

3.9. Рассеяние света

3.9.1. Природа рассеяния.

Изменение какой-либо характеристики потока оптического излучения при его взаимодействии с веществом называют *рассеянием света*.

Процесс рассеяния света (электромагнитных волн, см рис. 9.1) состоит в заимствовании молекулой или частицей энергии у распространяющейся в среде электромагнитной волны и излучении этой энергии в телесный угол, вершиной которого является рассматриваемая частица. Молекула или частица физически

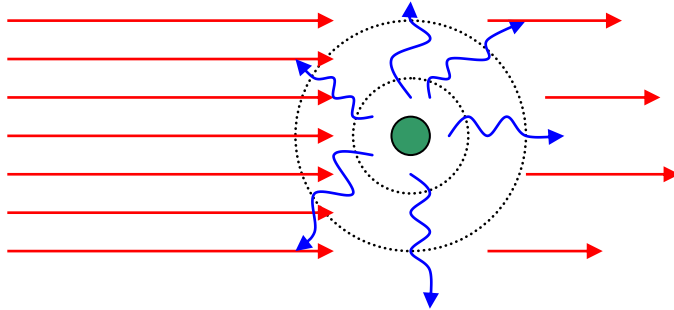


Рис. 9.1.

одинаково рассеивает свет, однако механизм этого рассеяния зависит от размеров частицы.

Во многих случаях оказывается достаточным описание рассеяния света в рамках волновой теории излучения. С точки зрения этой теории электрическое поле распространяющейся в веществе световой волны раскачивает входящие в состав атомов и молекул электроны, и они становятся центрами вторичных сферических волн, излучаемых во все стороны. Поэтому распространение света в

веществе должно, казалось бы, всегда сопровождаться рассеянием. Однако в прозрачной однородной среде плоская волна распространяется только в одном направлении, не испытывая рассеяния в стороны. Такой результат сложения всех вторичных волн обусловлен их *когерентностью*.

С макроскопической точки зрения рассеяние света может быть обусловлено только *неоднородностями* среды. При слабых нарушениях однородности рассеянный в стороны свет составляет лишь малую долю первичного пучка. Параллельный пучок света в высококачественном стекле или тщательно очищенной воде почти не виден при наблюдении сбоку, т.е. свет почти не рассеивается в стороны. В то же время пучок света отчетливо виден со всех сторон, если в воде содержатся мельчайшие пузырьки воздуха или капельки другой нерастворимой жидкости, находящиеся во взвешенном состоянии. Рассеяние света происходит и тогда, когда сами частицы имеют размеры, меньшие длины волны видимого света. Такие среды называют мутными. Основные закономерности рассеяния света в мутных средах были впервые экспериментально исследованы Дж. Гиндалем в 1869 г.

В качестве примера рассмотрим легко доступный для воспроизведения опыт. В стеклянную кювету, заполненную водой, добавляют несколько капель молока. При наблюдении сбоку рассеянный свет имеет более голубой оттенок, чем свет источника; свет, прошедший сквозь кювету, имеет при достаточной её толщине красноватый оттенок.

Если среда может рассматриваться как непрерывная, то рассеяние будет происходить на её оптических неоднородностях. В этом случае диэлектрическая проницаемость среды (показатель преломления) является функцией координат $\varepsilon = \varepsilon(\vec{r})$ или $n = n(\vec{r})$. Тогда электромагнитная волна в среде будет определяться суперпозицией падающей и рассеянной волн:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad \text{и} \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}' .$$

Для сплошной среды рассеяние по своему физическому содержанию сводится к дифракции волн на неоднородностях среды.

Опыт показывает, что рассеяние света происходит не только в мутных средах, но и тщательно очищенных от посторонних примесей или включений жидкостях и газах. Рассеяние в чистом веществе, как правило, слабое, но, тем не менее, оно представляется принципиально важным явлением. Физическая причина оптической неоднородности в идеально чистых средах была указана польским физиком М. Смолуховским в 1908 г. Из-за хаотического характера теплового движения молекул в среде возникают *флуктуации плотности* и, следовательно, флуктуации показателя преломления. Такой тип рассеяния света называют *молекулярным*.

Упругое рассеяние, т.е. такое, при котором рассеянный свет характеризуется той же частотой, что и падающее излучение. Различают несколько типов рассеяния, при этом характер рассеяния зависит от соотношения между длиной волны света λ и линейным размером частиц a .

- 1) *Рэлеевское рассеяние* – размеры частиц малы по сравнению с длиной волны: $a \leq \lambda/15$. Это обычно рассеяние в мутных средах.
- 2) Если $a > \frac{1}{15} \lambda$ – *рассеяние Ми*.
- 3) Рассеяние на оптических неоднородностях – здесь много различных случаев. Среди них, например, важный случай рассеяния на оптических неоднородностях, создаваемых звуковой волной. Т.е. под ее воздействием возникает гармоническое распределение оптической неоднородности. В результате наблюдается дифракция света на волне, при этом наблюдается изменение частоты дифрагированного света. Это – явление Мандельштама - Бриллюэна – напоминает (и является следствием) доплеровского изменения частоты при отражении от акустической волны.
- 4) Специфическое рассеяние – *комбинационное рассеяние* или *Рамановское рассеяние*, характеризуется изменением частоты рассеянного света по сравнению с частотой падающего. Это рассеяние носит квантовый характер.
- 5) Можно выделить *многократное рассеяние* – рассеяние в каждом из последовательных актов осуществляется по законам однократного рассеяния. Результат рассматривается как сумма результатов однократных рассеяний с учетом статистических характеристик их следования друг за другом.

Примечание 1. *Джон Тиндаль, английский физик, 1820–1893;*
Мариан Смолуховский, польский физик, 1872–1917;
Густав Адольф Ми, немецкий физик, 1868–1957;
Леонид Исаакович Мандельштам, советский физик, 1879–1944;
Леон Бриллюэн, французский физик, 1889–1969;
Чандрасекхара Венката Раман, индийский физик, 1888–1970

3.9.2. Элементарный рассеиватель.

Элементарным рассеивателем является квазиупругий электрон в поле электромагнитной волны. В §3.6 мы уже рассматривали его поведение и получили для смещения электрона под действием электрического поля следующую формулу (3.6.6):

$$\vec{r}(t) = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma} \vec{E}(t) \quad (3.9.1)$$

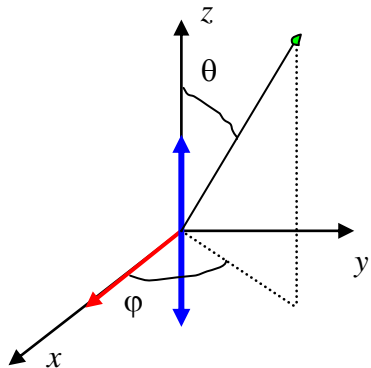


Рис. 9.2.

Для простоты введем следующую систему координат: плоская линейно-поляризованная волна распространяется вдоль оси x , а колебания \vec{E} происходят в плоскости (x, z) . Эта схема представлена на рис. 9.2. Предполагая, что затухание мало $\gamma \approx 0$, получим тогда для отклонения электрона от положения равновесия:

$$z = \frac{e/m \cdot E_0 \cos\omega t}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma} \approx \frac{e/m \cdot E_0 \cos\omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.9.2)$$

Электрон входит в состав атома, т.е. электрически нейтральной системы. Колебания электрона происходят относительно ядра, которое можно считать неподвижным. Следовательно, мы имеем изменяющийся во времени наведенный дипольный момент:

$$p_z(t) = ez = \frac{e^2}{m} \cdot E_0 \cos\omega t \quad (3.9.3)$$

Колблюющийся электрон излучает. Таким образом, моделью элементарного классического рассеивателя света является элементарный электрический диполь, находящийся в поле электромагнитной волны.

Ранее в параграфе §1.10 Главы 1 рассматривали излучение, создаваемое ускоренно движущимся зарядом. Напомним, что мы получали для электрического поля излучения следующее соотношение (см формулу (1.10.5)):

$$\vec{E}_{rad}(\vec{r}, t) = -\frac{q\vec{a}_{\perp}(t')}{c^2 r}, \quad (3.9.4)$$

где $t' = t - r/c$, \vec{a}_{\perp} – компонента ускорения на направление, перпендикулярное к радиус-вектору. Там же получили, что вектор плотности потока энергии (вектор Пойнтинга) равен:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}] = \frac{c}{4\pi} \left[\vec{E}, \left[\frac{\vec{r}}{r}, \vec{E} \right] \right] = \frac{c}{4\pi} E^2 \frac{\vec{r}}{r} = \frac{q^2}{c^3} (a_{\perp}(t'))^2 \frac{\vec{r}}{4\pi r^3} \quad (3.9.5)$$

В вакууме $\varepsilon = \mu = 1$ и $\vec{H} = \vec{B} = \left[\frac{\vec{r}}{r}, \vec{E} \right]$. Средняя мощность излучения, проходящая через площадку $d\vec{s}$, есть интенсивность, для которой можно получить выражение (см (1.10.14) и Рис. 10.5):

$$dP(\vec{r}, t) = (\vec{S}, d\vec{s}) = \frac{q^2}{c^3} a^2(t') \sin^2 \vartheta(t') \frac{ds}{4\pi r^2} \quad (3.9.6)$$

Поскольку для электрического диполя имеем: $p(t') = qz(t')$, при этом $z(t') = z_0 \cos \omega t'$ и $a(t') = \ddot{z} = -\omega^2 z(t')$, то тогда получаем мощность, излучаемую в телесный угол $d\Omega = ds/r^2$:

$$dP = \frac{\omega^4 \sin^2 \vartheta(t')}{4\pi c^3} p^2(t') d\Omega \quad (3.9.7)$$

Воспользуемся (3.9.3) и усредним квадрат дипольного момента по периоду:

$$\langle p^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)^2 E_0^2 \quad (3.9.8)$$

Определим интенсивность рассеяния $I(\vartheta, \varphi)$ как поток энергии, отнесенной к телесному углу $d\Omega$:

$$I(\vartheta, \varphi) \equiv \frac{dP}{d\Omega} = \frac{2\pi^3 c \sin^2 \vartheta}{\lambda^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 E_0^2 \quad (3.9.9)$$

Здесь мы воспользовались $\omega = 2\pi c/\lambda$. Если ввести среднее значение плотности потока падающей волны:

$$\langle |\vec{S}_0| \rangle \equiv \langle S_0 \rangle = \frac{c}{8\pi} \langle E^2 \rangle \quad (3.9.10)$$

то интенсивность рассеянного света записывается:

$$I(\vartheta, \varphi) = \frac{16\pi^4 \sin^2 \vartheta}{\lambda^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 \langle S_0 \rangle = \frac{\omega^4 \sin^2 \vartheta}{c^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 \langle S_0 \rangle \quad (3.9.11)$$

Итак, получили плотность потока рассеянной энергии от одного элементарного излучателя.

3.9.3. Рэлеевское рассеяние.

Рассеивающая частица мала по сравнению с длиной волны: $a < 0.03\lambda$. Пусть в частице N_0 рассеивателей, все они излучают когерентно, тогда интенсивность от одной частицы равна:

$$I_1 = N_0^2 I(\vartheta, \varphi) \quad (3.9.12)$$

Если в среде N частиц в единице объема (N – концентрация), они рассеивают некогерентно, тогда интенсивность рассеяния в единице объема

$$I_{V=1} = NN_0^2 I(\vartheta, \varphi) \quad (3.9.13)$$

Воспользуемся (3.6.15) и (3.6.10) из параграфа о дисперсии и выразим дисперсионный множитель через показатель преломления

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi NN_0 e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.9.14)$$

Здесь NN_0 – полное число рассеивателей в единице объема. Тогда интенсивность рассеяния *на одну частицу* равна:

$$I_1 = \frac{\pi^2 \text{Sin}^2 \vartheta}{N^2 \lambda^4} (n^2 - 1)^2 \langle S_0 \rangle \quad (3.9.15)$$

Для среды более точной является формула Лоренц - Лоренца (см Главу 2 Электростатика в веществе §2.8):

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} \frac{N \cdot N_0 e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.9.16)$$

Имеем:

$$I_1(\vartheta, \varphi) = \frac{9\pi^2 \text{Sin}^2 \vartheta}{N^2 \lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \langle S_0 \rangle \quad (3.9.17)$$

Полная интенсивность (во все стороны) определяется из интегрирования по телесному углу:

$$I_{1,tot} = \int I_1(\vartheta, \varphi) d\Omega = \frac{24\pi^3}{N^2 \lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \langle S_0 \rangle \quad (3.9.18)$$

Получили известный закон Рэлея, что интенсивность рассеяния света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны:

$$I_{1,tot} \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

Наглядный пример, характеризующий зависимость интенсивности рассеяния от длины волны: цвет неба днем голубой, поскольку в атмосфере в белом свете солнца сильнее рассеивается синий свет как свет с меньшей длиной волны. Однако вечером диск солнца приобретает красноватый оттенок, поскольку у горизонта толщина слоя воздуха увеличивается, а синий свет сильнее поглощается, увеличивая концентрацию света с более большими длинами волн.

3.9.4. Угловое распределение рассеянного света.

Угловое распределение рассеянного света от отдельной молекулы или малой частицы определяется формулами (3.9.11), (3.9.15), (3.9.17). Они определяют важную характеристику рассеяния света – *индикатриссу рассеяния*, которая дает графическое изображение зависимости интенсивности рассеянного света $I(\vartheta)$ от угла рассеяния ϑ .

А) Пусть падает поляризованная волна и пусть, как и ранее, вектор \vec{k} направлен вдоль оси x , а вектор \vec{E} направлен вдоль оси z . На рисунке 9.3 показана индикатрисса рассеяния. Видно, что максимальное рассеяние наблюдается в плоскости, перпендикулярной направлению колебаний вектора \vec{E} падающей волны.

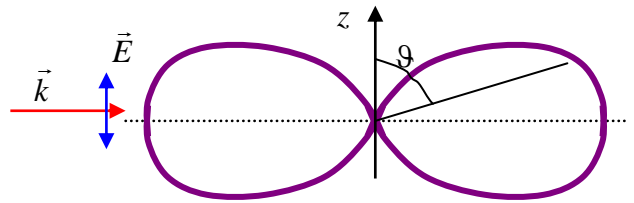


Рис. 9.3.

Б) Если падает неполяризованный свет, то электрический вектор можно разложить на 2 взаимно перпендикулярных вектора:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

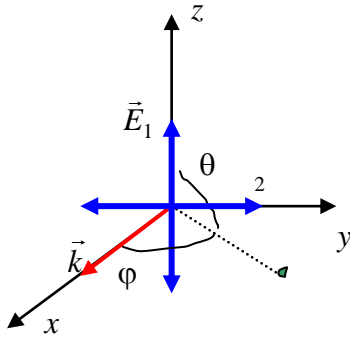


Рис. 9.4.

вдоль оси z и оси y , соответственно, см рис. 9.4. При этом получаем плотность потока энергии падающей волны как сумму потоков, т.к. рассеяние неполяризованного света должно быть аксиально симметрично относительно направления луча:

$$\langle S_0 \rangle = \langle S_1 \rangle + \langle S_2 \rangle \quad (3.9.19)$$

Найдем интенсивность в плоскости (xy) и полученное распределение можно вращать относительно оси x (в силу симметрии), чтобы получить пространственное распределение. Поскольку мы рассматриваем в плоскости (xy) , то для вектора \vec{E}_1 угол $\vartheta = \pi/2$, а для вектора \vec{E}_2 в качестве оси z служит ось y и, следовательно, угол $\vartheta \rightarrow (\pi/2 - \phi)$. Тогда

$$I = \frac{9\pi^2}{N^2\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \left(\langle S_1 \rangle \sin^2 \frac{\pi}{2} + \langle S_2 \rangle \cos^2 \phi \right) \quad (3.9.20)$$

Для падающего естественного света имеем $\langle S_1 \rangle = \langle S_2 \rangle = \frac{1}{2} \langle S_0 \rangle$, поэтому для углового распределения неполяризованного света в плоскости, проходящей через направление первичного пучка, получаем следующее соотношение – индикатрису (см также изображение углового распределения на рис. 9.5):

$$I(\phi) = \frac{9\pi^2}{2N^2\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 (1 + \cos^2 \phi) \langle S_0 \rangle \quad (3.9.21)$$

Для естественного падающего света индикатрисса рассеяния симметрична относительно оси первичного пучка и относительно перпендикулярной ему плоскости.

Можно подсчитать степень поляризации рассеянного света под разными углами. Проведем плоскость наблюдения через падающий луч и точку наблюдения. Тогда запишем:

$$P = \frac{I_{\perp}(\phi) - I_{\parallel}(\phi)}{I_{\perp}(\phi) + I_{\parallel}(\phi)} = \frac{\sin^2 \phi}{1 + \cos^2 \phi} \quad (3.9.22)$$

где $I_{\perp}(\phi)$ – интенсивность рассеянного света с

электрическим вектором, перпендикулярным к плоскости наблюдения, а $I_{\parallel}(\phi)$ – интенсивность рассеянного света с электрическим вектором, лежащим в плоскости наблюдения. Лишь при углах $\phi = 0$ и $\phi = \pi$ получаем полностью неполяризованный свет. При угле $\phi = \pi/2$ степень поляризации $P = 1$ – свет линейно поляризован. **Пример:** солнечный свет, рассеянный атмосферой в плоскости Земля-Солнце поляризован перпендикулярно к ней.

3.9.5. Томсоновское поперечное сечение для электрона.

Томсоновское рассеяние рассматривается как частный случай рэлеевского рассеяния. Рассматривается свободный электрон (без ядра), у которого собственная частота колебаний равна нулю: $\omega_0 = 0$. Тогда уравнение колебаний принимает простой вид:

$$\ddot{x} = -\frac{e}{m} E_0 \cos \omega t \quad (3.9.23)$$

Тогда интенсивность или мощность рассеяния (3.9.11) принимает вид:

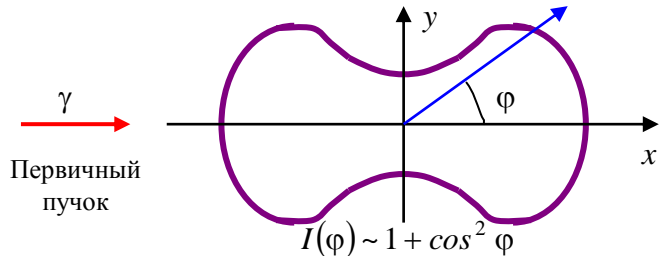


Рис. 9.5.

$$I(\vartheta, \varphi) = \frac{dP}{d\Omega} = \frac{\omega^4 \text{Sin}^2 \vartheta}{c^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 \langle S_0 \rangle = \frac{e^4}{m^2 c^4} \text{Sin}^2 \vartheta \langle S_0 \rangle \quad (3.9.24)$$

Интегрируя по всем углам, получаем полную мощность рассеяния:

$$P = \int dP = \frac{e^4}{m^2 c^4} \langle S_0 \rangle \int \text{Sin}^2 \vartheta d\Omega = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} \langle S_0 \rangle \quad (3.9.25)$$

Полное поперечное сечение рассеяния электромагнитных волн на электроне определяется:

$$\sigma = \frac{P}{\langle S_0 \rangle} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} = 0.665 \cdot 10^{-24} \text{ см} = 0.665 \text{ барн} \quad (3.9.26)$$

Записывают сечение обычно в следующем виде:

$$\sigma = \frac{8}{3} \pi r_e^2, \quad (3.9.27)$$

где r_e – *классический* или *Томсоновский радиус электрона*:

$$r_e = \frac{e^2}{mc^2} = 2.818 \cdot 10^{-13} \text{ см} \quad (3.9.28)$$

Примечание 2. Джозеф Джон Томсон, английский физик, 1856–1940, Нобелевская премия 1906 г. за открытие электрона

3.9.6. Рассеяние Ми.

Рассеяние Рэлея хорошо описывает не только рассеяние на молекулах. Но и на достаточно малых частицах, размеры которых $a < 0.03\lambda$. Если размеры рассеивающих частиц становятся сравнимыми с длиной волны, зависимость интенсивности рассеянного света от длины волны становится менее заметной. Преобладающим становится рассеяние вперед, и индикатрисса сохраняет симметрию лишь относительно направления первичного пучка. Теория рассеяния света на сферических частицах, размеры которых могут быть порядка или больше длины волны, была впервые разработана Г. Ми в 1908 г. Рассеяние Ми можно рассматривать как дифракцию плоской волны на однородных одинаковых сферах, хаотически распределенных в однородной среде и находящихся друг от друга на расстояниях, больших по сравнению с длиной волны.

Математическое решение задачи Ми – решение системы уравнений Максвелла с граничными условиями на поверхности сферической частицы произвольного радиуса, характеризуемой ϵ , μ и σ . Решение находится в виде рядов, в которых малым параметром служит $\alpha = ka = 2\pi a/\lambda$, где a – радиус сферической частицы.

При параметре $\alpha < 0,2$ рассеяние становится *рэлеевским*.

В чем состоит отличие рассеяния Ми от рэлеевского рассеяния?

- 1) При рассеянии Ми необходимо учитывать влияние переизлучения первичной волны элементарными рассеивателями частицы, которые, вообще говоря, находятся не в одинаковых электромагнитных полях. Т.е. коэффициенты преломления n в объеме частицы $n \neq 1$. Это необходимо учитывать при решении уравнений Максвелла.
- 2) В рассеянии Рэлея излучение элементарных рассеивателей одной и той же частицы (молекулы) интерферируют при одинаковой разности фаз независимо от направления. Для рассеяния Ми необходимо учитывать различие в фазах излучения элементарных рассеивателей и разность фаз, вносимую в наблюдаемое излучение конечным расстоянием между элементарными рассеивателями. Отсюда получаем существенную зависимость интенсивности от направления излучения.

Основные результаты состоят в следующем:

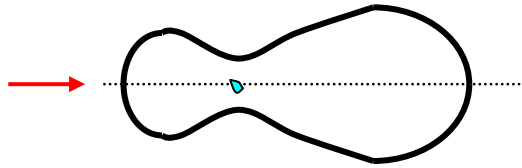


Рис. 9.6.

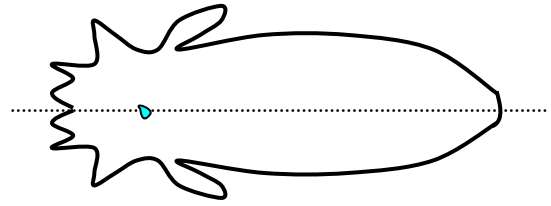


Рис.9.7.

- 1) С ростом параметра a/λ появляется асимметрия рассеяния вперед и назад – превалирует рассеяние вперед. При размерах рассеивателя $a \approx \lambda/4$ индикатрисса примерно выглядит как она изображена на рисунке 9.6 – появляется асимметрия вперед- назад. С ростом размеров рассеивателя a появляется много вторичных максимумов в угловом распределении интенсивности рассеяния (см рис. 9.7).
- 2) Слабая зависимость M_i рассеяния от длины волны при размерах частиц $a \gg \lambda$.
- 3) Наблюдается частичная поляризация рассеянного света.
- 4) Если частицы сложные (с разными диэлектрическими проницаемостями по объему), то появляется резкая зависимость от длины волны и условия появления максимумов различны при разных длинах волн, отсюда разные цвета лучей.

Какие примеры проявления рассеяния Ми? Примеры: (1) облака белые за счет рассеяния Ми, (2) небо голубое в зените и сереет к горизонту, (3) ослабление света от солнца при заходе и восходе у горизонта.

Примечание 3. Рассеяние света большими частицами. Рассеяние света большими частицами ($r \gg \lambda$) рассматривают на основе законов геометрической оптики с учетом интерференции лучей, отраженных и преломленных на поверхностях частиц. Важной особенностью этого случая является периодический по углу характер индикатриссы рассеяния и периодическая зависимость сечения рассеяния от параметра r/λ . Рассеяние света на крупных частицах обуславливает ореолы, гало и другие явления, наблюдаемые в аэрозолях, туманах и т.д.

Примечание 4. Рассеяние света средами. Рассеяние света средами, состоящими из большого числа частиц, существенно отличается от рассеяния света отдельными частицами. Это связано, во-первых, с интерференцией волн, рассеянных отдельными частицами между собой и с падающей волной; во-вторых, во многих случаях важны эффекты многократного рассеяния (переизлучения), когда свет, рассеянный одной частицей, вновь рассеивается другими; в-третьих, взаимодействие частиц между собой не позволяет считать их движения независимыми.

Литература:

Сивухин Оптика §§98-100

Матвеев Оптика §§46-47.