

3.3. Полное внутреннее отражение.

3.3.1. Прошедшая волна.

Рассмотрим отражение электромагнитных волн от границы 2-х сред, причем показатель преломления второй среды меньше показателя преломления первой $n_2 < n_1$. Полное внутреннее отражение наступает тогда, когда $\theta_2 = \pi/2$. При этом имеем для угла падения:

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_0 = \frac{n_2}{n_1} = n \quad (3.3.1)$$

где θ_0 – *предельный угол* падения. Вопрос состоит в том, что происходит с электрическим вектором при явлении полного внутреннего отражения: как он меняется и проникает ли он во вторую среду.

Определим электромагнитное поле во второй среде. Обычно прошедшая волна записывается в виде:

$$E_t = E_{0t} \exp[-i(\omega t - \vec{k}_t \vec{r}_t)], \quad (3.3.2)$$

где как обычно имеем

$$|\vec{k}_t| = \frac{\omega}{v_t}, \quad \vec{r}_t = x\vec{e}_x + z\vec{e}_z, \quad y = 0$$

$$\vec{k}_t \vec{r}_t = x(\vec{e}_x, \vec{k}_t) + z(\vec{e}_z, \vec{k}_t) = xk \sin \theta_2 + zk \cos \theta_2 \quad (3.3.3)$$

Итак, прошедшая волна записывается:

$$E_t = E_{0t} \exp\left[-i\left(\omega t - \frac{\omega}{v_2}(x \sin \theta_2 + z \cos \theta_2)\right)\right] \quad (3.3.4)$$

Закон преломления справедлив в любом случае, поскольку он получается из фундаментального и независимого граничного условия (см §3.1). Из него имеем:

$$\sin \theta_2 = \frac{\sin \theta_1}{n}, \quad \cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_1}{n^2}} \quad (3.3.5)$$

При наступлении полного внутреннего отражения ($\theta_1 \geq \theta_0$) получаем:

$$\sin \theta_2 = \frac{\sin \theta_1}{n} \geq 1, \quad \cos \theta_2 = \pm i \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1} \quad (3.3.6)$$

Подставим (3.2.6) в прошедшую волну:

$$E_t = E_{0t} \exp\left[-i\left(\omega t - \frac{\omega x \sin \theta_1}{v_2 n}\right)\right] \exp\left(-\frac{\omega z}{v_2} \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1}\right) \quad (3.3.7)$$

Из физических соображений знак у $\cos \theta_2$ в (3.3.6) выбран положительный, т.е. такой, чтобы волна затухала с ростом координаты z . Таким образом, получаем, что электрический вектор прошедшей волны есть периодическая функция x и t , следовательно, по оси x получаем нормальную бегущую волну. По оси z получаем затухающую волну.

$$E_t = E_{0t} e^{-\frac{\omega z}{v_2} \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1}} \exp\left[-i\left(\omega t - \frac{\omega x \sin \theta_1}{v_2 n}\right)\right] \quad (3.3.8)$$

Какова глубина проникновения электромагнитной волны вглубь среды с $n_2 < n_1$? Рассмотрим затухающую экспоненту:

$$\exp\left(-\frac{z}{z_0}\right), \quad \text{где } z_0 = \frac{v_2}{\omega \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1}}$$

и сделаем оценку глубины проникновения z_0 , исходя, как всегда, из равенства показателя экспоненты единице $z = z_0$ (см рис. 3.2):

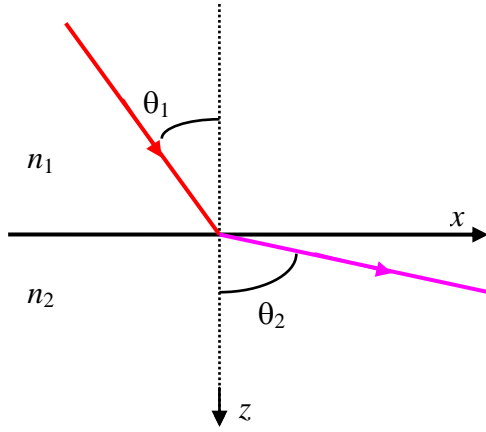


Рис. 3.1.

$$z_0 = \frac{v_2 n}{\omega \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}} = \frac{n \lambda_2}{2\pi \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}} = \frac{\lambda_1}{2\pi \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}, \quad (3.3.9)$$

где λ_2 – длина волны в среде 2, а $\lambda_1 = n\lambda_2$ – длина волны в первой среде. То есть глубина проникновения прошедшей волны при полном внутреннем отражении пропорциональна длине волны λ .

Обычно можно считать, что $2\pi\sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2} \sim 1$, тогда глубина проникновения z_0 по порядку величины просто равна длине волны λ .

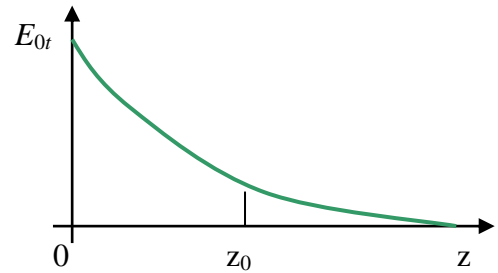


Рис. 3.2.

3.3.2. Эксперименты с пройденной волной.

Большинство экспериментов демонстрирует туннелирование света (проходящей волны) через пространственную границу при явлении полного внутреннего отражения.

а). Волна падает под углом больше предельного угла $\theta_1 \geq \theta_0$ на границу первой среды с воздушным зазором, за которым находится пластинка со свойствами первой среды. Схема опыта изображена на рис. 3.3. Воздушный зазор невелик $d \sim \lambda$, и во второй пластинке появляется световая волна, несмотря на условия полного внутреннего отражения на первой границе. В оптических опытах, проводимых Г. Квинке, такая проходящая волна регистрировалась. Чем меньше зазор d , тем больше интенсивность пройденной волны во второй пластинке. На этой основе в фирме К. Цейсса был запатентован световой телефон. Зазор между пластинками менялся под действием звуковой волны, и яркость пройденного света модулировалась изменением толщины зазора.

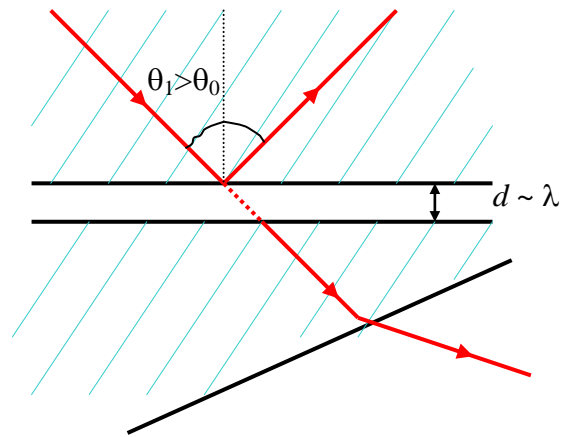
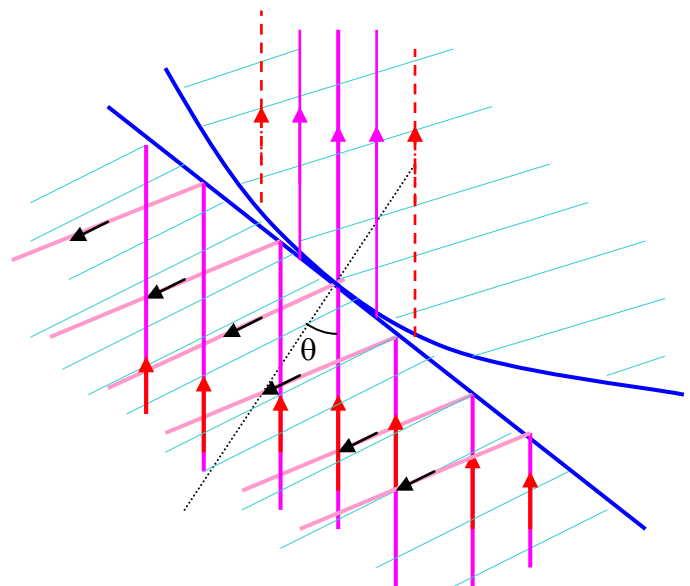


Рис. 3.3.

б). К плоской призме прижималась призма сферической формы (см рис. 3.4). Свет распространялся из плоской призмы к границе с воздухом вблизи точки соприкосновения призм под углом полного внутреннего отражения. Свет проходил во вторую призму в точке соприкосновения, что очевидно. Однако свет проникал во вторую сферическую призму и в других точках, где не было соприкосновения. Интенсивность света падала по мере удаления от точки соприкосновения. Если освещать белым светом, то края пучка пройденного света имеют красноватый оттенок. Это связано с тем, что длина волны красного света наибольшая в области видимого диапазона и эта волна проникает через зазор большего размера.



в). В раствор флуоресцирующего вещества помещена призма (см рис. 3.5). Свет при попадании в раствор вызывал его свечение. Свет падающий извне на призму из воздуха (например, при нормальном падении на грань призмы) испытывал полное внутреннее отражение на границе «призма – жидкость». Свечение тонкого слоя раствора на границе раздела «призма –

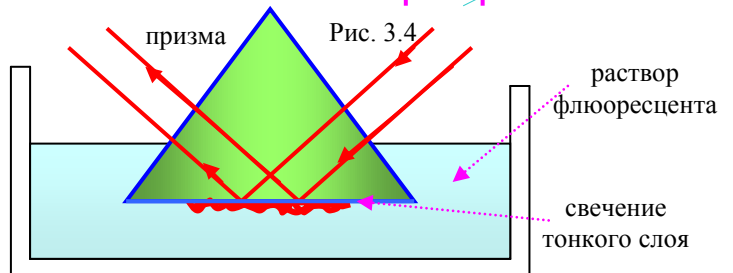


Рис. 3.5.

жидкость» показывало, что свет проникает за границу раздела на некоторую глубину.

г). Типичный пример использования явления полного внутреннего отражения – *световоды*. Именно за счет этого явления свет распространяется практически без потерь, полностью отражаясь от стенок световода.

3.3.3. Отраженная волна.

При исследовании отраженной волны пользуемся формулами Френеля. Из формул Френеля (3.2.12) – (3.2.16) получаем для параллельной компоненты:

$$\frac{E_{r_{\parallel}}}{E_{\parallel}} = r_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2}{\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2} = \frac{\sin \theta_1 \cos \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \cos \theta_2} = \frac{n \cos \theta_1 - \cos \theta_2}{n \cos \theta_1 + \cos \theta_2}$$

Здесь $n = n_2/n_1$, $\sin \theta_1 = n \sin \theta_2$. Подставляя сюда выражение для косинуса при явлении полного внутреннего отражения с соответствующим знаком:

$$\cos \theta_2 = -i \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1} \quad (3.3.10)$$

получаем:

$$r_{\parallel} = \frac{n^2 \cos \theta_1 + i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{n^2 \cos \theta_1 - i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}} \quad (3.3.11)$$

Для перпендикулярной компоненты получаем аналогично:

$$\frac{E_{r_{\perp}}}{E_{\perp}} = r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = -\frac{\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \cos \theta_1} = -\frac{\cos \theta_1 + i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{\cos \theta_1 - i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}} \quad (3.3.12)$$

При углах падения $\theta_1 \geq \theta_0$ для энергетических коэффициентов отражения получаем (возводим в квадрат по модулю (3.3.11) и (3.3.12)):

$$|r_{\parallel}|^2 = |r_{\perp}|^2 = 1 \quad (3.3.13)$$

Полученные результаты можно суммировать следующим образом. Действительно, при полном внутреннем отражении вся энергия отражается в первую среду – в среду с большим показателем преломления n . Следовательно, энергия не уходит во вторую среду, если не считать ее проникновения на наибольшие расстояния от границы. Падающая волна и соответствующая доля энергии проникает через границу раздела во вторую среду лишь на глубину $\sim z_0$, движется вдоль поверхности раздела и затем возвращается в первую среду. Места входа энергии во вторую среду и ее возвращения в первую несколько смещены друг относительно друга. Это смещение выхода отраженного луча наблюдается экспериментально.

Примеры. 1). В природе при определенных условиях наблюдаются миражи, причина появления которых и есть явление полного внутреннего отражения.

2) Рассмотрим границу стекло-воздух. Для нее имеем показатель преломления $n = 1/1.5 = 0.67$.

Энергетический коэффициент при нормальном падении равен:

$$R(\theta_1 = 0) = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \left(\frac{0.5}{2.5}\right)^2 = 0.04$$

Предельный угол равен:

$$\theta_0 = \arcsin 0.67 = 41.8^\circ, \quad \text{а угол}$$

Брюстера – $\theta_B = \operatorname{arctg} 0.67 = 33.7^\circ$.

График зависимости коэффициентов отражения от угла падения представлен на рисунке 3.6.

Рассмотрим фазовые соотношения в отраженной волне. В общем случае полного внутреннего отражения плоско-

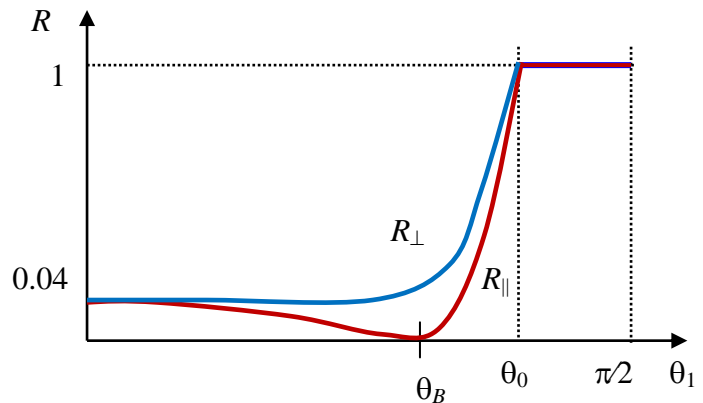


Рис. 3.6.

поляризованная волна превращается в эллиптически поляризованную волну. В самом деле, амплитудные коэффициенты отражения комплексны, и их можно представить в виде:

$$z = \frac{a - ib}{a + ib}$$

Перепишем через модуль и фазу комплексного числа - $|z| = 1$, $tg \frac{\delta}{2} = \frac{b}{a}$. Тогда из формул (3.3.11) и (3.3.12) имеем:

$$\begin{aligned} r_{\parallel} &= |z| \cdot e^{i\delta_{\parallel}} = e^{i\delta_{\parallel}}, & r_{\perp} &= |z| \cdot e^{i\delta_{\perp}} = e^{i\delta_{\perp}}, \\ tg \frac{\delta_{\parallel}}{2} &= \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{n^2 \cos \theta_1}, & tg \frac{\delta_{\perp}}{2} &= \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{\cos \theta_1} \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

Из этих формул видно, что фазы $\delta_{\parallel} \neq \delta_{\perp}$, следовательно, **если при полном внутреннем отражении падающая волна плоско-поляризованная, то отраженная волна имеет эллиптическую поляризацию.**

Введем разность фаз $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$ между колебаниями параллельной и перпендикулярной компонентами отраженной волны и считаем, воспользовавшись соотношениями (3.3.14):

$$tg \frac{\delta}{2} = tg \frac{\delta_{\parallel} - \delta_{\perp}}{2} = \frac{tg \frac{\delta_{\parallel}}{2} - tg \frac{\delta_{\perp}}{2}}{1 + tg \frac{\delta_{\parallel}}{2} tg \frac{\delta_{\perp}}{2}} = \frac{\cos \theta_1}{\sin^2 \theta_1} \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2} \quad (3.3.15)$$

1). Если $tg \frac{\delta}{2} = 0$ – нет эллиптической поляризации. Однако, как видно из формулы (3.3.15), это может быть при угле падения, равном либо предельному углу $\theta_1 = \theta_0$ (при этом $\sin^2 \theta_1 = n^2$), либо при угле $\theta_1 = \pi/2$ (скользящий луч).

2). Во всех остальных случаях имеем эллиптическую поляризацию в отраженном луче. Максимальное значение разности фаз δ можно получить из равенства производной нулю $\frac{d}{d\theta_1} \left(tg \frac{\delta}{2} \right) = 0$. Откуда максимальное значение получаем при углах падения:

$$\sin^2 \theta_{1max} = \frac{2n^2}{1+n^2} \quad \text{или} \quad \cos^2 \theta_{1max} = \frac{1-n^2}{1+n^2}$$

и ее значение равно:

$$\delta_{max} = 2arctg \left(\frac{1-n^2}{2n} \right) \quad (3.3.16)$$

Примечание 1. *Георг Герман Квинке, немецкий физик, 1834–1924;*
Карл Фридрих Цейс, немецкий инженер и производитель оптики, 1816–1888
