

## 2.2. Пространственная и временная когерентность.

### 2.2.1. Когерентность.

При рассмотрении интерференции мы предполагали, что распространяющиеся от источников волны являются строго монохроматическими. Если же свет испускается реальным источником, то за время измерения (усреднения) колебания могут случайно обрываться или может происходить хаотическое изменение их фазы. В таком случае интерференция будет отсутствовать, т.е. на опыте всегда будем иметь  $I = I_1 + I_2$ .

В самом деле, повторим, что мы получали в предыдущем параграфе. Даже при одинаковых и постоянных во времени амплитудах колебаний векторов электрических полей складываемых волн, описываемых формулами (2.1.5), за время наблюдения получаем соотношение (2.1.8):

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t E^2 dt = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2E_{10}E_{20} \frac{1}{t} \int_0^t \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] dt. \quad (2.2.1)$$

Если фазы  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  изменяются хаотически, то за время измерения получаем:

$$\int_0^t \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] dt = 0,$$

т.е. интерференционный член отсутствует. Отсюда вытекает необходимое условие существования интерференции: *за время наблюдения разность фаз складываемых колебаний должна сохранять свое значение*. Если для двух колебаний выполняется условие:  $\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = const$ , то такие колебания называют *когерентными*. В общем случае, *когерентностью называют согласованное протекание во времени и в пространстве нескольких колебательных или волновых процессов*, проявляющееся при их сложении. Степень согласованности процессов может быть различной – *пространственной* и *временной*.

Строго монохроматические волны одинаковой частоты всегда когерентны. Однако интерференционные явления от двух независимых источников света (например, лампочек) недоступны для наблюдения невооруженным глазом. Более того, даже если имеются две очень узкие спектральные линии, излучаемые разными источниками, то глаз не фиксирует интерференционную картину. Это указывает на тот факт, что излучение реальных источников света никогда не бывает строго монохроматическим.

Рассмотрим излучение реального источника света, состоящего из большого числа атомов – элементарных излучателей. В основе математической модели излучения обычного (не лазерного) источника света лежит статистическая гипотеза о том, что в случае спонтанного излучения различные атомы источника испускают отдельные *цуги волн* независимо друг от друга в *случайные моменты* времени. Фазы колебаний электромагнитного поля излучения различных атомов *не скоррелированы* друг с другом. Поэтому распределение интенсивности излучения источника при такой некогерентной суперпозиции определяется *суммированием распределений интенсивностей* отдельных атомов. В частности, если цуги волн, испускаемых различными элементарными излучателями в различные моменты времени, одинаковы, то распределение интенсивности излучателя будет таким же, как распределение интенсивности излучения изолированного атома.

Атом излучает при переходе из возбужденного состояния в основное (или другое возбужденное). Время жизни атома в возбужденном состоянии  $\sim 10^{-8} c$ . За это время атом излучает, т.е. испускает цуг волн (рис.

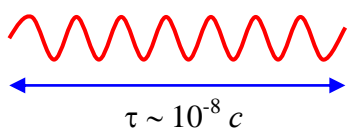


Рис. 2.1.

2.1). Работу источника излучения можно представить как последовательность процессов возбуждения атома за счет столкновений или другими способами с последующим переходом его в нижележащие энергетические состояния с испусканием цуга волн. Таким образом, возникает последовательность цугов, излучаемых атомом через нерегулярные промежутки времени. Поэтому через точку наблюдения в течение конечного промежутка времени проходит большое число цугов конечной длины со случайным значением фазы колебаний, т.е. некогерентная волна.

Пусть на экран приходят волны от двух независимых источников света. При наложении двух цугов получаем интерференционную картину, которая зависит от разности фаз складываемых колебаний. Однако разность фаз при переходе от одной пары складываемых цугов волн к другой меняется хаотически. Поскольку среднее время жизни такой интерференционной картины  $\tau \leq 10^{-8} c$ , то за время наблюдения  $t \gg \tau$  интерференционная картина многократно изменяется. Приемник в силу своей инерционности не в состоянии отследить хаотическую смену интерференционных картин. Поэтому за время измерения

интерференционный член обращается в нуль, т.е. интерференция от двух независимых источников излучения оптического спектра не наблюдается.

Можно ли вообще наблюдать явление интерференции от обычных (не лазерных) источников света?

Да, возможно, если свет от одного источника разделить на два или несколько пучков, а затем наложить их друг на друга соответствующим образом. При этом, несмотря на хаотическое изменение фаз у отдельных пучков, разность фаз в расщепленных волнах остается постоянной, при условии, что разность хода этих пучков от источника до точки наблюдения не превышает длины отдельного цуга. Поэтому случайные изменения фазы и амплитуды световых колебаний в этих волнах **протекают согласованно**, и интерференционная картина будет устойчивой. О таких пучках говорят, что они когерентны.

Опыты по наблюдению интерференции от обычных источников называют интерференционными опытами *по методу деления волнового фронта* или *по методу деления амплитуды*. Наиболее известные оптические опыты по интерференции проводили Т.Юнг; О.Френель; Х.Ллойд; Р.Поль.

Рассмотрим некоторые из них.

Впервые экспериментальная установка для демонстрации интерференции света была создана Томасом Юнгом в начале XIX в. Рассмотрим, изображенную на рис. 2.2, схему опыта Юнга (1807г.), поскольку в дальнейшем мы будем обращаться к ней. Прошедший через отверстие  $S$  свет образует расходящийся пучок, который падает на экран  $B$  с двумя малыми отверстиями  $S_1$  и  $S_2$ , расположенными близко друг к другу на равном расстоянии от отверстия  $S$ . Эти отверстия действуют как вторичные точечные синфазные источники. Исходящие от них волны, перекрываясь, создают интерференционную картину, наблюдаемую на удаленном экране  $C$ . Положение светлых и темных полос в ней можно находить, пользуясь монохроматической идеализацией. Расстояние  $\Delta x$  между соседними полосами, как было показано выше, равно  $\lambda/d$ .

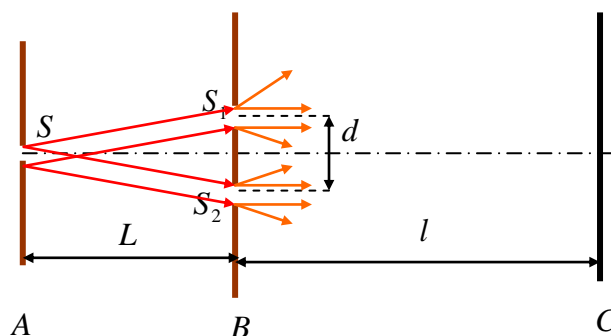


Рис. 2.2.

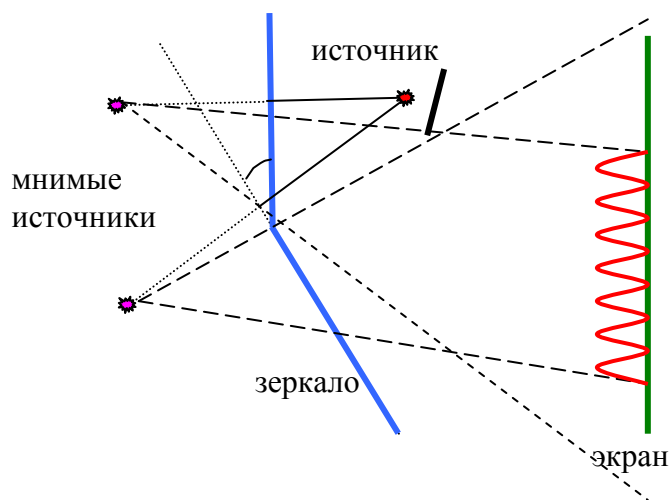


Рис. 2.3.

В 1816 году О. Френель наблюдал интерференцию, используя 2 зеркала, расположенные под очень маленьким углом друг к другу (рис. 2.3). Поместив источник (щель) перед зеркалами, Френель наблюдал интерференционные полосы на экране, создаваемые отраженными (мнимыми) щелями в обоих зеркалах. Малый угол между зеркалами создавал малое расстояние между мнимыми источниками.

Для аналогичного деления волн от одного источника на два Френель использовал бипризму. Х. Ллойд применял плоское зеркало также для создания двух источников, причем один из них являлся реальным, другой – мнимым.

---

**Примечание 1.** *Томас Юнг, английский физик, 1773–1829;*

*Огюстен Жан Френель, французский физик, 1788–1827;*

*Хэмфри Ллойд, ирландский физик, 1800–1881;*

*Роберт Вихард Поль, немецкий физик, 1884–1976*

---

### 2.2.2. Интерференция квазимонохроматического света. Временная когерентность.

Рассмотрение спектра излучения реальных источников приводит к выводу об ограниченности использования монохроматической идеализации и вынуждает обратиться к изучению характера

интерференционных явлений в квазимонохроматическом свете. Оказывается, что интерференционные полосы (например, от одной из линий спектра излучения разреженного газа) видны наиболее отчетливо, когда длины путей обеих интерферирующих волн примерно одинаковы. Увеличения оптической разности хода  $\Delta$ , приводит сначала к ухудшению контрастности полос (в общем случае немонотонно), а затем и к их исчезновению.

Введение оптической разности хода  $\Delta$  эквивалентно задержке одной из волн во времени, поэтому способность световых колебаний к интерференции после разделения исходной волны на две и последующего их соединения с некоторой разностью хода называется *временной когерентностью*.

Максимальная разность хода, при которой возможна интерференция, называется *длиной когерентности излучения*  $l_{\text{ког}}$ , а соответствующее ей время запаздывание одного из пучков – *временем когерентности*

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{l_{\text{ког}}}{c}. \quad (2.2.2)$$

Условие временной когерентности световых колебаний можно записать в виде:

$$\Delta < l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}. \quad (2.2.3)$$

Этот эффект связан с некогерентностью интерферирующих волн, что, в свою очередь, является следствием *конечной ширины  $\delta\omega$  спектральной линии* источника света. Такое излучение можно рассматривать как совокупность нескоррелированных между собой отдельных монохроматических волн, частоты которых заполняют некоторый интервал  $\delta\omega$ , малый по сравнению со средней частотой  $\omega$  спектральной линии ( $\delta\omega \ll \omega$ ).

Каждая монохроматическая волна, будучи разделенной на две волны, а затем, встречаясь в интерферометре, создает свою картину полос. Полное распределение освещенности экрана определяется простым наложением этих картин. При малых разностях хода интерферирующих волн (от нуля до нескольких длин волн) положение полос в картинах, создаваемых отдельными монохроматическими составляющими, практически одинаково. Поэтому полосы наблюдаемой интерференционной картины видны отчетливо. По мере увеличения разности хода из-за различия в длинах волн происходит как смещение картин отдельных полос относительно друг друга. В конце концов, суммарная картина оказывается полностью размытой.

Эффект исчезновения полос в интерференционных опытах, связанный с некогерентностью интерферирующих волн, можно объяснить на основе конечной длительности цугов волн. Чем больше длительность цуга, тем лучше выполняется монохроматическое приближение и, соответственно, проще удовлетворить условиям когерентности.

Пусть излучаемый источником свет состоит из следующих друг за другом цугов волн с беспорядочно изменяющимися фазами. Разделим свет от этого источника на две волны, которые, проходя разные пути, а затем собираются вместе в точке наблюдения. Интерференционная картина будет наблюдаться в том случае, когда складываются колебания, полученные из одного цуга (см рис. 2.4). Если разность оптических длин этих путей превышает протяженность цуга, то один из цугов минует точку наблюдения раньше, чем второй дойдет до нее. В точке наблюдения идет наложение колебаний от разных цугов в излучении источника. Результат будет тем же, как при наложении волновых цугов от разных источников: за время наблюдения проходит большое число цугов, фазы колебаний в которых никак не связаны друг с другом, поэтому интерференционный член в среднем обращается в нуль и происходит простое сложение интенсивностей. Фактически время когерентности и есть временная длительность цуга.

Оценим разность хода складываемых волн, при которой происходит исчезновение интерференционных полос. Для этого примем, спектральный интервал шириной  $\delta\omega$  *равномерно* заполнен отдельными монохроматическими компонентами. Сложим в точке наблюдения 2 колебания от пришедших волн с частотами  $\omega$  и  $\omega + \delta\omega$

$$E_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + E_2 \cos[(\omega + \delta\omega)t + \alpha_2] = E_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + E_2 \cos(\omega t + \delta\omega t + \alpha_2)$$

Разность фаз, возникающая при их сложении, равна  $\delta(t) = \delta\omega \cdot t + \alpha_2 - \alpha_1$  и она меняется со временем.

Временем когерентности  $\tau_{\text{ког}}$  будет время, за которое эта разность фаз меняется на  $2\pi$  (при этом интерференционные полосы полностью “замываются”):

$$\delta(t + \tau_{\text{ког}}) - \delta(t) = \delta\omega \cdot \tau_{\text{ког}} \sim 2\pi. \quad (2.2.4)$$

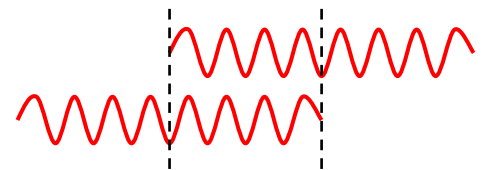


Рис. 2.4.

Откуда время когерентности обратно пропорционально ширине спектрального интервала  $\delta\omega = -2\pi c\delta\lambda/\lambda^2$ :

$$\tau_{\text{коз}} \sim \frac{2\pi}{\delta\omega} = \frac{1}{\delta\nu} = \frac{\lambda^2}{c\delta\lambda} \quad (2.2.5)$$

Для длины когерентности получаем:

$$l_{\text{коз}} = c\tau_{\text{коз}} = \frac{c}{\delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda} \quad (2.2.6)$$

Итак, когда разность хода равна длине когерентности  $\Delta_{\text{max}} \sim l_{\text{коз}}$ , то интерференционной картины не наблюдается. Длине когерентности соответствует максимально возможный (предельный наблюдаемый) порядок интерференции (см формулу (2.1.19)), равный:

$$m_{\text{max}} \sim \frac{\Delta_{\text{max}}}{\lambda} = \frac{l_{\text{коз}}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\omega}{\delta\omega}. \quad (2.2.7)$$

**Дополнение 1.** Если имеется 2 дискретных источника с разбросом длин волн от  $\lambda'$  до  $\lambda$ , то исчезновение интерференционных полос происходит тогда, когда на светлую полосу (2.1.19) накладывается темная (2.1.20). При этом выполняется следующее условие:

$$m\lambda' = (2m + 1)\lambda/2$$

Откуда предельный порядок интерференции равен:

$$m = \frac{\lambda}{2(\lambda' - \lambda)} = \frac{\lambda}{2\delta\lambda} \quad (2.2.8)$$

Отличие в 2 раза от непрерывного источника с тем же разбросом длин волн. Кстати, для непрерывного распределения длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \delta\lambda$  можно разбить источник на множество пар бесконечно узких спектральных линий, находящихся на расстоянии  $\delta\lambda/2$  друг от друга. И тогда максимальный порядок интерференции  $m_{\text{max}} \sim \lambda/\delta\lambda$ .

Ширины лучших по качеству (монохроматичности) спектральных линий в лаборатории составляют величину  $\delta\nu \sim 10^8 \text{ Гц}$ . Поэтому время когерентности равно  $\tau_{\text{коз}} \sim 10^{-8} \text{ с}$ . Поэтому длина когерентности не превышает 1 – 2 м ( $l_{\text{коз}} \sim 1 \text{ м}$ ). Лазеры – источники излучения с высокой степенью монохроматичности: ширина линии  $\delta\nu \sim 10^2 \text{ Гц}$ . Поэтому время когерентности и длина когерентности значительно выше:  $\tau_{\text{коз}} \sim 10^{-2} \text{ с}$  и  $l_{\text{коз}} \sim 10^6 \text{ м}$ , соответственно.

### 2.2.3. Пространственная когерентность. Роль конечных размеров источников света.

При описании интерференционных явлений первичный источник света предполагался точечным. Однако все реальные источники имеют конечные размеры. Увеличение размеров источника, как и расширение спектра излучаемого им света, приводит к ухудшению контрастности интерференционных полос и даже полному их исчезновению.

Выясняя роль конечных размеров источника, мы будем снова считать излучение монохроматическим. Протяженный спонтанно излучающий источник можно рассматривать как совокупность большого числа точечных взаимно некогерентных элементов. Поэтому наблюдаемая в любом месте интенсивность равна сумме интенсивностей интерференционных картин, создаваемых отдельными точечными элементами протяженного источника.

Временная когерентность происходит от разброса частот  $\Delta\omega$  или от волнового вектора  $\Delta k$  по модулю.

Для пространственно протяженного источника волны разбросаны и по направлениям распространения  $\Delta\vec{k}$ . Если размеры источника много меньше длины световой волны, то интерференционная картина будет резкой, т.к. разность хода интерферирующих лучей от любой точки источника до точки наблюдения будет практически одной и той же. Но обычно размеры источника значительно больше длины волны, поэтому одинаковые интерференционные картины от разных его элементов сдвинуты одна относительно другой. В результате наложения этих картин интерференционные полосы размываются. Поэтому их можно наблюдать лишь при выполнении определенных условий, налагаемых на геометрию эксперимента.

Поясним идею пространственной когерентности на примере.

Пусть источник  $S$  имеет какие-то размеры (например, форму диска) и он виден под углом  $\varphi$  из точки, где происходит разделение лучей. На рис. 2.5 показан источник и щель, через которую проходит свет, при

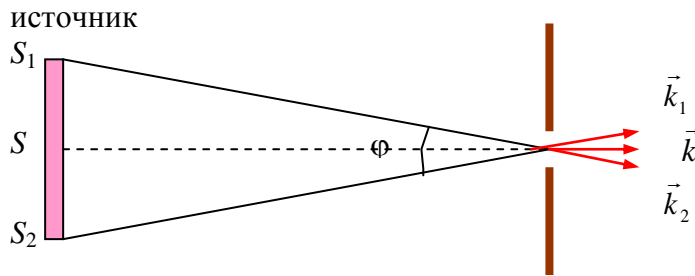


Рис. 2.5.

этом угол  $\varphi$  мал. Однако из-за конечных размеров источника свет имеет разброс по волновым векторам  $\vec{k}$  и в дальнейшем после первой щели такой свет падает на 2 щели, от которых можем наблюдать интерференцию. Тогда из-за разброса по волновым векторам (т.е. по направлениям распространения волн) максимумы в интерференции от разных  $\vec{k}$  будут расположены в разных местах на экране.

Полная интерференционная картина – наложение картин, отдельно создаваемых каждым участком источников. Рассмотрим центральную часть картины, примерно показанную на рис. 2.6. Пусть  $x'$  – расстояние между максимумами, которые появляются в распределении интенсивности от центральной части источника и от его края. При этом если это расстояние значительно меньше ширины интерференционной полосы:

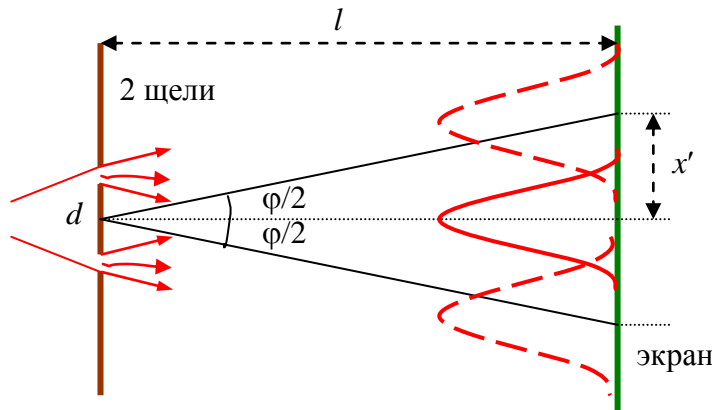


Рис. 2.6.

$$x' \ll \Delta x = \frac{l}{d} \lambda$$

то на экране интерференция видна.

Если  $x' \sim \Delta x$ , то максимум от одной части источника накладывается на минимум от другой, поэтому интерференция не видна. Итак, условие наблюдения интерференции записывается в форме:

$$x' \leq \Delta x \quad (2.2.9)$$

или иначе:  $l \cdot \varphi/2 \leq l \cdot \lambda/d$ . Тогда получаем для угла разделения (множитель 2 убран из-за оценочного характера):

$$\varphi \leq \frac{\lambda}{d} \quad (2.2.10)$$

Отсюда видно, что чтобы улучшить условия наблюдения интерференции можно уменьшить расстояние между щелями, т.е. можно записать условие для наблюдения интерференции в виде:

$$d < \frac{\lambda}{\varphi} \quad (2.2.11)$$

Совокупность волн с разными направлениями  $\vec{k}$  можно заменить результирующей волной, падающей на экран со щелями. Если нет интерференционной картины, следовательно, волны в щелях не когерентны и на условной “волновой” поверхности разные точки не когерентны, если они отстоят на расстоянии  $d$ . Если расстояние между точками на волновой поверхности меньше  $d$ , то они когерентны. Итак, длина пространственной когерентности (или радиус когерентности):

$$\rho_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi} \quad (2.2.12)$$

Вывод: для получения интерференционных полос от двух источников (щелей) света недостаточно, чтобы эти источники состояли из попарно когерентных точечных источников. Даже в случае строго монохроматических волн необходимо, чтобы размеры источников не превосходили определенного предела, зависящего от взаимного расположения и расстояния между ними, а также от положения экрана.

Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяет наблюдать интерференционные полосы, называются *пространственно когерентными*.

**Дополнение 2.** Вернемся к временной когерентности.

Пусть спектральный интервал шириной  $\delta\omega$  равномерно заполнен отдельными монохроматическими компонентами излучаемых волн. Мысленно разделим этот интервал на множество пар бесконечно узких (монохроматических) спектральных линий, отстоящих друг от друга по частоте на величину  $\delta\omega/2$ , или по шкале волновых чисел ( $k = \omega/c$ ) на  $\delta k/2$ . Будем считать, что спектральные линии имеют одинаковую интенсивность. Тогда полная интенсивность при наложении интерференционных картин от каждой пары монохроматических компонент, отстоящих на  $\delta k/2$ , определяется выражением (исходя из соотношения (2.1.17)):

$$I(\Delta) = I_1(\Delta) + I_2(\Delta) = 2I_0(1 + \cos k_1\Delta) + 2I_0(1 + \cos k_2\Delta) = 4I_0 \left[ 1 + \cos\left(\frac{\delta k}{2} \frac{\Delta}{2}\right) \cos k\Delta \right],$$

где  $k = (k_1 + k_2)/2$  – среднее значение волнового числа,  $\delta k/2$  – разность волновых чисел спектральных линий. Полосы в такой картине пропадают при такой оптической разности хода  $\Delta_{\max} = l_{\text{коз}}$ , когда аргумент первого косинуса становится равным  $\pi/2$ :

$$\frac{\delta k}{2} \frac{l_{\text{коз}}}{2} = \frac{\pi}{2},$$

т.е. получаем длину когерентности:

$$l_{\text{коз}} = \frac{2\pi}{\delta k} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}.$$

Условие исчезновения полос для всех пар монохроматических компонент, на которые был разделен интервал  $\delta\omega$ , одинаково. Поэтому при разности хода  $\Delta = l_{\text{коз}}$  происходит полное размывание суммарной интерференционной картины. Время когерентности определяется:

$$\tau_{\text{коз}} = \frac{l_{\text{коз}}}{c} = \frac{\lambda^2}{c\delta\lambda}.$$

Длине когерентности соответствует максимально возможный (предельный наблюдаемый) порядок интерференции (см (2.1.19)), равный:

$$m_{\max} = \frac{l_{\text{коз}}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\omega}{\delta\omega}.$$

Полученный результат (2.2.6) можно использовать для оценки длины когерентности и в случае более сложной формы контура спектральной линии квазимонохроматического света.

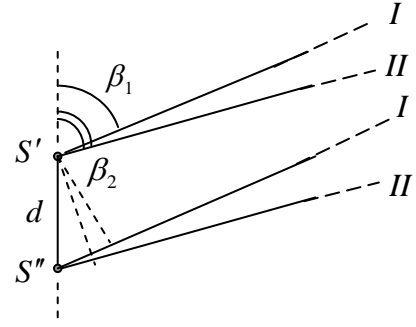
Таким образом, для наблюдения интерференции волн необходимо, чтобы выполнялось условие  $\Delta < l$ , где  $l = c\tau$  – протяженность волнового цуга в пространстве,  $\tau$  – длительность волнового цуга, т.е. разность хода складываемых волн должна быть меньше длины цуга, поэтому длина когерентности – это и есть длина волнового цуга.

Для белого света (солнце, лампа накаливания и т.д.) и его визуального наблюдения диапазон длин волн  $\delta\lambda$  простирается приблизительно от 400 до 700 нм,  $\delta\lambda$  порядка  $\lambda$ . В этом случае  $m \sim 1$  и интерференционные полосы, казалось бы, наблюдаться не должны. Действительно, приемник излучения, обладающий примерно одинаковой чувствительностью на всех участках спектра, например, термоэлемент, покажет при перемещении в поле зрения поперек полос почти равномерное распределение освещенности. Но глаз представляет собой селективный приемник с сильно изменяющейся чувствительностью в зависимости от длины волны, что дает некоторым длинам волн преимущество перед другими. Визуальное наблюдение полос в белом свете облегчается и благодаря способности нашего зрения различать не только интенсивность света, но и его цвет. Поэтому в белом свете глаз различает около десятка окрашенных интерференционных полос. При равной нулю разности хода, т.е. в тех местах, куда обе интерферирующие волны приходят в одинаковых фазах, условие максимума выполняется для всех длин волн. В этом месте получается ахроматическая (неокрашенная) светлая полоса. По обе стороны от нее находятся окрашенные максимумы и минимумы, а за ними поле зрения представляется глазу равномерно освещенным белым светом. Таково происхождение красивых интерференционных цветов в тонких пленках масла или бензина на поверхности воды.

---

**Дополнение 3.** Подробнее о пространственной когерентности.

Рассмотрим сначала источник, состоящий из двух одинаковых некогерентных светящихся точек  $S'$  и  $S''$ , расположенных на расстоянии  $D$  друг от друга. Пусть в интерференционном опыте свет от каждого из этих источников попадает в точку наблюдения, проходя по двум различным путям. Например, в опыте Юнга эти лучи идут в направлении отверстий  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся вторичными источниками. Пусть луч, идущий от источника  $S'$  по пути  $I$ , образует с соединяющей источники линией  $S'S''$  угол  $\beta_1$ , а луч, идущий по пути  $II$  – угол  $\beta_2$ . Если расстояние между



источниками  $S'$  и  $S''$  мало ( $D \ll L$ , где  $L$  – расстояние до точечных отверстий  $S_1$  и  $S_2$ ), то можно считать, что световые колебания, распространяющиеся от источника  $S''$ , образуют с линией  $S'S''$  такие же углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Оптическая разность хода лучей, приходящих в точку наблюдения  $P$  от источников  $S'$  и  $S''$  по первому пути, равна  $S''(I) - S'(I) = D \cos \beta_1$ . Аналогичное выражение можно написать для лучей, приходящих в точку наблюдения  $P$  по второму пути:  $S''(II) - S'(II) = D \cos \beta_2$ . Вычитая эти равенства и перегруппировывая слагаемые в левой части, получаем

$$[S''(I) - S''(II)] - [S'(I) - S'(II)] = D(\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

В этом выражении в первой скобке записана разность хода колебаний  $\Delta''$ , приходящих по двум различным путям в точку наблюдения от источника  $S''$ . Именно значение  $\Delta''$  определяет качество интерференционной картины, создаваемой в точке наблюдения  $P$  источником  $S''$ . Во второй скобке стоит разность хода  $\Delta'$  лучей, приходящих в точку наблюдения от источника  $S'$ . Разность этих величин определяет сдвиг интерференционных картин, создаваемых источниками  $S'$  и  $S''$ :

$$\Delta'' - \Delta' = D(\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

Если  $\Delta'' - \Delta' = 0$  (или  $|\Delta'' - \Delta'| \ll \lambda$ ), максимумы обеих картин совпадают, что обеспечивает максимальную контрастность наблюдаемой (суммарной) интерференционной картины. С увеличением  $|\Delta'' - \Delta'|$  качество картины ухудшается, и при

$$|\Delta'' - \Delta'| = \lambda/2, \text{ или } D|\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = \lambda/2,$$

наблюдается равномерная освещенность экрана, т.к. светлые полосы, получаемые от одного источника, совмещаются с темными полосами от другого. При дальнейшем возрастании  $|\Delta'' - \Delta'|$  интерференционная картина появляется вновь, причем её качество периодически изменяется. Когда выполняется условие  $|\Delta'' - \Delta'| = m\lambda$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) картина будет максимально контрастной.

В результате сложения интерференционных картин, создаваемых колебаниями, приходящими от одного источника, получаем

$$I = 2I_0(1 + \cos k\Delta') + 2I_0(1 + \cos k\Delta'') = 4I_0 \left[ 1 + \cos \left( k \frac{\Delta'' - \Delta'}{2} \right) \cos \left( k \frac{\Delta'' + \Delta'}{2} \right) \right].$$

Интенсивность в максимумах и минимумах определяется первым множителем и равна

$$I_{\text{экстр}} = 4I_0 \left[ 1 \pm \cos \left( k \frac{\Delta'' - \Delta'}{2} \right) \right].$$

Изменение интенсивности при перемещении точки наблюдения  $P$  вдоль экрана определяется быстро осциллирующим вторым множителем. Светлые и темные полосы интерференционной картины расположены в тех местах, где  $\cos \left( k \frac{\Delta'' + \Delta'}{2} \right) = \pm 1$ .

Рассматривая более общий случай, можно представить протяженный источник (полоска или щель шириной  $D$ ) состоящим из элементарных взаимно некогерентно излучающих полосок, расположенных перпендикулярно линии, соединяющей точки  $S'$  и  $S''$ . Разделим мысленно весь источник на множество пар одинаковых элементов так, чтобы расстояние между элементами в любой паре было равно половине

ширины полосы (источника), т.е.  $D/2$ . Если положение светлых полос от одного элемента пары совпадает с положением темных полос от другого элемента той же пары, то интерференционная картина от всего источника наблюдаться не будет, так как условия совпадения одинаковы для всех пар элементов. Это условие получаем из (2.2.10), заменив  $D$  на  $D/2$  — расстояние между элементами одной пары протяженного источника, т.е.

$$D|\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = \lambda.$$

Последующие исчезновения интерференционных полос произойдут, если ширину источника увеличить в любое целое число раз.

При промежуточных значениях ширины источника на равномерном светлом фоне, создаваемом участком щели, на ширине которого укладывается целое число значений  $D$ , будут снова появляться интерференционные полосы от оставшейся меньшей части источника. По этой причине полосы будут видны слабо. В качестве условия хорошего наблюдения интерференционной картины от протяженного источника можно принять неравенство

$$D|\cos \beta_1 - \cos \beta_2| \leq \lambda/2.$$

Для источника, размеры которого много больше длины световой волны, геометрия эксперимента должна быть такой, чтобы интерферирующие лучи выходили из источника под малым углом друг другу. Тогда имеем:

$$\beta_2 \approx \beta_1 = \beta \approx \frac{\pi}{2} \text{ и } \cos \beta_1 - \cos \beta_2 \approx \sin \beta (\beta_2 - \beta_1) \approx \beta_2 - \beta_1 = \delta \beta.$$

Условие (2.2.13) можно теперь записать в виде:

$$D \cdot \delta \beta \leq \lambda/2.$$

В опыте Юнга  $\delta \beta \approx d/L$ , поэтому *поперечный*  $D$  и *угловой*  $\vartheta = D/L$  размеры источника должны удовлетворять условиям:  $D \leq \lambda L/2d$  и  $\vartheta \leq \lambda/2d$ .

Свяжем наложение интерференционных картин, создаваемых отдельными элементами протяженного источника, с понятием *пространственной когерентности колебаний* в пучке света от протяженного источника. Для определенности обратимся опять к схеме опыта Юнга. Пусть теперь экран  $A$  с отверстием  $S$  отсутствует, а пучок света падает непосредственно на экран  $B$  с точечными отверстиями  $S_1$  и  $S_2$ . Эти отверстия можно принять за вторичные источники, посылающие световые волны на экран  $C$ , где наблюдается интерференционная картина.

Если первичный источник точечный, то колебания в отверстиях  $S_1$  и  $S_2$  когерентны и на экране наблюдается контрастная интерференционная картина. Для протяженного источника качество картины будет ухудшаться. При заданном расстоянии  $d$  между отверстиями  $S_1$  и  $S_2$  контрастность картины зависит от отношения поперечного размера источника  $D$  к расстоянию  $L$  между источником и экраном  $B$ , т.е. от *углового размера источника*  $\vartheta = D/L$ . Если  $\vartheta \leq \lambda/2d$ , то полосы видны отчетливо. С увеличением углового размера источника контрастность полос уменьшается, и при  $\vartheta = \lambda/d$  полосы пропадают совсем. Поэтому *пространственную когерентность* можно понимать как характеристику способности световых колебаний в пространственно удаленных точках  $S_1$  и  $S_2$  поперечного сечения светового пучка к созданию стационарной интерференционной картины при их сведении каким-либо образом в точку наблюдения.

Колебания, приходящие от точечного источника, в точках  $S_1$  и  $S_2$  полностью когерентны, и контрастность интерференционной картины максимальна. Контрастность интерференционной картины, создаваемой колебаниями, приходящими от протяженного источника, зависит от расстояния  $d$  между точками  $S_1$  и  $S_2$  и углового размера источника  $\vartheta$ . При  $\vartheta \cdot d \geq \lambda$  колебания в точках  $S_1$  и  $S_2$  *некогерентны* и при наложении волн, приходящих из этих точек, наблюдается простое сложение интенсивностей, т.е. интерференция отсутствует.

Пока расстояние  $d$  между точками  $S_1$  и  $S_2$  мало ( $d \ll \lambda/\vartheta$ ) колебания в этих точках когерентны. При возрастании  $d$  качество интерференционной картины ухудшается, и картина полностью исчезает при  $d = \lambda/\vartheta$ . С дальнейшим ростом  $d$  контрастность интерференционных полос осциллирует с постепенно убывающей амплитудой, не превышая 20% от максимального значения. Поэтому в качестве размера области когерентности (т.е. поперечного сечения пучка, в пределах которого световые колебания в любой паре точек



частично когерентны) можно принять  $d_{\text{ког}} \approx \lambda/\vartheta$ . Поскольку  $\vartheta = D/L$ , то размер области когерентности возрастает пропорционально расстоянию  $L$  от источника.

Если источник имеет равномерно светящуюся поверхность в форме прямоугольника, то размеры области когерентности обратно пропорциональны соответствующим сторонам источника:  $d_1 = \lambda/\vartheta_1$ ,  $d_2 = \lambda/\vartheta_2$ . В практически важном случае источника в форме равномерно светящегося диска с угловым размером (диаметром)  $\vartheta$  область когерентности представляет собой круг диаметром  $d \approx 1,22\lambda/\vartheta$ .

Солнечный диск виден с Земли под углом  $\vartheta \approx 30' \approx 10^{-2} \text{ рад}$ . Пренебрегая изменением яркости его поверхности, получаем диаметр области когерентности  $d \approx 0,06 \text{ мм}$  (для  $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ ). Если щели в опыте Юнга расположить на расстоянии, меньшем  $0,06 \text{ мм}$ , то интерференцию можно наблюдать без вспомогательного экрана  $A$  при непосредственном освещении щелей  $S_1$  и  $S_2$  лучами Солнца.

Подход к описанию качества интерференционной картины, основанный на понятии пространственной когерентности, отличается от разобранных выше тем, на каком этапе производится суммирование действий различных участков источника. В первом подходе это суммирование производилось на последнем этапе, т.е. в интерференционной картине, а во втором – на промежуточном этапе, т.е. в той плоскости, где расположены отверстия  $S_1$  и  $S_2$ .

Для получения интерференционных полос от двух источников (пятен) света недостаточно, чтобы эти источники состояли из попарно когерентных точечных источников. Даже в случае строго монохроматического света необходимо, размеры источников не превосходили определенного предела, зависящего от их взаимного расположения и расстояния между ними, а также от положения экрана.

Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференционные полосы, называют *пространственно когерентными*.

Заключая сказанное о *временной и пространственной когерентности* источников, отметим следующее. Поскольку  $k = \omega/c$  (в среде с показателем преломления  $n$ :  $k = \omega/v = n\omega/c$ ), то частотному интервалу  $\delta\omega$  соответствует интервал значений волнового числа  $k$ . Мы установили, что временная когерентность определяется величиной  $\delta\omega$ . Следовательно, временную когерентность можно связать с разбросом значений модуля волнового вектора  $\vec{k}$ . Аналогично, пространственная когерентность связана с разбросом направлений вектора  $\vec{k}$ .

---