1.6. Момент импульса в бегущей плоской электромагнитной волне.

Свет круговой поляризации наряду с энергией и импульсом обладает также *моментом импульса*. Для его определения рассмотрим движение точечного заряда в поле плоской монохроматической электромагнитной волны. Это движение происходит по замкнутой траектории (в общем случае – эллиптической). В 1898 году А.И. Садовский впервые теоретически показал, что электромагнитное поле обладает моментом количества движения (эффект Садовского), теоретически доказав вращающее действие поляризованных электромагнитных волн.

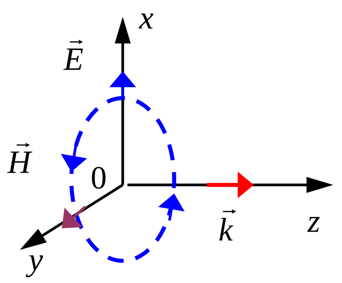


Рис. 6.1.

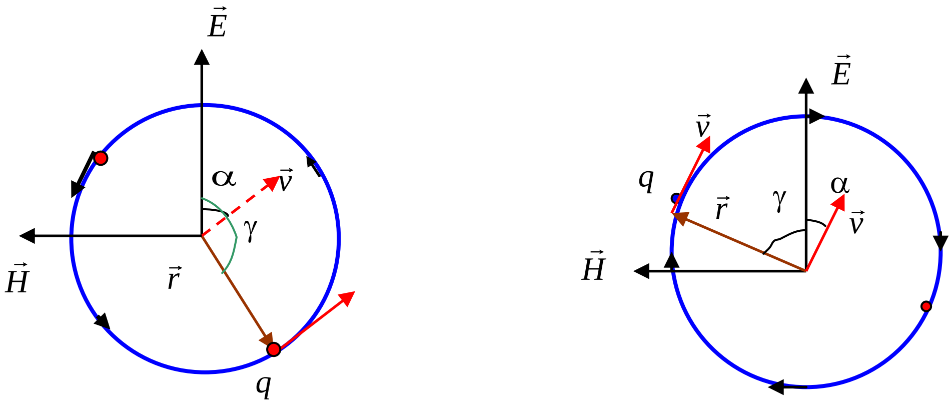
Для простоты и определенности рассмотрим левую циркулярно поляризованную волну (см рис. 6.1). Пусть вектор $\vec{E}$ $\left(\vec{H}\right)$ вращается с угловой скоростью ω, равной круговой частоте электромагнитных колебаний. Если в пространстве, где распространяется волна, оказывается точечный заряд q, то на него будет действовать сила Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c}\left[\vec{v},\vec{H}\right]. \tag{1.6.1}$$

Под действием этой силы заряд начинает двигаться в плоскости $x0y$. В *установившемся* режиме заряд вращается со скоростью v вокруг оси z, при этом электрическая компонента $q\vec{E}$ сообщает ему центростремительное ускорение. Под действием магнитного поля волны $\frac{q}{c}\left[\vec{v},\vec{H}\right]$ заряд смещается (значительно медленнее, если $v << c$) вдоль оси z (аналог рассмотренного ранее механизма давления). Момент силы, действующей на заряд q, равен:

$$\vec{M} = \left[\vec{r},\vec{F}\right] = q\left[\vec{r},\vec{E}\right] + \frac{q}{c}\left[\vec{r}\left[\vec{v},\vec{H}\right]\right], \tag{1.6.2}$$

Смещение заряда из *положения равновесия*, характеризуемое радиус вектором $\vec{r}$, не совпадает с направлением действующей на него силы $q\vec{E}$. Модуль скорости заряда можно записать как $\left|\vec{v}\right| = \left|\omega\,\vec{r}\right|$, так как движение заряда под действием электрического поля циркулярно поляризованной волны будет происходить по окружности с угловой скоростью ω, равной частоте падающей волны. Для левой



А) Левая поляризация Б) Правая поляризация

Рис. 6.2.

циркулярно поляризованной волны вектор $\left[\vec{v},\vec{H}\right]$ направлен по оси z, т.е. вдоль $\vec{n} = \vec{k}/k$; тогда направление вектора $\left[r,\vec{n}\right]$ противоположно направлению вектора скорости $\vec{v}$ движения заряда q. Рассмотрим второе слагаемое в выражении для момента силы $\vec{M}$ (1.6.2):

$$\frac{q}{c}\left[\vec{r}\left[\vec{v},\vec{H}\right]\right] = \frac{q}{c}\vec{v}\left(\vec{r},\vec{H}\right) - \frac{q}{c}\vec{H}\left(\vec{r},\vec{v}\right) = \frac{q}{c} rH\,cos\beta\cdot\vec{v}\,, \tag{1.6.3}$$

где $(\vec{r},\vec{v}) = 0$, β – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{H}$. Далее, усредняя за период, находим, что среднее значение скорости за один оборот заряда (или векторов поля) $\langle \vec{v} \rangle = 0$, т.к. скорость через половину периода меняет свое направление на противоположное. Таким образом, получаем, что вклад в среднее значение момента силы, действующей со стороны поля на заряд, от слагаемого, содержащего вектор $\vec{H}$, равен нулю. Другими словами, магнитная компонента волны не дает вклада в среднее значение момента силы. Из формулы (1.6.2) имеем тогда для момента силы:

$$\langle \vec{M} \rangle = q \langle [\vec{r},\vec{E}] \rangle \tag{1.6.4}$$

Вектор $[\vec{r},\vec{E}]$ направлен вдоль волнового вектора $\vec{k}$ при левой поляризации волны и в противоположную сторону, если волна право - поляризованная.

$$\left| [\vec{r},\vec{E}] \right| = rE\sin\gamma = rE\cos\alpha = \frac{\omega r E\cos\alpha}{\omega} = \frac{vE\cos\alpha}{\omega} = \frac{(\vec{v},\vec{E})}{\omega};$$

$$\langle [\vec{r},\vec{E}] \rangle = \frac{\langle (\vec{v},\vec{E}) \rangle}{\omega}\vec{n}. \tag{1.6.5}$$

Тогда среднее значение момента сил, действующих на заряд q со стороны плоской электромагнитной волны левой круговой поляризации, равно

$$\langle \vec{M} \rangle = \vec{n}\frac{q}{\omega}\langle (\vec{v},\vec{E}) \rangle. \tag{1.6.6}$$

В случае правой поляризации получаем с другим знаком:

$$\langle \vec{M} \rangle = -\vec{n}\frac{q}{\omega}\langle (\vec{v},\vec{E}) \rangle. \tag{1.6.7}$$

0, т.к. гироскопическая сила

Мощность, передаваемая волной заряду:

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{r}}{dt} = (\vec{F},\vec{v}) = \left(q\vec{E} + \frac{q}{c}[\vec{v},\vec{H}] \right)\cdot\vec{v} = q(\vec{E},\vec{v}) + \cancel{\frac{q}{c}[\vec{v},\vec{H}]\cdot\vec{v}} = q(\vec{E},\vec{v});$$

Усредним полученную мощность за период обращения

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = q\langle (\vec{E},\vec{v}) \rangle. \tag{1.6.8}$$

Вспомним уравнение моментов из курса механики $\vec{M} = d\vec{L}/dt$, связывающее момент силы и изменение во времени момента импульса $\vec{L}$. Тогда используя уравнения (1.6.8) и (1.6.6), (1.6.7), для усредненного вектора момента силы можем записать

$$\langle \vec{M} \rangle = \left\langle \frac{d\vec{L}}{dt} \right\rangle = \frac{\pm\vec{n}}{\omega} q \langle (\vec{E},\vec{v}) \rangle = \frac{\pm\vec{n}}{\omega}\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle. \tag{1.6.9}$$

Отсюда с очевидностью получаем выражение для переданного заряду момента импульса:

$$\vec{L} = \pm\vec{n}\frac{W}{\omega} = W\frac{\vec{\omega}}{\omega^2}. \tag{1.6.10}$$

Таким образом, основываясь на универсальном законе сохранения момента импульса, можно заключить, что в единицу времени заряд q вместе с энергией dW/dt получил механический момент импульса $\vec{L}$ от электромагнитного поля действующей на него световой волны круговой поляризации. Таким образом, электромагнитная волна левой круговой поляризации с энергией W переносит момент импульса W/ω, направленный вдоль волнового вектора $\vec{k}$. Правополяризованный свет обладает противоположно направленным моментом импульса. Можно ввести *плотность момента импульса* в волне, которая определяется:

$$\vec{l} = \frac{\vec{L}}{V}, \tag{1.6.11}$$

или, подставляя (1.6.10)

$$\vec{l} = \pm\vec{n}\frac{w}{\omega} = w\frac{\vec{\omega}}{\omega^2}\,, \qquad (1.6.12)$$

где w, как и ранее, плотность энергии электромагнитной волны.

Понятно, что для линейно поляризованной электромагнитной волны, которую можно представить как суперпозицию двух поляризованных по кругу волн с противоположным по направлению вращением вектора $\vec{E}$, момент импульса $\vec{L}$ равен нулю.

В области макроскопических явлений экспериментальное измерение момента импульса света представляет очень трудную задачу из-за ничтожной величины связанных с ним эффектов. Тем не менее, в исключительно тонких экспериментах, выполненных в 1936 г. Р. Бетом, удалось обнаружить момент импульса электромагнитной волны. Им измерялся момент импульса, передаваемый светом полуволновой кристаллической пластинке, при прохождении через которую правополяризованный свет становится левополяризованным, или наоборот. При этом пластинке передается удвоенный момент импульса.

В области атомных явлений обмен моментом импульса между светом и веществом имеет существенное значение. Например, при испускании света круговой поляризации возбужденным атомом момент импульса электронов в атоме изменяется на величину, сравнимую с моментом импульса всего атома.

Примечание 1. *Александр Иванович Садóвский, российский педагог-физик, 1859 - 1923.*;
Ричард Бет (*Richard A. Beth), американский физик*
