В то же время считаем, что точка наблюдения находится далеко от этой области. Например, наблюдаем на расстоянии 10^5 см при размерах атома $\sim 10^{-8}$ см.

Как мы видели в прошлом пункте, при этом испускается сферически симметричная волна, которую можно записать в виде:

$$E(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{r} e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (1.10.7)$$

Однако, на больших расстояниях от источника, т.е. в волновой зоне, где $r \gg \lambda$, можно отдельные небольшие участки сферической поверхности рассматривать как плоскости. Если размеры этих участков велики по сравнению с длиной волны, то к ним применимы результаты, полученные при рассмотрении плоских волн. В частности, это позволяет сразу же определить магнитное поле \vec{B} в интересующей нас области пространства.

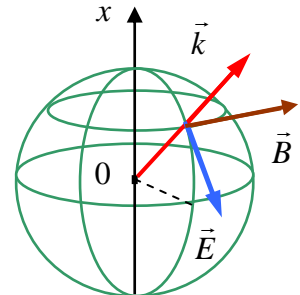


Рис. 10.4.

Если для каждой точки пространства ввести волновой вектор \vec{k} , направленный радиально из начала координат, то векторы \vec{E} , \vec{B} и \vec{k} образуют правую тройку векторов в соответствии с соотношением для плоской волны (1.1.24) $\vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left[\frac{\vec{k}}{k}, \vec{E} \right]$. В вакууме $\varepsilon = \mu = 1$ и $\vec{B} = \vec{H}$; поэтому

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \left[\frac{\vec{r}}{r}, \vec{E} \right],$$

где вектор \vec{r} задает направление распространения волны.

Таким образом, вектор \vec{E} направлен по касательной к меридиану, а вектор \vec{B} – по касательной к параллели. В сферической системе координат векторы \vec{E} и \vec{B} имеют следующие проекции (рис. 10.5):

$$E_r = 0; \quad E_\vartheta = \frac{q\ddot{x} \sin \vartheta}{c^2 r}; \quad E_\varphi = 0. \quad (1.10.8)$$

$$B_r = 0; \quad B_\vartheta = 0; \quad B_\varphi = \frac{q\ddot{x} \sin \vartheta}{c^2 r}. \quad (1.10.9)$$

Вектор плотности потока энергии, переносимой волной, определяется вектором Пойнтинга $\vec{S}(\vec{r}, t)$:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{B}] = \frac{c}{4\pi} \left[\vec{E}, \left[\frac{\vec{r}}{r}, \vec{E} \right] \right] = \frac{c}{4\pi} E^2 \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.10.10)$$

Вектор плотности потока энергии направлен, как и ожидалось, по радиус-вектору. Подставляя $E = E_{изл}$ из (1.10.5), получаем:

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \frac{c}{4\pi} \left[-q \frac{a_\perp(t')}{c^2 r} \right]^2 \frac{\vec{r}}{r} = \frac{q^2}{c^3} [a_\perp(t')]^2 \frac{\vec{r}}{4\pi r^3}. \quad (1.10.11)$$

Таким образом, поток энергии в волновой зоне осциллятора имеет в каждой точке радиальное направление, (т.е. направление вектора Пойнтинга \vec{S} в каждой точке волновой зоны совпадает с направлением радиус-вектора \vec{r}) и убывает с расстоянием пропорционально обратному квадрату радиуса.

Если записать выражение (1.10.11) в виде (см рис. 10.5)

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \frac{q^2}{c^3} a^2(t') \sin^2 \vartheta \frac{\vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (1.10.12)$$

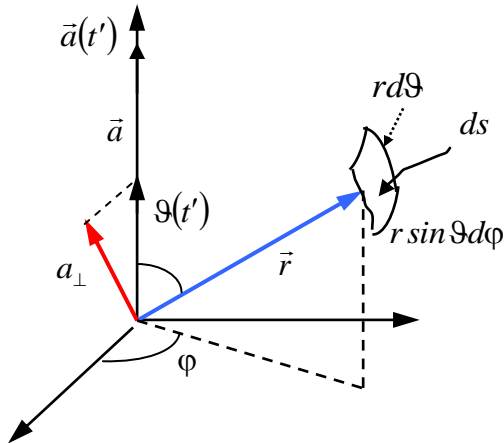


Рис. 10.5.

то становится очевидным, что зависимость интенсивности от направления определяется множителем $\sin^2 \vartheta$. Максимальная интенсивность наблюдается при угле $\vartheta = \pi/2$ в экваториальной плоскости, т.е. **максимум интенсивности излучения соответствует направлению, перпендикулярному направлению ускорения (осцилляций) заряда**, а вдоль этого направления ($\vartheta = 0$) энергия не излучается.

Угловое распределение энергии, излучаемой движущимся или осциллирующим зарядом, можно проиллюстрировать с помощью “**диаграммы направленности**” (рис. 10.6). Длина отрезка, проведенного из начала координат до пересечения с линией $r = \sin^2 \vartheta$,

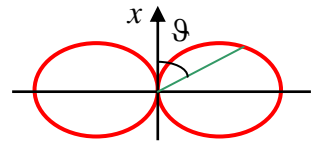


Рис. 10.6.

пропорциональна интенсивности распространяющейся в данном направлении волны. Распределение интенсивности по направлениям в пространстве. Характеризуется поверхностью, которая получается вращением кривой $r = \sin^2 \vartheta$ вокруг оси x .

Найдем значение мощности осциллятора, излучаемую в направлении, задаваемом углом ϑ . Рассмотрим площадку, расположенную на расстоянии r и под углом ϑ от начала координат. Поток

энергии через выбранную площадку равен $\vec{S}d\vec{s} = dP$, где dP – мощность излучения, т.е. энергия, проходящая через элементарную площадку ds в единицу времени.

$$dP(\vec{r}, t) = |\vec{S}(\vec{r}, t)| ds = \frac{q^2}{c^3} [a_{\perp}(t')]^2 \frac{ds}{4\pi r^2}. \quad (1.10.13)$$

Пусть $\vartheta(t')$ – угол между мгновенным значением ускорения $a(t')$ в “ранний” момент времени t' и постоянным направлением \vec{r} из окрестности заряда q в точку наблюдения (на площадку ds). Тогда $a_{\perp}^2(t') = a^2(t') \sin^2 \vartheta(t')$. Таким образом, мощность, излучаемая осциллятором в определенном направлении $\vartheta(t')$, на площадке ds в момент времени t' равна

$$dP(\vec{r}, t) = \frac{q^2}{c^3} a^2(t') \sin^2 \vartheta(t') \frac{ds}{4\pi r^2}. \quad (1.10.14)$$

Сосчитаем полную (мгновенную) мощность, излучаемую осциллятором во всех направлениях (фиксируем t' и r и интегрируем по всем направлениям):

$$P(r, t) = \frac{q^2}{c^3} a^2(t') \frac{1}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi} r d\varphi \int_0^{\pi} r \sin^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{q^2}{c^3} a^2(t') \frac{1}{2} \int_0^{\pi} (1 - \cos^2 \vartheta) d(-\cos \vartheta) = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} a^2(t')$$

Итак, мы получаем знаменитую формулу, определяющую полную мощность излучения ускоренного заряда

$$P(t) = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} a^2(t'); \quad (1.10.15)$$

$$t' = t - \frac{r}{c}.$$

Основные результаты можно сформулировать:

- 1) Мощность излучения пропорциональна квадрату ускорения заряда.
- 2) Мощность излучения не зависит от расстояния до заряда, т.е. через любую охватывающую осциллятор замкнутую поверхность за единицу времени протекает одинаковая энергия. Этот результат может быть объяснен тем, что площадь поверхности $\sim r^2$, а плотность потока $\sim 1/r^2$ (поперечная составляющая напряженности поля E_{\perp} убывает обратно пропорционально расстоянию r).
- 3) Мощность излучения в данном направлении зависит от угла между этим направлением и направлением ускорения заряда.

Примечание 1. На самом деле точное решение уравнений Максвелла дает излучение полей, которые спадают не только как $\sim 1/r$, но и как $\sim 1/r^2$ и $\sim 1/r^3$ и т.д., которые на больших расстояниях не вносят большого вклада. Однако, эти поля вносят свой вклад, и часто преобладающий, на малых расстояниях, в так называемой, ближней зоне.

1.10.3. Излучение электрического диполя.

Наряду с осциллирующим зарядом q в начале координат может быть находится покоящийся заряд “ $-q$ ”, образующий вместе с зарядом q нейтральную систему – электрический диполь с осциллирующим дипольным моментом $p(t) = qx(t)$. Внесение неподвижного заряда $-q$ приведет к изменению радиальной составляющей поля $E_{||}$ (она будет убывать с расстоянием быстрее, чем в уже рассмотренной нами картине поля, создаваемого одним зарядом q). На больших расстояниях от источника, где сравнительно медленно ($\sim 1/r$) убывающее поперечное поле излучения E_{\perp} значительно превосходит радиальное поле $E_{||}$ (в волновой зоне, т.е. при $r \gg \lambda$) формула (1.10.5) применима и к полю излучения диполя с дипольным моментом $p(t) = qx(t)$:

$$E_{\text{изл}}(r, t) = \frac{\ddot{p}(t')}{c^2 r} \sin \vartheta. \quad (1.10.16)$$

При этом безразлично, чем обусловлены осцилляции дипольного момента: изменением расстояния между зарядами q и $-q$ по закону

$$x(t') = x_0 \cos \omega t'$$

при неизменной их величине или изменением зарядов по закону

$$q(t') = q_0 \cos \omega t'$$

при неизменном расстоянии между ними.

Первый случай важен как классическая модель электромагнитного излучателя света в оптике. Оказывается, что электрический дипольный осциллятор как модель излучающей атомной системы в ряде случаев приводит к подтверждающимся на опыте результатам.

Второй случай соответствует простым антеннам, применяемым в радиотехнике. Поле излучения в волновой зоне можно находить, заменяя антенну эквивалентным дипольным осциллятором.

Важно отметить, что поле излучения дипольного осциллятора, представляя собой сферическую волну, в то же время сферической симметрией не обладает. В волновой зоне поверхности постоянной фазы действительно сферические, однако, модули векторов \vec{E} и \vec{B} в разных точках сферы различны, т.к. они зависят от полярного угла ϑ . Поэтому *поле поперечной сферической волны не может быть сферически симметричным*.

Осциллирующий диполь излучает в единицу времени в элементарный телесный угол $d\Omega$ энергию

$$dP = \frac{q^2}{c^3} \langle a^2(t') \rangle \sin^2 \vartheta \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{q^2}{c^3} \omega^4 \langle x^2(t') \rangle \sin^2 \vartheta \frac{d\Omega}{4\pi}. \quad (1.10.17)$$

Тогда полная излучаемая диполем мощность

$$P = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} \omega^4 \langle x^2(t') \rangle = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \langle \ddot{p}^2(t') \rangle = \frac{2}{3} \frac{\ddot{p}^2(t)}{c^3}. \quad (1.10.18)$$

Полученный результат заслуживает обсуждения. Излучаемая осциллятором мощность пропорциональна квадрату амплитуды его дипольного момента и четвертой степени частоты, или обратно пропорциональна четвертой степени длины волны. Этот закон позволяет объяснить, например, объяснить голубой цвет неба – короткие волны рассеиваются сильнее, чем длинные, – и красный цвет Солнца на закате, когда при прохождении через толщу атмосферы голубые лучи рассеиваются из прямого пучка значительно сильнее, чем красные.

Примечание 2. Сергей Иванович Вавилов, русский физик, 1891–1951;

Павел Алексеевич Черенков, русский физик, 1904–1990, Нобелевская премия за открытие эффекта свечения веществ под действием заряженных частиц сверхсветовой скорости в веществе 1958 года. Совместно с И.Е.Таммом и И.М.Франком.
